

Θέματα Εξετάσεων περιόδου Σεπτεμβρίου 2020  
στο μάθημα "Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά ΙΙΙ"

1. Να αναφερθούν οι βασικές ιδιότητες μιας μονοδιάστατης κίνησης Brown.
2. Να διατυπωθεί η μορφή μιας αγοράς τύπου Black-Scholes και να αιτιολογήσετε με δύο τρόπους το ότι μια τέτοια αγορά είναι πλήρης.
3. Ποια στοχαστική διαδικασία αντιστοιχεί στο μοναδικό εκθετικό martingale στην περίπτωση μιας αγοράς τύπου Black -Scholes ?
4. Στην περίπτωση μιας αγοράς τύπου Black -Scholes, ο λόγος του Sharpe (Sharpe Ratio) είναι σταθερός, ή μεταβάλλεται ως προς το χρόνο ?
5. Θεωρώντας μία διαμέριση του χρονικού διαστήματος  $[0, T]$  να δείξετε ότι η στοχαστική διαδικασία που προκύπτει από τις τυχαίες μεταβλητές της κίνησης Brown είναι martingale πεπερασμένου χρόνου.
6. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα Ito της στοχαστικής διαδικασίας που περιγράφεται στην προηγούμενη άσκηση.
7. Να δοθεί ο ορισμός ενός χώρου πιθανότητας, όπως αυτός χρησιμοποιείται στα μοντέλα συνεχούς χρόνου και ο ορισμός της διήθησης ή διύλισης (filtration).
8. Πότε δύο μέτρα πιθανότητας ονομάζονται ισοδύναμα;
9. Σε μια πλήρη αγορά, πόσα risk -neutral μέτρα πιθανότητας υπάρχουν;
10. Να διατυπώσετε τη συνθήκη Novikov και ποια είναι η σχέση της με την ανισότητα Jensen.

Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.