

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΡΙΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
04 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2021

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 4 ΩΡΕΣ

1. Έστω

$$f(x) = \frac{17}{12} x^{\frac{12}{17}} - \frac{17}{19} x^{\frac{19}{17}}$$

με $D_f = [-2, 2]$.

Βρείτε τα ολικά ακρότατα της $f(x)$ και τα x στα οποία εμφανίζονται.

2. Έστω

$$h(x) = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

με $D_h = [-\pi, \pi]$.

Βρείτε τα ολικά ακρότατα της $h(x)$ και τα x στα οποία εμφανίζονται.

3. Έστω $a, b \in (-\pi, 0)$ με $a < b$.

Αποδείξτε ότι

$$|\cot b - \cot a| \geq |b - a|.$$

4. Έστω

$$g(\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

με $D_g = [-2\pi, 0]$.

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(\theta)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα θ στα οποία η $g(\theta)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

5. Έστω

$$h(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + 7x - 11.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $h(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $h(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

6. Έστω

$$g(x) = \frac{3x}{x^2 + 6}.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $g(x)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

(γ) Βρείτε τα ολικά ακρότατα της $g(x)$ και τα x στα οποία εμφανίζονται.

7. Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον κανόνα l' Hopital, το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos(9x) - 4}{6x^3}.$$

8. Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον κανόνα l' Hopital, το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -5\pi^-} (5\pi + x) \cot x$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ