

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**11ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ**

**1.** Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$3x^3 + 8x + 7 = 0$$

έχει ακριβώς μία λύση στο  $[-3, 0]$ .

**2.** (α) Έστω  $a, b \in \mathbb{R}$  με  $a < b$ .

Αποδείξτε ότι

$$|\sin b - \sin a| \leq |b - a|.$$

(β) Έστω  $a, b \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  με  $a < b$ .

Αποδείξτε ότι

$$\tan b - \tan a \geq b - a.$$

(γ) Έστω  $a, b \in (-\pi, 0)$  με  $a < b$ .

Αποδείξτε ότι

$$\cot b - \cot a \leq a - b.$$

**3.** (α) Βρείτε όλες τις συναρτήσεις  $f(x)$  για τις οποίες ισχύει ότι

$$f'(x) = \frac{x^2}{2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(β) Βρείτε όλες τις συναρτήσεις  $f(x)$  για τις οποίες ισχύει ότι

$$f'(x) = \sin x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**4.** (α) Βρείτε τη συνάρτηση  $f(x)$  για την οποία ισχύει ότι

$$f'(x) = \frac{x^3}{5} - x, \quad x \in \mathbb{R}$$

και ότι

$$f(1) = 2.$$

(β) Βρείτε τη συνάρτηση  $f(x)$  για την οποία ισχύει ότι

$$f'(x) = \cos x, \quad x \in \mathbb{R}$$

και ότι

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2.$$

(γ) Βρείτε τη συνάρτηση  $f(x)$  για την οποία ισχύει ότι

$$f'(x) = \sec^2 x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

και ότι

$$f(0) = 3.$$

**5.** Ένα σώμα κινείται πάνω στον άξονα  $x$ . Η επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή  $t$  είναι

$$a(t) = -8 \cos(2t),$$

η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι

$$v(0) = 4,$$

και η θέση του τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι

$$x(0) = 2.$$

(α) Βρείτε την ταχύτητα  $v(t)$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t$ .

(β) Βρείτε τη θέση  $x(t)$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t$ .