

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ
25 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2024

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Βρείτε τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της καμπύλης

$$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

2. Έστω $a, b \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^5}{11} + bx^2 - \frac{b \sin x}{x}, & x < 0 \\ -4, & x = 0 \\ ax^3 + a \cos x, & x > 0 \end{cases}.$$

(α) Για ποιες τιμές των a, b υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

(β) Για ποιες τιμές των a, b είναι η $f(x)$ συνεχής στο 0;

3. Βρείτε τις εξισώσεις της εφαπτομένης και της κάθετης στην καμπύλη

$$y = 2x - \sin x$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για $x = 0$.

4. Έστω

$$f(x) = \tan^{-1}(3x) - 11x.$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\cos(x^2 - 7) x}{\sin^5(x^2 - 7)} dx.$$

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x-2}}.$$

7. Υπολογίστε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη

$$y = x \cos x$$

και τον άξονα x από $x = -\frac{\pi}{4}$ ως $x = \frac{\pi}{4}$.

8. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\cos x \ln^2(\sin x)}{\sin x} dx.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ