

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΡΙΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
20 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2022

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 4 ΩΡΕΣ

1. Βρείτε τα ολικά ακρότατα της

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 - 10x + 2$$

στο $D_f = [-3, 1]$.

2. Βρείτε τα ολικά ακρότατα της

$$g(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$$

στο $D_g = [0, 2\pi]$.

3. Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$5x = \cos(3x)$$

έχει ακριβώς μία λύση στο $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

4. Έστω

$$h(x) = \frac{4x + 3}{3x - 1}.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $h(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $h(x)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

5. Έστω

$$f(x) = \frac{1}{40}x^{\frac{8}{3}} - \frac{1}{130}x^{\frac{13}{3}}.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

6. Έστω

$$g(\theta) = \cos^2 \theta$$

με $D_g = [0, \pi]$.

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(\theta)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα θ στα οποία η $g(\theta)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

7. Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον κανόνα l' Hopital, το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin(2x)}{x \sin(3x)}.$$

8. Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον κανόνα l' Hopital, το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{3\pi}{2}^-} \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) \tan x.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ