

Θέματα Εξετάσεων στη 'Στοχαστική Μοντελοποίηση'-Σεπτέμβριος 2021

1. Να δοθεί ο ορισμός της μετρήσιμης συνάρτησης ως προς ένα χώρο πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) και να δοθεί ο ορισμός της σ -άλγεβρας σε ένα μη κενό σύνολο Ω .
2. Να δοθεί ο ορισμός του μέτρου Lebesgue στο σύνολο των πραγματικών αριθμών και να δείξετε ότι το μέτρο Lebesgue ενός πεπερασμένου συνόλου στο σύνολο των πραγματικών αριθμών είναι ίσο με μηδέν
3. Να δοθεί ο ορισμός του συνόλου Borel στο σύνολο των πραγματικών αριθμών και να δείξετε ότι κάθε κλειστό διάστημα είναι σύνολο Borel.
4. Να δοθεί ο ορισμός του αριθμήσιμου συνόλου και να δείξετε ότι στο σύνολο των πραγματικών αριθμών η χαρακτηριστική συνάρτηση ενός αριθμήσιμου συνόλου είναι ολοκληρώσιμη κατά Lebesgue.
5. Να δοθεί ο ορισμός της τροχιάς μιας στοχαστικής διαδικασίας με χώρο καταστάσεων το κλειστό διάστημα $[0, 1]$ και χρόνο ίσο με το $[0, 1]$ επίσης.
6. Να οριστεί λεπτομερώς η έννοια της τυχαίας μεταβλητής $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ως προς το χώρο πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) και το μέτρο κατανομής πιθανότητας P_X μιας τυχαίας μεταβλητής.
7. Ποια η σχέση του μέτρου κατανομής πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής με την αθροιστική συνάρτηση κατανομής μιας τυχαίας μεταβλητής.
8. Να δοθεί ο ορισμός του διακριτού συνόλου και παράδειγμα κατανομής της οποίας οι ενδεχόμενες τιμές είναι διακριτό, μη πεπερασμένο σύνολο.
9. Να δοθεί ο ορισμός του άπειρου συνόλου. Είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών αριθμήσιμο ;
10. Να διατυπώσετε τον ορισμό του μέτρου -γινόμενο.
11. Να δοθεί ο ορισμός μιας semimartingale στοχαστικής διαδικασίας.