

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ**  
**04 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2023**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ**

**1.** Έστω

$$f(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}}$$

με  $D_f = [-2, 1]$ . Βρείτε τα ολικά ακρότατα της  $f(x)$  και τα  $x$  στα οποία εμφανίζονται.

Υπόδειξη: Ισχύει ότι

$$0 < \frac{3}{2} \sqrt[3]{4} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{16} < \frac{3}{4}.$$

**2.** Έστω  $a \in \mathbb{R}$  και

$$h(x) = \begin{cases} \frac{8x - 4 \sin(2x)}{5x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}.$$

(α) Υπολογίστε το  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ .

(β) Για ποιες τιμές του  $a$  είναι η  $h(x)$  συνεχής στο 0;

**3.** Έστω  $a, b \in \mathbb{R}$  με  $a < b$ . Αποδείξτε ότι

$$|\sin b - \sin a| \leq |b - a|.$$

**4.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου μεταξύ της καμπύλης

$$y = x^3 + 3x^2 + 2x$$

και του άξονα  $x$  από  $x = -1$  ως  $x = 1$ .

**5.** Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \cos^2(x^2) dx.$$

**6.** Βρείτε τη συνάρτηση  $g(x)$  για την οποία ισχύει ότι

$$g'(x) = \sec x \tan x \sqrt[3]{(\sec x - 2)^5}, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

και

$$g(0) = \frac{19}{8}.$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**