

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΡΙΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
26 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2018

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

1. Έστω $x, y \in \mathbb{R}$ με $x, y \geq 0$ τέτοια ώστε

$$x + y = 12.$$

Βρείτε τη μεγαλύτερη τιμή του

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$$

και τα x, y για τα οποία παίρνουμε αυτή την τιμή.

2. Έστω $a, b \in (-\pi, 0)$ με $a < b$.

Αποδείξτε ότι

$$\cot b - \cot a \leq a - b.$$

3. Έστω

$$g(t) = t \sqrt{t^2 - 4}.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(t)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα t στα οποία η $g(t)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

4. Έστω

$$h(x) = \frac{121}{76} x^{\frac{19}{11}} - \frac{121}{570} x^{\frac{30}{11}} - 7x.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $h(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $h(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Έστω $a, b, c \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} \frac{14x - 7 \sin(2x) + 3ax^2}{3x^2}, & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ \frac{\tan(-3x) + cx}{5x}, & x > 0 \end{cases} .$$

(α) Για ποιες τιμές των a, b, c υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; Για τις τιμές των a, b, c για τις οποίες υπάρχει το όριο, υπολογίστε την τιμή του.

(β) Για ποιες τιμές των a, b, c είναι η $f(x)$ συνεχής στο 0;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ