

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
06 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

1. Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου, ότι

$$\lim_{x \rightarrow -2} (-2x + 9) = 13.$$

2. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 8}{|x - 2| (x^2 - 7x + 23)}.$$

3. Βρείτε τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της καμπύλης

$$y = x^4 \sin\left(\frac{1}{x^4}\right).$$

4. Έστω

$$g(x) = |x + 7|.$$

(α) Εξετάστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου, αν η $g(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = -7$.

(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο $x = -7$, ποια είναι η τιμή της $g'(-7)$; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = -7$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

5. Έστω

$$h(x) = \frac{\cos(2x)}{x^3 - 1}.$$

(α) Βρείτε το πεδίο ορισμού D_h της $h(x)$.

(β) Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγώγισης και παραγώγους συναρτήσεων που γνωρίζετε, την $h'(x)$.

(γ) Βρείτε το πεδίο ορισμού $D_{h'}$ της $h'(x)$.

6. Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης

$$y = 2x + \tan(4x)$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για $x = \pi$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ