

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΟΥΝΙΟΥ
13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(3x^2 + 24x + 101)}{2x^2 - 18}.$$

2. Έστω

$$f(x) = x^{\frac{4}{9}}.$$

(α) Εξετάστε αν η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ποια είναι η τιμή της $f'(0)$; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

3. Βρείτε τα σημεία στα οποία η καμπύλη

$$y = \cos(2x) - 4$$

έχει οριζόντια εφαπτομένη.

4. Έστω

$$f(x) = \tan^{-1}(-2x) + 129x.$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Υπολογίστε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = x^2 - 3x - 11$$

και

$$y = x^2 - 2x + 5$$

από $x = -10$ ως $x = 0$.

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \sec^2(5x^2 - 5x + 37) (2x - 1) dx .$$

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{2x + 5}{x^2 + 9} dx .$$

8. Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_0^\pi e^x \cos(3x) dx .$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ