

Μαθηματική Ανάλυση Ι

Απαντήστε σε πέντε από τα έξι θέματα

Θέμα 1 (α) Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2ax}{3} + b, & x > 0 \\ 2a, & x = 0 \\ 2 + a \sin 5x, & x < 0 \end{cases} .$$

Να βρεθούν οι τιμές των a και b για τις οποίες υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και οι τιμές των a και b για τις οποίες η $f(x)$ είναι συνεχής στο 0.

(β) Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} - 1} .$$

Θέμα 2 (α) Να βρεθεί η $\frac{d^2y}{dx^2}$ αν

$$\cos x = \sin y .$$

(β) Να βρεθεί μία εξίσωση της εφαπτομένης στο γράφημα της συνάρτησης

$$g(t) = \begin{cases} t^2 + t, & t > 0 \\ -2t^2 + t, & t \leq 0 \end{cases}$$

στο σημείο $t = 0$.**Θέμα 3** (α) Να βρεθεί η γραμμικοποίηση της

$$h(x) = \frac{1}{2^{x+2}}$$

στο $x = 0$. Χρησιμοποιήστε τη γραμμικοποίηση αυτή για να βρείτε μία προσέγγιση της τιμής του $\frac{1}{2^{2,07}}$.

(β) Να βρεθούν το ολικό μέγιστο και το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης

$$g(x) = \ln x - x^2 .$$

στο διάστημα $[1, e]$.**Θέμα 4** (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(x^2 e^{-3x} + \frac{1}{4 + x^2 - 2x} \right) dx .$$

(β) Αποδείξτε ότι

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x^3 - \ln x - 11) dx \leq \frac{\pi}{4} .$$

Θέμα 5 (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\frac{4x^2 - 6x}{2x + 1} \right) dx .$$

(β) Να εξεταστεί ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της η συνάρτηση

$$f(x) = \ln(x^4) - \tan^{-1} x .$$

Θέμα 6 (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\cos 2x} \sin 2x dx .$$

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \ln(\sin(x^3 + 2)) \cos(x^3 + 2) x^2 dx .$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Το ολοκλήρωμα $\int \ln x dx$ ΔΕΝ θεωρείται γνωστό.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Δ. Δριβαλιάρης