

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
23 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Έστω $a \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^3-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}.$$

Για ποιες τιμές του a είναι η $f(x)$ συνεχής στο $x = 1$;

2. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot^2(x) x^5.$$

3. Έστω

$$f(x) = -x^{\frac{21}{27}}.$$

Εξετάστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου, αν η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

Αν είναι, ποια είναι η τιμή της $f'(0)$;

Αν δεν είναι, εξετάστε αν η $y = f(x)$ έχει κατακόρυφη εφαπτομένη ή σημείο ανάκαμψης στο $(0, f(0))$.

4. Εξετάστε ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x.$$

5. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}.$$

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x + 4 \sin x + 20} dx.$$

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{3x^2 - x}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx.$$

8. Βρείτε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη

$$y = \ln^2 x$$

και τον άξονα x από $x = 1$ έως $x = 3$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ