

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
4ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΤΟ ΟΡΙΟ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

1. Έστω $a \in \mathbb{R}$. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{x}.$$

2. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 + x - 2)}{x - 1}.$$

3. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(-2x)}{6x^2}.$$

4. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(x - 2) \sin(x - 2) - \sin(x - 2)}{(x - 2)^2(x + 1)}.$$

5. Υπολογίστε τα παρακάτω όρια

(α) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{x},$

(β) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|\sin x|}{x},$

(γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{x}.$

6. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|}.$$

Υπόδειξη: Υπολογίστε τα όρια

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{|x|} \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{|x|}.$$

7. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\cos x| - 1}{x}.$$