

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
23 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Έστω $a \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^4-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}.$$

Για ποιες τιμές του a είναι η $f(x)$ συνεχής στο $x = 1$;

2. Έστω

$$g(x) = \sqrt[7]{x^4}.$$

(α) Εξετάστε αν υπάρχουν οι $g'_-(0)$ και $g'_+(0)$.

(β) Εξετάστε αν η $g(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

(γ) Αν η $g(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ποια είναι η τιμή της $g'(0)$; Αν η $g(x)$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι παραγωγίσιμη.

3. Έστω

$$h(\theta) = \frac{\theta}{2} + \cos \theta$$

με $D_h = [0, 2\pi]$.

Βρείτε τα ολικά ακρότατα της $h(\theta)$ και τα θ στα οποία εμφανίζονται.

4. Εξετάστε ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - 5x.$$

5. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x}.$$

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{2^x}{2^x - 11} dx.$$

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \sin x (\cos^3 x - 7 \cos^2 x + 9 \cos x - 11) dx .$$

8. Βρείτε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη

$$y = x^2 + 2x - 3$$

και τον άξονα x από $x = -2$ έως $x = 2$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ