

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
24 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2014

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x^3 + 2x}.$$

2. Έστω $a, b, c \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} 4ax + b, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ 2x^2 + 3x + c, & x > 0 \end{cases}.$$

(i) Να βρεθούν οι τιμές των a, b, c για τις οποίες υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$

(ii) Να βρεθούν οι τιμές των a, b, c για τις οποίες η $f(x)$ είναι συνεχής στο $x = 0$.

(iii) Να βρεθούν οι τιμές των a, b, c για τις οποίες η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης

$$x^3 + 3xy + y^2 = -1$$

στο σημείο $(1, -1)$.

4. Να εξεταστεί ως προς τη μονοτονία, τα τοπικά ακρότατα, την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η

$$f(x) = \sin x - x$$

στο $[0, \pi]$.

5. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 4}{e^{2x}}.$$

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^3$ και $y = x$ από $x = 0$ έως $x = 2$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 7} dx.$$

8. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{x^2 - 4}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ