

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι**  
**2 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2009**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**

**1.** Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}.$$

**2.** Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos(2x^2 - x + 4) + 2}{x^2}.$$

**3.** Έστω  $a, b, c$  πραγματικοί αριθμοί και

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x}, & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ x^2 - c, & x > 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές των  $a, b$  και  $c$  για τις οποίες:

(I) Υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

(II) Η  $f(x)$  είναι συνεχής στο  $x = 0$ .

**4.** Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η καμπύλη

$$x = t^2 - 1, y = t^4 - t^2, \quad t \in [-10, 10]$$

έχει οριζόντια εφαπτομένη.

**5.** Έστω

$$f(x) = x|x|.$$

Να βρεθεί η  $f'(0)$ .

**6.** Έστω  $a, b, c$  πραγματικοί αριθμοί με  $a \neq 0$ . Να βρεθούν τα σημεία καμπής της

$$g(x) = ax^3 + bx + c.$$

**7.** Να βρεθεί η απόσταση του σημείου  $(1, 2)$  από το ημικύκλιο

$$y = \sqrt{1 - x^2}, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

**8.** Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη  $y = 2x^2 - x$  και τον άξονα  $x$  από  $x = -1$  έως  $x = 2$ .

**9.** Έστω

$$h(x) = \int_{x^3}^2 e^t \sin t \, dt.$$

Να βρεθεί η  $h'(x)$ .

**10.** Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \sec^2(x) \tan^2(x) \, dx.$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ**