

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
06 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2021

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 4 ΩΡΕΣ

1. Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 4, & x \neq -10 \\ -11, & x = -10 \end{cases}.$$

Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου, ότι

$$\lim_{x \rightarrow -10} f(x) = -1.$$

2. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{2x^2 - 32}{|x^3 + 64|}.$$

3. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

4. Βρείτε τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της

$$y = \frac{x^4 - 16}{(2x^3 - 16)(x + 3)}.$$

5. Βρείτε τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της

$$y = \frac{\cos(3x)}{x - \pi}.$$

6. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-4(x^2 - 9)^2 + 5(x^2 - 9)^4}{7(x^2 - 9)^{\frac{10}{3}} - 4(x^2 - 9)^5}.$$

7. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \cos x$$

είναι συνεχής.

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε χωρίς απόδειξη κάποια από τα παρακάτω:

$$(I) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 ,$$

$$(II) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 ,$$

$$(III) \quad \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B ,$$

$$(IV) \quad \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B .$$

8. Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$2x = 7 \cos(2x)$$

έχει τουλάχιστον μία λύση στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ