

# Εργασία στο μάθημα 'Στοχαστική Μοντελοποίηση'

26 Ιανουαρίου 2024

1. Να διατυπωθεί το κριτήριο ολοκληρωσιμότητας πραγματικών συναρτήσεων πραγματικής μεταβλητής κατά Riemann και να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f(x) = 0, x \in [0, 1] \setminus \{x_0\}$  όπου  $x_0 \in [0, 1]$  και  $f(x_0) = 1$  είναι ολοκληρώσιμη κατά Riemann.
2. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα κατά Lebesgue της χαρακτηριστικής συνάρτησης των αρρήτων στο  $[0, 1]$ .
3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα Ito

$$\int_0^T B_t^3 dB_t, T > 0.$$

4. Να εξετασθεί ως προς την ύπαρξη ισχυρής λύσης η στοχαστική διαδικασία  $X = (X_t), t \in [0, T], T > 0$  η ακόλουθη στοχαστική διαφορική εξίσωση :

$$dX_t = 2X_t dt + 4X_t dB_t,$$

όπου  $B = (B_t)_{t \in [0, T]}, T > 0$  είναι μια μονοδιάστατη κίνηση Brown. Κατόπιν να προσδιορίσετε τη λύση αυτήν.