

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**18ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΓΙΑ ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ ΚΑΙ**  
**ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΣ ΘΕΩΡΗΜΑ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ**

- 1.** Έστω  $f(x)$  μία συνάρτηση συνεχής στο  $[a, b]$ . Αποδείξτε ότι αν

$$\int_a^b f(x) dx = 0,$$

τότε υπάρχει  $c \in [a, b]$  τέτοιο ώστε  $f(c) = 0$ .

- 2.** Υπολογίστε την παράγωγο

$$\frac{d}{dx} \left( \int_{\tan x}^0 \frac{dt}{1+t^2} \right).$$

- 3.** Βρείτε την συνάρτηση  $f(x)$  για την οποία ισχύει ότι

$$\int_0^x f(t) dt = x \cos(\pi x)$$

για κάθε  $x \geq 0$ .

- 4.** Βρείτε μία εξίσωση της εφαπτομένης της

$$g(x) = 3 + \int_1^{x^2} \sec(1-t) dt$$

στο  $x = 1$ .

- 5.** Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}, \quad y(4) = 1.$$

- 6.** Υπολογίστε τη μέση τιμή της

$$f(x) = |\cos x|$$

στο  $[0, \pi]$ .