**ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ, 09/2020**

***Οδηγίες:*** *Γράψτε τις απαντήσεις σας μέσα στο κείμενο πάνω στο αρχείο word (που κατεβάσατε από το eclass). Σώστε το αρχείο αφού συμπληρώσετε το όνομα και το επίθετό σας στο όνομα του αρχείου. Ανεβάστε το αρχείο με τις απαντήσεις σας στις ‘Εργασίες’ στο eclass.*

*Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε βιβλία και σημειώσεις. Επίσης μπορείτε να βρείτε τυχόν πίνακες που σας χρειάζονται κάνοντας google search.*

**ΑΣΚΗΣΗ 1.** *(5 μονάδες)*

 Θεωρήστε το πρότυπο γραμμικής παλινδρόμησης , με ένα διάνυσμα αποκρίσεων και ένα διάνυσμα συμμεταβλητών. Δίνεται πως και για τα σφάλματα ισχύει .

1. (1.50 μονάδα) Γράψτε τη πιθανοφάνεια του προτύπου υποθέτοντας τη κανονική κατανομή για τα σφάλματα και βρείτε τους εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας (ΕΜΠ) των παραμέτρων και (υποθέτοντας τη κανονική κατανομή). Δείξτε όλα τα βήματα (με αποδείξεις).
2. (2.00 μονάδες) Βρείτε την κατανομή των ΕΜΠ\*, δηλαδή του διανύσματος . Γράψτε αναλυτικά την από κοινού σ.π.π (pdf) των ΕΜΠ υποθέτοντας τη κανονική κατανομή για τα σφάλματα.
3. (1.50 μονάδα) Δείξτε πως ο εκτιμητής είναι αμερόληπτος εκτιμητής της ακόμη και όταν τα σφάλματα ***ΔΕΝ*** ακολουθούν κανονική κατανομή.

*\*Σημείωση: η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π ή pdf) της κατανομής δίνεται από τον τύπο:*

 *για x θετικό.*

**ΑΣΚΗΣΗ 2.** *(6 μονάδες)* Θεωρήστε το πρότυπο Poisson παλινδρόμησης με μία συμμεταβλητή x.

, με .

Δίνονται τα δεδομένα : (1, 2), (2, 8), (3, 11), (4, 28), (5, 36),

1. (0.50 μονάδα) Γράψτε τον λογάριθμο της πιθανοφάνειας για τα συγκεκριμένα δεδομένα.
2. (2.00 μονάδες) Βρείτε τις εκτιμητικές εξισώσεις για την εκτίμηση των συντελεστών (για τα συγκεκριμένα δεδομένα). Γράψτε τις εκτιμητικές εξισώσεις βάσει των ‘υπολοίπων’ ( ). Δείξτε όλα τα βήματα.
3. (1.50 μονάδες) Δείξτε πως οι εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας των και ισούνται με 0.7293339 και 0.5922079 αντίστοιχα\*.
4. (2.00 μονάδες) Βρείτε εκτιμήσεις των ασυμπτωτικών τυπικών σφαλμάτων των ΕΜΠ, δηλαδή και .

*\*Σημείωση: Οι πράξεις να γίνουν με ακρίβεια* ***7*** *δεκαδικών.*

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες