

1

Μοντέλο ανάλυσης διασποράς με έναν παράγοντα

Κάθε παρατήρηση μπορεί να γραφτεί

$$y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, n_i \end{cases}$$

η εναλλακτικά

$$y_{ij} = \mu_i + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

y_{ij} : η j παρατήρηση της i θεραπείας

μ_i : μέσος της i θεραπείας

τ_i : επίδραση της i θεραπείας

ϵ_{ij} : τυχαίο σφάλμα

Επομένως οι υποθέσεις :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

H_1 : Δυο τουλάχιστον από τις $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ είναι διαφορετικές μεταξύ τους

διαφοροώνονται ισοδύναμα

$$H_0 : \tau_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k$$

H_1 : Ένα τουλάχιστον από τα $\tau_j \neq 0$

One way ANOVA

Πράξη 4

Θέλουμε να ερετίσουμε εάν τρία διαφορετικά προγράμματα προετοιμασίας για εξετάσεις οδηγούν σε διαφορετικές μέσες βαθμολογίες σε μια συγκεκριμένη εξέταση. Για να το ελέγξουμε χωρίσουμε 30 μαθητές σε τρεις ομάδες. Τα αποτελέσματα της εξέτασης για κάθε ομάδα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 3
85	91	79
86	92	78
88	93	88
75	85	94
78	87	92
94	84	85
98	82	83
79	88	85
71	95	82
80	96	81

$$\bar{x}_1 = 83,4$$

$$\bar{x}_2 = 89,3$$

$$\bar{x}_3 = 84,7$$

$$\bar{\bar{x}} = 85,8$$

(3)

Υπολογισμός SSTr από τον τύπο

$$\sum_j n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$
 όπου n_j : μέγεθος δείγματος j

$$SSTr = 10(83.4 - 85.8)^2 + 10(89.3 - 85.8)^2 + 10(84.7 - 85.8)^2 = 192,2$$

Υπολογισμός SSE από τον τύπο $\sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

ΟΜΑΔΑ 1: $(85 - 83,4)^2 + (86 - 83,4)^2 + (88 - 83,4)^2 + (75 - 83,4)^2 + (78 - 83,4)^2 + \dots + (80 - 83,4)^2 = 640,4$

ΟΜΑΔΑ 2: $(91 - 89,3)^2 + (92 - 89,3)^2 + \dots + (95 - 89,3)^2 + (96 - 89,3)^2 = 208,1$

ΟΜΑΔΑ 3: $(79 - 84,7)^2 + (78 - 84,7)^2 + \dots + (82 - 84,7)^2 + (81 - 84,7)^2 = 252,1$

$$SSE = 640,4 + 208,1 + 252,1 = 1100,6$$

Υπολογισμός SSTo

$$SSTo = SSTr + SSE = 192,2 + 1100,6 = 1292,8$$

Συμπληρώσω τον πίνακα ANOVA

Πηγή	df	SS	MS	F
Παραγοντός	2	192,2	96,1	2,358
Σφάλμα	27	1100,6	40,8	
Σύνολο	29	1292,8		

(14)

βαθμοί ελευθ. παρ. : $k-1 = 3-1 = 2$

" " βγαλμάς : $m-k = 30-3 = 27$

" " σύνολο : $n-1 = 30-1 = 29$

$$MST_r = \frac{SST_r}{2} = \frac{192,2}{2} = 96,1$$

$$MSE = \frac{1100,6}{27} = 40,8$$

$$F = \frac{MST_r}{MSE} = \frac{96,1}{40,8} = 2,358$$

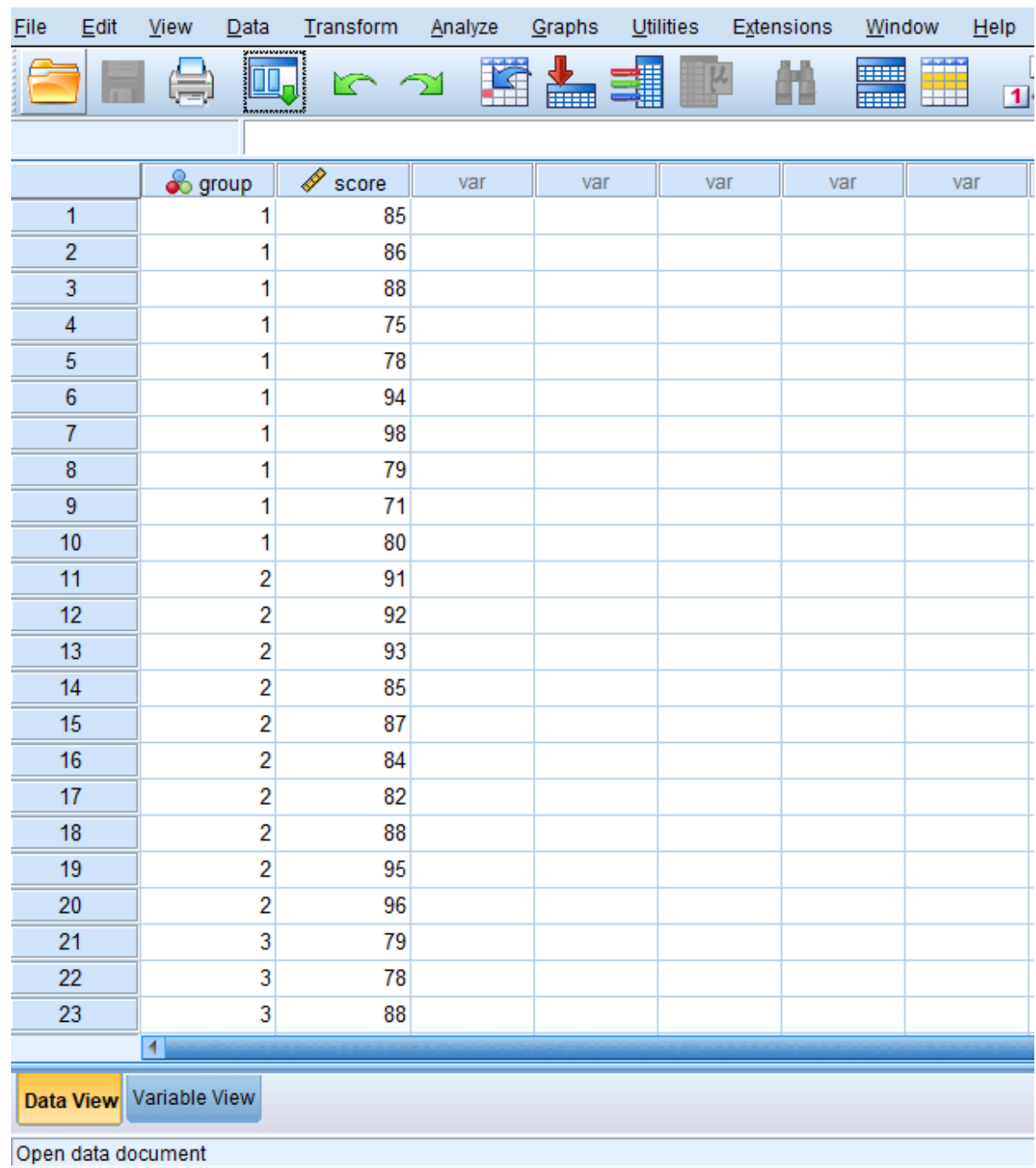
η κριτική τιμή

$$F_{0,05, 2, 27} = 3,3541$$

$F < F_{0,05, 2, 27}$ άρα δεν μπορούμε να απορριψουμε την μηδενική υπόθεση.

Δεν έχουμε επαρκής αποδείξεις για να ισχυριστούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις μέσες βαθμολογίες των τριών ομάδων.

Ασκηση 4 -Βαθμολογίες εξέτασης – σε SPSS

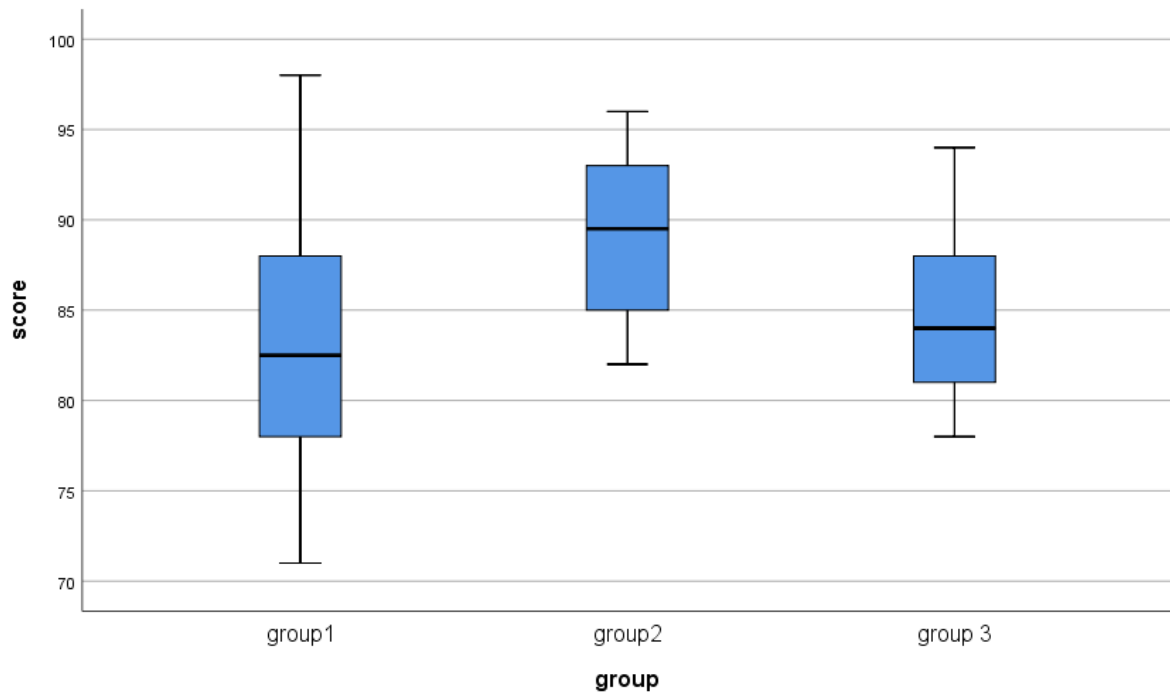


The screenshot shows the SPSS Data Editor window. The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, Graphs, Utilities, Extensions, Window, and Help. The toolbar contains icons for file operations, navigation, and data manipulation. The data table has the following structure:

	group	score	var	var	var	var	var
1	1	85					
2	1	86					
3	1	88					
4	1	75					
5	1	78					
6	1	94					
7	1	98					
8	1	79					
9	1	71					
10	1	80					
11	2	91					
12	2	92					
13	2	93					
14	2	85					
15	2	87					
16	2	84					
17	2	82					
18	2	88					
19	2	95					
20	2	96					
21	3	79					
22	3	78					
23	3	88					

At the bottom of the window, there are tabs for 'Data View' (selected) and 'Variable View'. Below the tabs is a text box containing 'Open data document'.

1) Έλεγχος κανονικότητας



Tests of Normality

	group	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
score	group1	,157	10	,200 [*]	,972	10	,905
	group2	,138	10	,200 [*]	,955	10	,731
	group3	,177	10	,200 [*]	,941	10	,568

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Descriptives

score	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
group1	10	83,40	8,435	2,667	77,37	89,43	71	98
group2	10	89,30	4,809	1,521	85,86	92,74	82	96
group 3	10	84,70	5,293	1,674	80,91	88,49	78	94
Total	30	85,80	6,677	1,219	83,31	88,29	71	98

2) Έλεγχος ίσων διασπορών

Test of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Lifetime	Based on Mean	1,346	3	16	,295
	Based on Median	,433	3	16	,732
	Based on Median and with adjusted df	,433	3	11,950	,733
	Based on trimmed mean	1,284	3	16	,314

3) Πίνακας ANOVA

ANOVA

score	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	192,200	2	96,100	2,358	,114
Within Groups	1100,600	27	40,763		
Total	1292,800	29			

Ασκηση 3- διάρκεια ζωής μπαταριών-με SPSS

The screenshot shows the SPSS Data Editor window. The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, Graphs, Utilities, Extensions, Window, and Help. The toolbar contains various icons for file operations and data manipulation. The data editor shows a grid with 23 rows and 10 columns. The first two columns are labeled 'Brand' and 'Lifetime'. The remaining eight columns are labeled 'var'. The data for the first 20 rows is as follows:

	Brand	Lifetime	var	var	var	var	var	var	var
1	1	42							
2	1	30							
3	1	39							
4	1	28							
5	1	29							
6	2	28							
7	2	36							
8	2	31							
9	2	32							
10	2	27							
11	3	24							
12	3	36							
13	3	28							
14	3	28							
15	3	33							
16	4	20							
17	4	32							
18	4	38							
19	4	28							
20	4	25							
21									
22									
23									

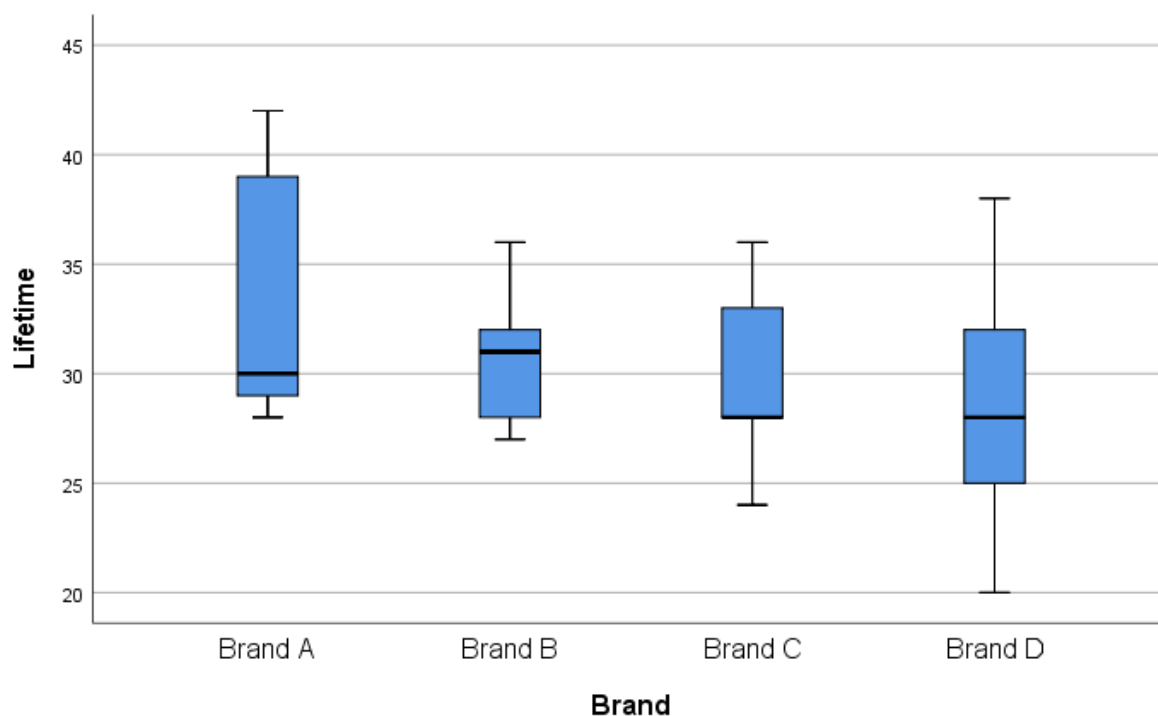
1) Έλεγχος κανονικότητας

Tests of Normality

	Brand	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Lifetime	Brand A	,312	5	,125	,831	5	,142
	Brand B	,184	5	,200*	,950	5	,738
	Brand C	,249	5	,200*	,950	5	,734
	Brand D	,135	5	,200*	,996	5	,995

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction



Descriptives

Lifetime

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
Brand A	5	33,60	6,427	2,874	25,62	41,58	28	42
Brand B	5	30,80	3,564	1,594	26,38	35,22	27	36
Brand C	5	29,80	4,712	2,107	23,95	35,65	24	36
Brand D	5	28,60	6,841	3,059	20,11	37,09	20	38
Total	20	30,70	5,430	1,214	28,16	33,24	20	42

2) Έλεγχος διασπορών

Test of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Lifetime	Based on Mean	1,346	3	16	,295
	Based on Median	,433	3	16	,732
	Based on Median and with adjusted df	,433	3	11,950	,733
	Based on trimmed mean	1,284	3	16	,314

3) Πίνακας ANOVA

ANOVA

Lifetime

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	68,200	3	22,733	,739	,544
Within Groups	492,000	16	30,750		
Total	560,200	19			