

Εργασία στο μάθημα 'Στοχαστική Μοντελοποίηση' -Σεπτέμβριος 2024

12 Σεπτεμβρίου 2024

1. Να διατυπωθεί το κριτήριο ολοκληρωσιμότητας πραγματικών συναρτήσεων πραγματικής μεταβλητής κατά Riemann και να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = 0, x \in [0, 1] \setminus \{x_0\}$ όπου $x_0 \in [0, 1]$ και $f(x_0) = 1$ είναι ολοκληρώσιμη κατά Riemann.
2. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα κατά Lebesgue της χαρακτηριστικής συνάρτησης των ρητών στο $[0, 1]$.
3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα Ito

$$\int_0^T B_t dB_t, T > 0.$$

4. Να εξετασθεί ως προς την ύπαρξη ισχυρής λύσης η στοχαστική διαφορική εξίσωση $X = (X_t), t \in [0, T], T > 0$:

$$dX_t = 2X_t dt + 3X_t dB_t,$$

όπου $B = (B_t)_{t \in [0, T]}, T > 0$ είναι μια μονοδιάστατη κίνηση Brown. Κατόπιν να προσδιορίσετε τη λύση αυτής.