

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
04 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2011

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ

1. Να βρεθούν οι κατακόρυφες και οι οριζόντιες ασύμπτωτες της

$$y = \frac{x+2}{x^2-4}.$$

2. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$ και βρείτε την $f'(0)$.

3. Να εξεταστεί ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η

$$g(x) = x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}.$$

4. Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η εφαπτομένη της καμπύλης

$$x = -\frac{1}{t}, y = \ln t, \quad t > 0$$

είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x - 11$.

5. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα της

$$f(x) = e^{-\cos x}$$

στο $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = e^{2x}$ και $y = e^{5x}$ από $x = -2$ έως $x = -1$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x}{(x-1)(x^2+2)} dx.$$

8. Εξετάστε αν συγκλίνει το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^0 xe^x dx.$$

Αν συγκλίνει, να βρεθεί η τιμή του.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ