

**3ο Φυλλάδιο Ασκήσεων
στα 'Μαθηματικά Οικονομικά'**

- 1) Θεωρούμε το τριωνυμικό μοντέλο μίας περιόδου, που αποτελείται από δύο αξιόγραφα: έναν τραπεζικό λογαριασμό με συντελεστή ανατοκισμού $1+r$ μεταξύ της περιόδου 0 και 1 και μία μετοχή που στην περίοδο 0 έχει τιμή S ευρώ. Οι συντελεστές ανόδου, μεσαίας ανόδου και κατώτερης ανόδου της απόδοσής της είναι $u > m > d > 0$. Να δείξετε
- α) ότι η αγορά αυτή δεν είναι πλήρης,
 - β) αν ένα διάνυσμα τιμών είναι το $(1,1,1,1)$ τότε να προσδιορίσετε την εξίσωση που ικανοποιούν τα u, m, d . Να αναφέρετε ένα παράδειγμα τέτοιων u, m, d .
 - γ) Να προσδιορίσετε ένα διάνυσμα risk-neutral πιθανοτήτων για το παράδειγμα αυτό.
- 2) Για την οικονομία ανταλλαγής με την παραπάνω αγορά αξιογράφων
- α) να υπολογίσετε την τρέχουσα αξία κατά την περίοδο 1 του χαρτοφυλακίου $z=(-1,1)$,
 - β) θεωρώντας το διάνυσμα τιμών $(1,1,1,1)$ για τις τέσσερις καταστάσεις του κόσμου, να προσδιορίσετε το διάνυσμα q των αξιογράφων κατά την περίοδο 0,
 - γ) να προσδιορίσετε την αξία του χαρτοφυλακίου του ερωτήματος α) κατά την περίοδο 0, για το παραπάνω διάνυσμα τιμών q .
- 3) Για την ίδια οικονομία ανταλλαγής, εάν ένας καταναλωτής -επενδυτής έχει αρχικό πλούτο $\omega=(2,1,1,1)$,
- α) να εξετάσετε αν υπάρχει χαρτοφυλάκιο των δύο αξιογράφων που να αναπαράγει το ω ,
 - β) για το χαρτοφυλάκιο $z=(1,-1)$ να προσδιορίσετε το διάνυσμα κατανάλωσης αυτού του καταναλωτή -επενδυτή.
 - γ) αν η συνάρτηση ωφελιμότητας αυτού του καταναλωτή είναι
$$v(x) = v(x_0, x_1) = \log(x_0) + \log(x_1(u) + x_1(m) + x_1(d))$$
, να υπολογιστεί η ωφελιμότητα του καταναλωτή ως προς τον αρχικό του πλούτο και ως προς το διάνυσμα κατανάλωσης που επάγει η επένδυση στο χαρτοφυλάκιο $z=(1,-1)$,
 - δ) συνέφερε ή όχι η επιλογή του χαρτοφυλακίου αυτού τον καταναλωτή -επενδυτή;