

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι**  
**2 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2015**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**

1. Έστω  $a, b \in \mathbb{R}$  με  $a, b \neq 0$  και

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin x - b \frac{\sin(3ax)}{x} - 2x, & x < 0 \\ -9 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3ax^2 + 2x - b, & x > 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές των  $a, b$  για τις οποίες υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$

2. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραμετρικής καμπύλης

$$x = \frac{t}{t^2 + 1}, \quad y = \ln(1 - t), \quad t < 1$$

για  $t = 0$ .

3. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα της

$$f(x) = x - \tan x$$

στο  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ .

4. Να εξεταστεί ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η

$$g(x) = \frac{49}{8} x^{\frac{8}{7}} - \frac{1}{2} x^2.$$

5. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int e^{\sec(x^3 - 7)} \sec(x^3 - 7) \tan(x^3 - 7) x^2 dx.$$

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες  $y = 3x^3 - x^2 - x + 3$  και  $y = 3x^3 - 2x^2 + x + 2$  από  $x = 0$  έως  $x = 2$ .

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left( \frac{1}{x^2 + 6x + 11} + \frac{5x + 1}{x^2 - x - 2} \right) dx.$$

8. Εξετάστε αν συγκλίνει το γενικευμένο ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx.$$

Αν ναι, ποια είναι η τιμή του ;

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ**