ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Φυσική ΙΙ

Ενότητα 1: Νόμος Coulomb, Ηλεκτρικό Πεδίο

Ιωάννης Γκιάλας
Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ηλεκτρικό φορτίο

- Φόρτιση με τριβή
- Αρνητικά φορτισμένη λαστιχένια ράβδος απωθεί γυάλινη θετικά φορτισμένη ράβδο
- Δύο ειδών φορτία
- Τα ομώνυμα απωθούνται
- Τα ετερώνυμα έλκονται
- Διατήρηση φορτίου
- Κβάντιση φορτίου

Οι τιμές φορτίου και μάζας των βασικών συστατικών της ύλης

	Ηλεκτρικό φορτίο	Μάζα
Πρωτόνιο (p)	$+1.6021892 \times 10^{-19}$ C	$1.6726485 \times 10^{-27}$ Kg
Νετρόνιο (n)	0	$1.6749543 \times 10^{-27}$ Kg
Ηλεκτρόνιο (e)	$-1.6021892 \times 10^{-19}$ C	9.109534×10^{-31} Kg

Παράδειγμα

Μία κοινή λάμπα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με ρυθμό 4 Cb το δευτερόλεπτο. Πόσα ηλεκτρόνια περνούν μέσα από την λάμπα σε αυτό το χρονικό διάστημα;

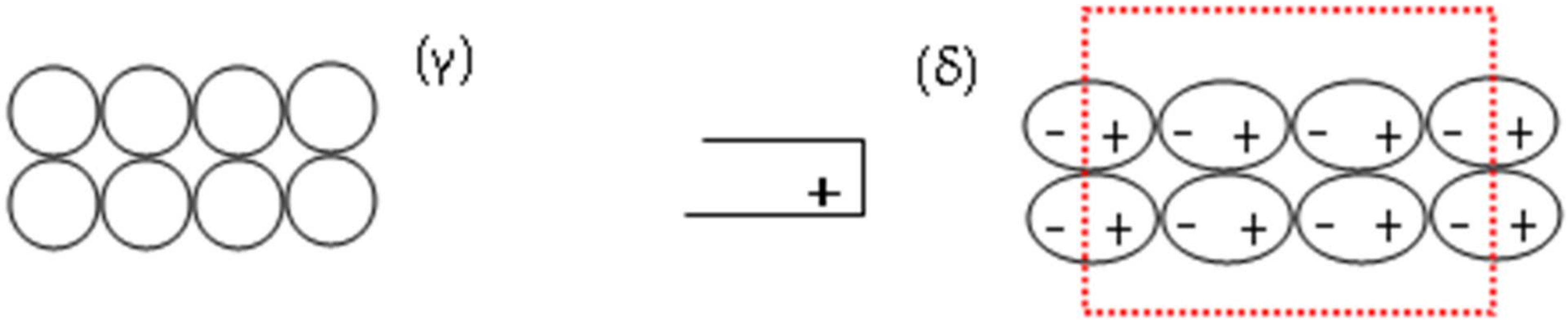
Απάντηση

Ένα ηλεκτρόνιο έχει φορτίο 1.6×10^{-19} C/ηλ. Σε ένα δευτερόλεπτο περνούν από την λάμπα 4 C. Άρα ο αριθμός ηλεκτρονίων N είναι

$$N = \frac{4\,C}{1.6\times10^{-19}\ C/\eta\lambda} = 2.5\times10^{19} \quad \text{ηλεκρονια}$$

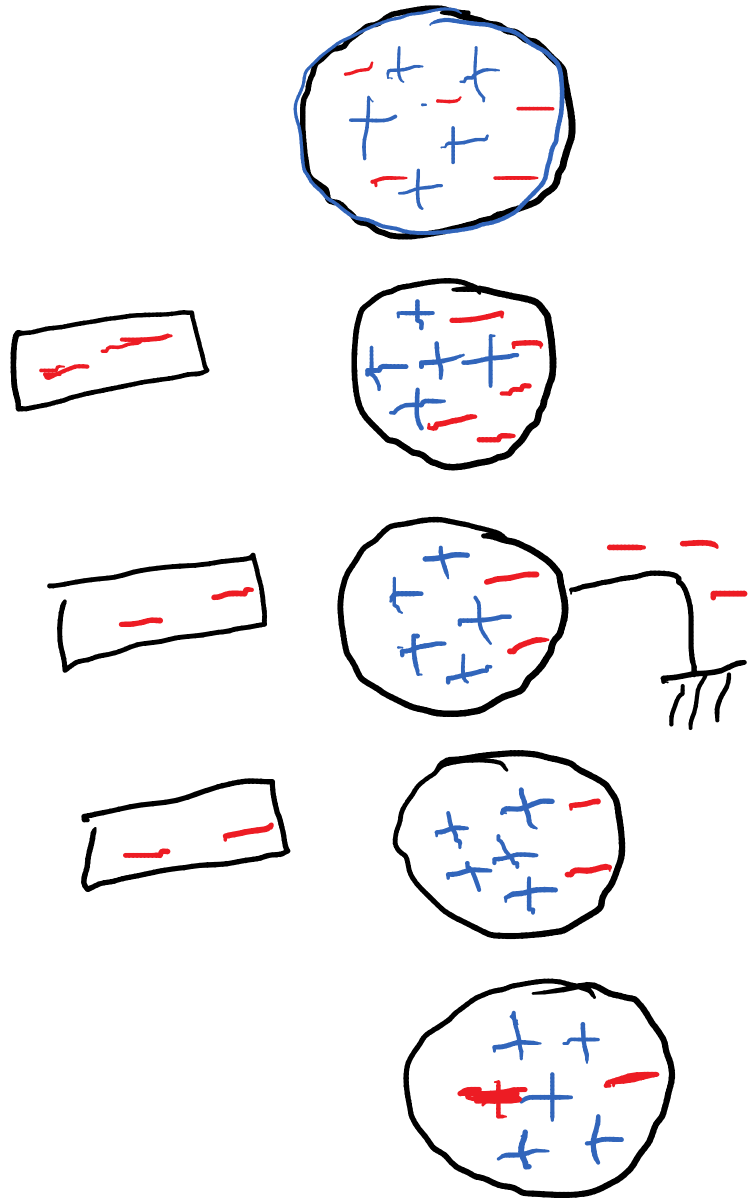
ηλεκτρόνια

Φόρτιση εξ επαγωγής

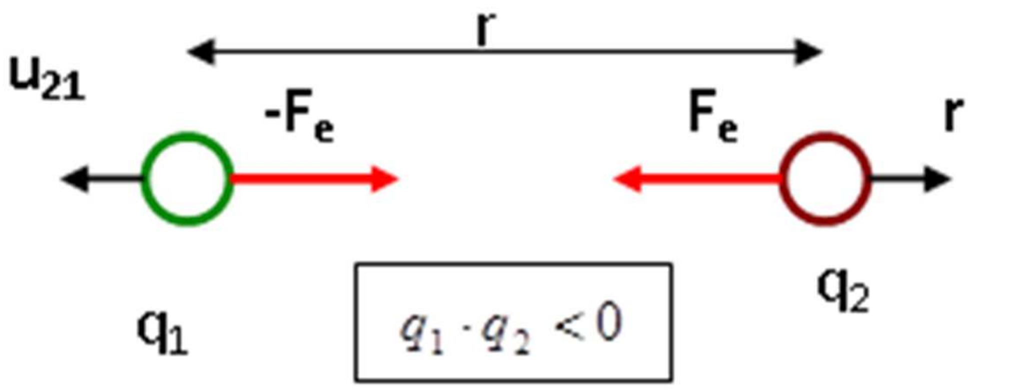


<u>Σχήμα 1.1</u> (γ) Σχηματική απεικόνιση των μορίων ενός μονωτικού υλικού στην απουσία ηλεκτρικών φορτίων στον περιβάλλοντα χώρο. (δ) Όταν υπάρχει ηλεκτρικό φορτίο στην περιοχή τα μόρια παραμορφώνονται και πολώνονται με αποτέλεσμα την εμφάνιση ηλεκτρικών φορτίων εξ επαγωγής στην επιφάνεια του υλικού.

- Φόρτιση αγωγού
- Φόρτιση αντικειμένων με επαγωγή



Νόμος Coulomb



Σχήμα 1.2 Η ηλεκτροστατική δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο φορτίων q_1 και q_2.

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$k_e = 8.987 \times 10^9 \, N \cdot m^2 / C^2$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \, C^2 / N \cdot m^2$$

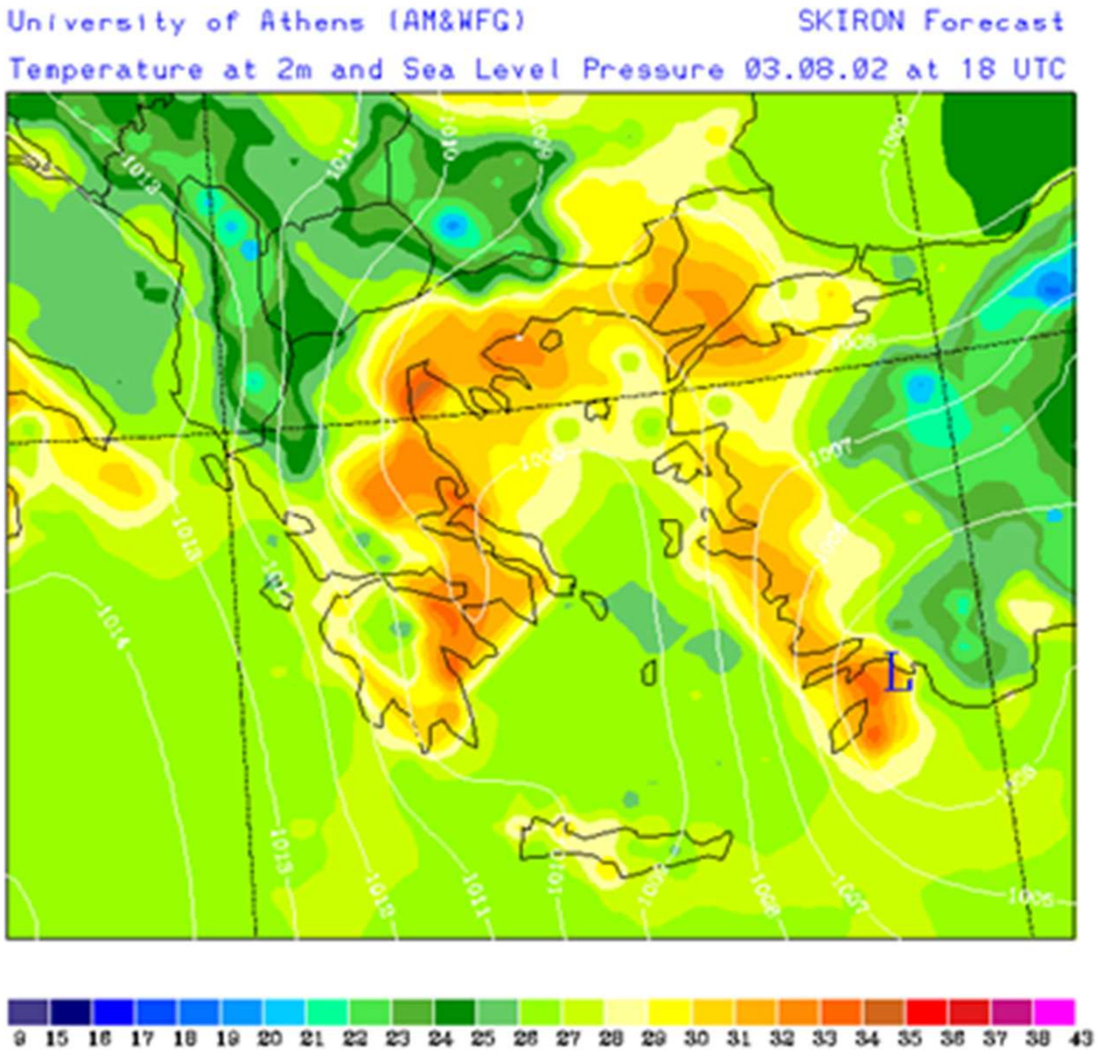
Διηλεκτρική σταθερά του κενού

Έννοια του πεδίου

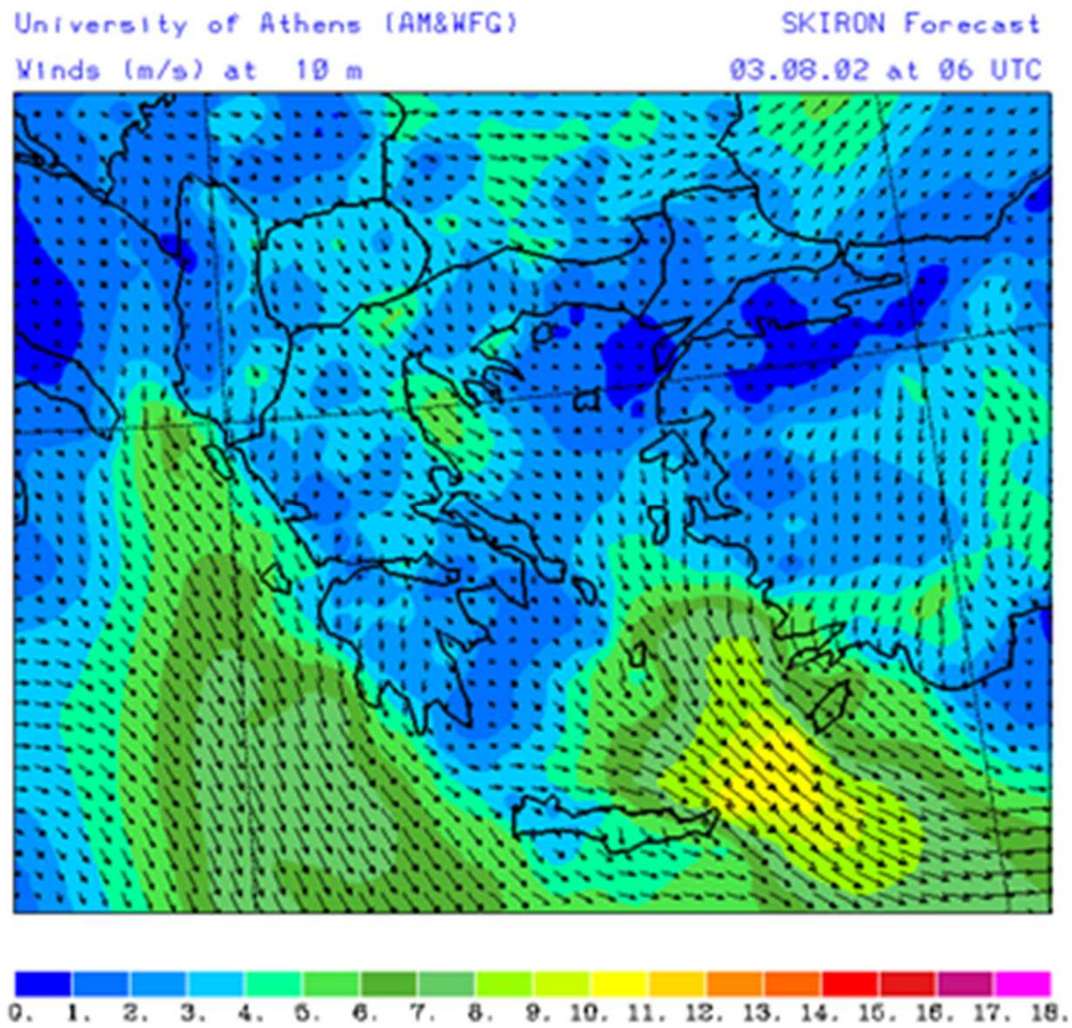
- Βαθμωτά πεδία

Πχ. Πεδίο θερμοκρασιών

Ισοβαρείς καμπύλε

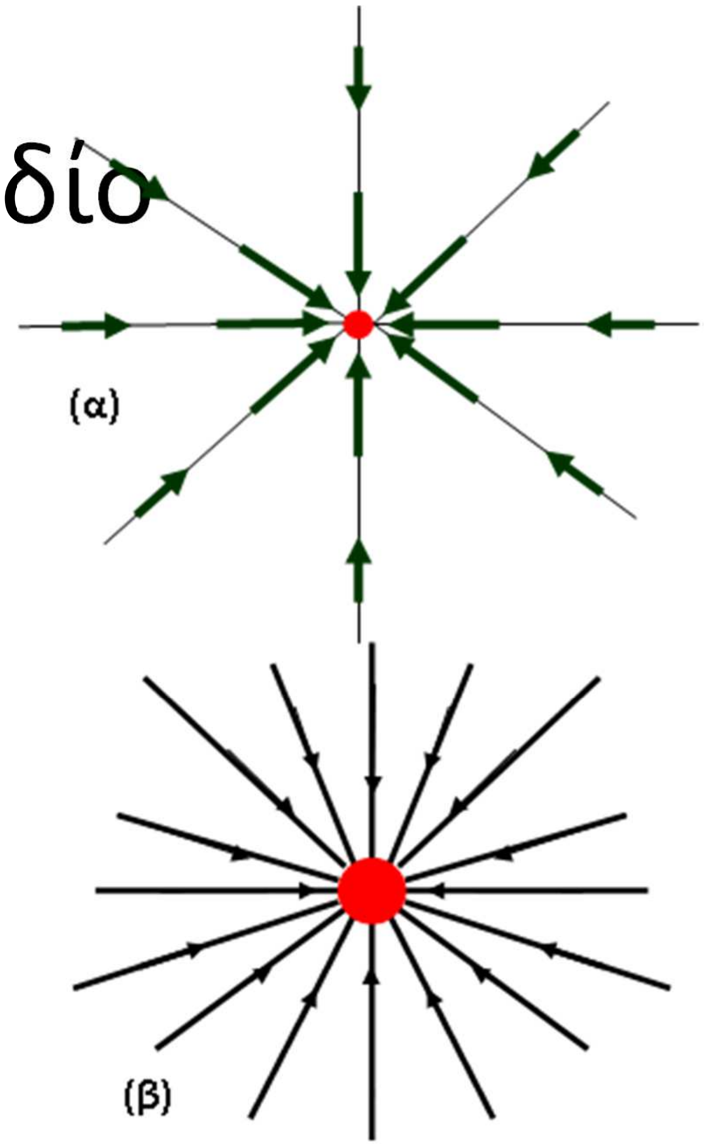


- Διανυσματικά πεδία



Βαρυτικό πεδίο

- Η βαρύτητα είναι μία κεντρική δύναμη
- Πάντα ελκτική
- Ομογενές πεδίο;
- Δυναμικές γραμμές
- Ιδιότητες δυναμικών γραμμών



Σχήμα 1.4 Σχηματική αναπαράσταση του βαρυτικού πεδίου (παράδειγμα κεντρικού πεδίου). **(α)** Με διανύσματα,

Ηλεκτρικό πεδίο

- Αναλογία με βαρυτικό πεδίο
- Δοκιμαστικό φορτίο
- Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

$$\vec{g} = \frac{\overrightarrow{F_g}}{m}$$

$$\vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_e}}{q_0} \qquad q_0 > 0$$

Ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου

$$\overrightarrow{F_e} = k_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$

$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F_e}}{q_0} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Σύνθεση ηλεκτρικών πεδίων

- Κάθε φορτίο δημιουργεί γύρω του το δικό του ηλεκτρικό πεδίο
- Σύνθεση ηλεκτρικών πεδίων από διακριτά ηλεκτρικά φορτία

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Παράδειγμα: Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ενός σημειακού φορτίου Q σαν συνάρτηση της απόστασης από το φορτίο.

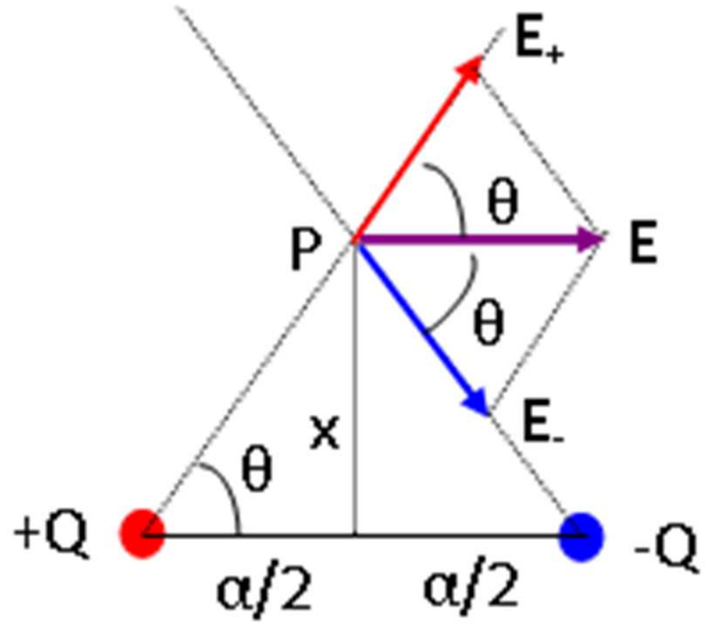
Απάντηση

*Για να βρούμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q σε μία θέση θα χρησιμοποιήσουμε σαν υπόθεμα ένα θετικό φορτίο q. Η δύναμη **F** που το Q ασκεί στο q είναι η δύναμη Coulomb. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου **E** στην θέση του q δίνεται από την σχέση*

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = \frac{1}{q} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2}\hat{\mathbf{u}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{u}}$$

*Το u είναι το ακτινικό μοναδιαίο διάνυσμα και r είναι η απόσταση του υπό μελέτη σημείου από το φορτίο Q. Όταν το Q είναι θετικό η φορά του **E** είναι προς τα έξω.*

Ηλεκτρικό δίπολο λέγεται ένα σύστημα με ίσα κατά μέτρο αλλά αντίθετα φορτία q, *τοποθετημένα σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους α. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην μεσοκάθετο της α.*

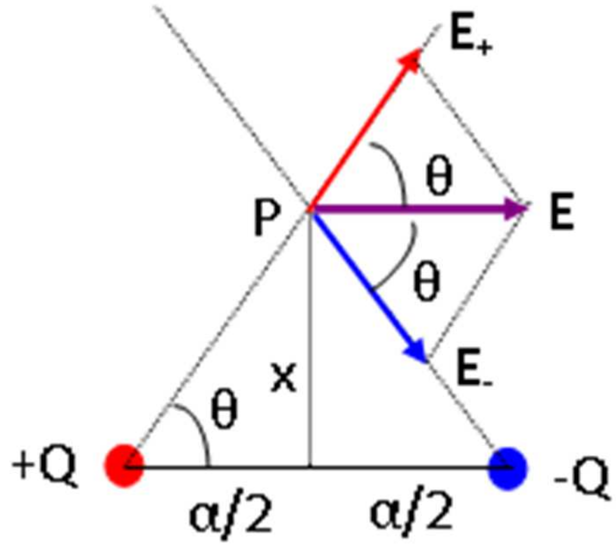


Σχήμα παραδείγματος 1.3.2

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{+} + \mathbf{F}_{-}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+} + \mathbf{E}_{-}$$

$$\left|\overrightarrow{E_{+}}\right| = \left|\overrightarrow{E_{-}}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$



Σχήμα παραδείγματος 1.3.2

$$E = E_{+}\cos\theta + E_{-}\cos\theta = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cos\theta$$

$$r^2 = x^2 + \left(a/2\right)^2$$

$$\cos\theta = \frac{a/2}{\sqrt{x^2 + \left(a/2\right)^2}}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\left(x^2 + \left(a/2\right)^2\right)^{-1}\frac{a/2}{\sqrt{x^2 + \left(a/2\right)^2}} = \frac{aQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(x^2 + \left(a/2\right)^2\right)^{-3/2}$$

- ***διπολική ροπή p***, *ορίζεται σαν ένα διάνυσμα με φορά από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο και μέτρο:*

$$p \equiv aQ$$

Τελικά

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}$$

Συζήτηση για τον τύπο

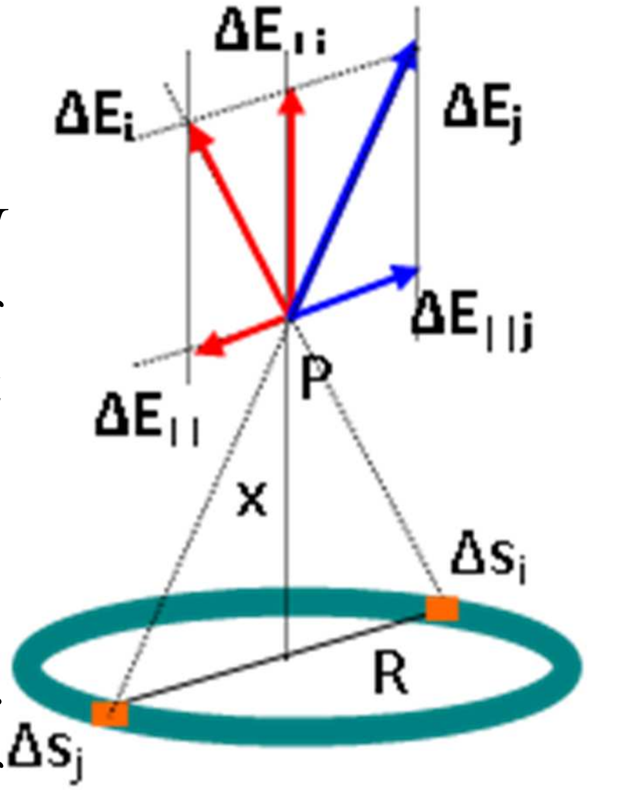
Ηλεκτρικό πεδίο συνεχούς κατανομής φορτίου

$$\vec{E} = \lim_{N \to \infty}\left(k_e \sum_{i}^{N} \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \right) = \lim_{\Delta q_i \to 0}\left(k_e \sum_{i}^{N} \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \right) = k_e \int \frac{dq}{r^2}$$

- Πυκνότητα φορτίου (σε 3-διάστατα προβλήματα, και οι 3 διαστάσεις περίπου ίδιες) $$\rho = \frac{Q}{V} \quad \left(C \cdot m^{-3} \right)$$
- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου (μία διάσταση πολύ μικρότερη από τις άλλες 2) $$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \left(C \cdot m^{-2} \right)$$
- Γραμμική πυκνότητα φορτίου (μία διάσταση πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες 2) $$\lambda = \frac{Q}{l} \quad \left(C \cdot m^{-1} \right)$$

ΑΣΚΗΣΗ: Θεωρείστε κυκλικό δακτύλιο ακτίνας R ομοιόμορφα φορτισμένο με θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίο πάνω στον άξονα του δακτυλίου

Έστω ότι θα υπολογίσουμε την ένταση ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P του άξονα. Μπορούμε να χωρίσουμε τον δακτύλιο σε N μικρά κομματάκια Δs_i *όπου το i παίρνει τιμές από το 1 μέχρι το N, έτσι ώστε το κάθε ένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί ότι κρατάει ένα μικρό, σχεδόν σημειακό φορτίο* Δq_i*. Βάζοντας στο P ένα δοκιμαστικό φορτίο q, πάνω του θα ασκηθούν δυνάμεις Coulomb* $\boldsymbol{F_i}$ *από όλα τα* q_i*. Πάλι έχουμε εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας.*



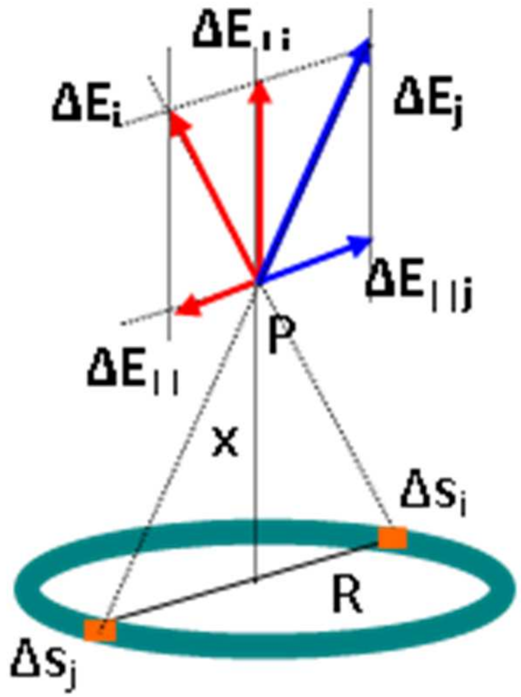
Σχήμα παραδείγματος 1.3.

- $\lambda = Q/(2\pi R)$.

$$r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$\Delta E_{\perp i} = \Delta E_i \cos\theta_i = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q_i}{r^2}\right)\frac{x}{r}$$

$$\Delta q_i = Q\frac{\Delta s_i}{2\pi R}$$



Σχήμα παραδείγματος 1.3.3

$$E \cong \sum_{i=1}^{N} \Delta E_{\perp i} = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q_i}{r^2}\right)\frac{x}{r} = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(Q\frac{\Delta s_i}{2\pi R}\right)\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\frac{Q}{2\pi R}\left(\sum_{i=1}^{N}\Delta s_i\right) \Rightarrow$$

$$E = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\frac{Q}{2\pi R}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathit{\Delta} s_i\right)\right] =$$

$$\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\frac{Q}{2\pi R}\right)\lim_{N\to\infty}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathit{\Delta} s_i\right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(Q\frac{1}{2\pi R}\right)\frac{1}{x^2+R^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}(2\pi R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(x^2+R^2\right)^{-3/2}x$$

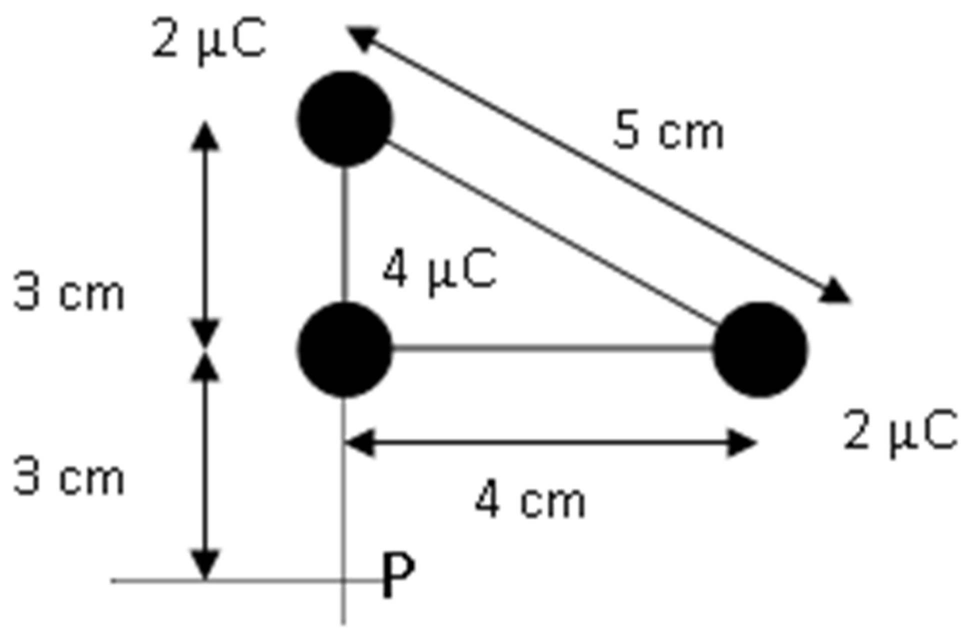
$$E = \int dE_\perp \equiv \lim_{\substack{\Delta s_i\to 0\\ N\to\infty}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathit{\Delta} E_{\perp i}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(x^2+R^2\right)^{-3/2}x$$

Ολοκληρώματα

- *Αν το Δs_i τείνει να γίνει μηδέν, το συμβολίζουμε με* ds. *Ο αριθμός των όρων στο άθροισμα, Ν, τείνει να γίνει άπειρος, και το άθροισμα των συνεισφορών γίνεται ολοκλήρωμα.*

$$E = \int dE_{\perp} \equiv \lim_{\substack{\Delta s_i \to 0 \\ N \to \infty}} \left(\sum_{i=1}^{N} \Delta E_{\perp i} \right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o} \left(x^2 + R^2 \right)^{-3/2} x$$

Παράδειγμα:*Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P*

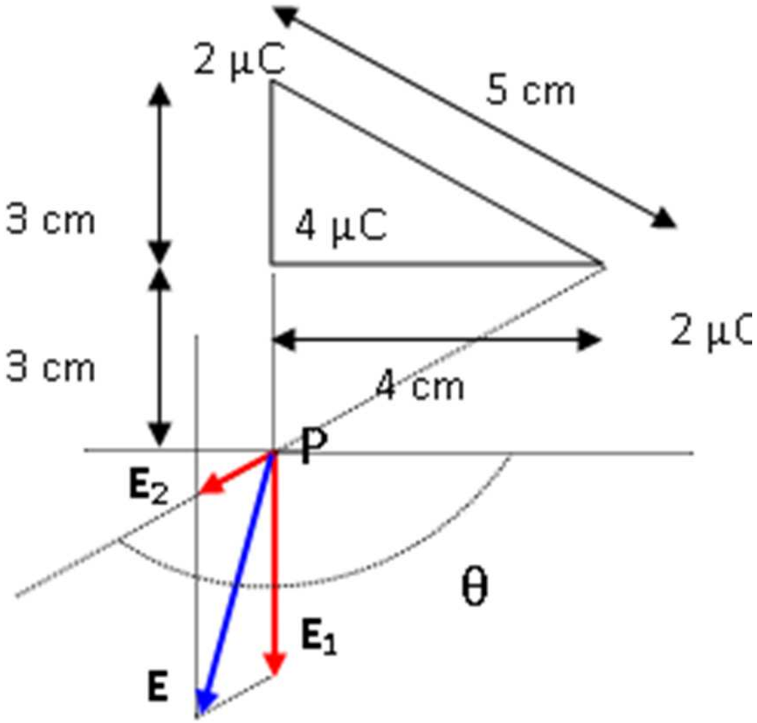


$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2}$$

$$E_1 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2\mu C}{6^2 cm^2} + \frac{4\mu C}{3^2 cm^2}\right) =$$

$$\left(9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2}\right)\left(0.5\frac{10^{-6}C}{10^{-4}m^2}\right) \Rightarrow$$

$$E_1 = 4.5\times10^7 \frac{N}{C}$$



$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\mu C}{5^2 cm^2} = 0.72\times10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_x = E_{2x} = E_2 \cos\theta = -\left(0.72\times10^7\right)\left(\frac{4}{5}\right)\frac{N}{C} = -5.76\times10^6\,\frac{N}{C}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 + E_2 \sin\theta$$

$$= -4.5\times10^7\,\frac{N}{C} - \left(0.72\times10^7\right)\left(\frac{3}{5}\right)\frac{N}{C} = -4.93\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$E_x = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 49.6\times10^6\,\frac{N}{C}$$

$$\tan\phi = \frac{E_y}{E_x} = 8.56 \Rightarrow \phi = \tan^{-1} 8.56 = 83.3^\circ$$