

**Μαθηματική Ανάλυση Ι**

Απαντήστε σε πέντε από τα έξι θέματα

**Θέμα 1** (α) Χρησιμοποιήστε τον ορισμό του ορίου για να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{3}x + 2 \right) = \frac{8}{3}.$$

(β) Έστω

$$f(x) = \begin{cases} ax + \frac{3}{2}, & x < 0 \\ 4, & x = 0 \\ \frac{\sin(3x)}{2x}, & x > 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές του  $a$  για τις οποίες υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  και οι τιμές του  $a$  για τις οποίες η  $f(x)$  είναι συνεχής στο 0.**Θέμα 2** (α) Να βρεθεί η παράγωγος  $\frac{dy}{dx}$  αν

$$x^3y + \sin^{-1}(\ln x)y^3 = 3 \frac{2^y}{\cos(x^{\pi-3})}.$$

(β) Εξετάστε αν η συνάρτηση

$$g(t) = \begin{cases} 2t^2 + 3, & t < 0 \\ t^3 + 3, & t \geq 0 \end{cases}$$

είναι παραγωγίσιμη στο  $t_0 = 0$ . Αν ναι, ποια είναι η  $g'(0)$ ;**Θέμα 3** (α) Να εξεταστεί ως προς την μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα η

$$h(x) = \frac{x}{2} - \cos x$$

στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

(β) Να εξεταστεί ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η

$$g(x) = 5x^2 - 9x^{\frac{5}{3}}.$$

(γ) Να βρεθεί η γραμμικοποίηση της  $f(x) = e^{x^2}$  στο  $a = 0$ .**Θέμα 4** (α) Να υπολογιστεί το εμβαδόν της περιοχής ανάμεσα στην καμπύλη  $y = |\sin x|$  και τον άξονα  $x$  μεταξύ των  $x = -2\pi$  και  $x = \pi$ .(β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν της περιοχής ανάμεσα στην καμπύλη  $y = \ln x$  και τον άξονα  $x$  μεταξύ των  $x = \frac{1}{2}$  και  $x = 2$ .**Θέμα 5** (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left( 3^{x^2+1}x + \frac{1}{x^2 + 3x + 3} \right) dx.$$

(β) Να υπολογιστεί η  $\frac{df}{dt}$  αν

$$f(t) = t^{\cos(3t)} 2^{t+3}.$$

**Θέμα 6** (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left( x^2 e^{-3x} + \frac{x^3}{1+x^2} \right) dx.$$

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left( \frac{\sin x}{\sqrt{3 - \cos^2 x}} + \sin^{-1} x \right) dx.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Δ. Δριβαλιάρης