

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
28 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ

1. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cos(x^3 - 2)}{x^2 - 4}.$$

2. Έστω a πραγματικός αριθμός και

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x < 0 \\ -x^2, & x \geq 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές του a για τις οποίες:

(I) Η $f(x)$ είναι συνεχής στο $x = 0$.

(II) Η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

3. Να βρεθεί μία εξίσωση της κάθετης στην

$$x \sin y = y \cos x$$

στο $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

4. Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η καμπύλη

$$x = \sec t, y = \tan t, \quad t \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

έχει οριζόντια εφαπτομένη.

5. Να βρεθεί το ολικό ελάχιστο της

$$f(x) = x^2 \ln x.$$

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x$ και $y = \frac{1}{x^2}$ από $x = \frac{1}{2}$ έως $x = 2$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\frac{3^{\log_2 x}}{x} + \sin 2x \right) dx.$$

8. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\frac{1}{2x^2 - 4x + 4} + e^x x^2 \right) dx.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ