

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ
09 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2024

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right) (x^2 + 1) .$$

2. Έστω

$$g(x) = x^{\frac{3}{11}} .$$

- (α) Εξετάστε αν η $g(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.
(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ποια είναι η τιμή της $g'(0)$; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

3. Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης στην καμπύλη

$$y = \cos(x^2 - \pi)$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

4. Έστω

$$f(x) = \tan^{-1}(3x) - 11x .$$

- (i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.
(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Υπολογίστε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = \cos x - x^2 + 5x - 7$$

και

$$y = \cos x - 2x^2 + 7x - 4$$

από $x = -2$ ως $x = 1$.

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \sin^2(3x^2 - 5) x dx .$$

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{-3x - 1}{x^2 + 3x + 2} dx .$$

8. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \ln(x^2) dx .$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ