

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΤΑΡΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
16 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2018

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \cos \left(\cos \left(\frac{1}{x^3} + 3x \right) \right) \sin \left(\frac{1}{x^3} + 3x \right) \left(\frac{1}{x^4} - 1 \right) dx .$$

2. Έστω $f(x), g(x)$ δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού το $[-1, 3]$ οι οποίες είναι ολοκληρώσιμες στο $[-1, 3]$. Αποδείξτε ότι αν

$$f(x) \geq 2, \quad \text{για κάθε } x \in [-1, 3],$$

και

$$g(x) \geq \sin(3x^5 - 92x + 87), \quad \text{για κάθε } x \in [-1, 3],$$

τότε

$$\int_{-1}^3 (f + g)(x) dx \geq 4 .$$

3. Υπολογίστε την παράγωγο

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{\sin x}^4 (2 + t^3) dt \right) .$$

4. Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{-\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \cot^2 x) dx .$$

5. Βρείτε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 9$$

και

$$y = 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 9x + 5$$

από $x = -3$ έως $x = 0$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ