

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Για να διαπιστώσουμε το κατά πόσο το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που κατασκευάσαμε ερμηνεύει ικανοποιητικά το υπό εξέταση πρόβλημα και άρα αυτό μπορεί να επιλυθεί με τις μεθόδους του, θα πρέπει να εξετάσουμε την ισχύ των ακόλουθων παραδοχών:

i) **Αναλογικότητα:** Η αναλογικότητα αφορά τόσο στην αντικειμενική συνάρτηση όσο και στους περιορισμούς του μοντέλου. Το γεγονός ότι η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική σημαίνει ότι η συνεισφορά στη συνολική τιμή του z από μια μεταβλητή απόφασης είναι γραμμικά ανάλογη της τιμής που παίρνει η μεταβλητή αυτή. Π.χ. στο πρόβλημα παραγωγής τσαντών της Par Inc. κάθε πρόσθετη συμβατική τσάντα που παράγεται συνεισφέρει \$ 10 στο συνολικό κέρδος, ενώ κάθε πρόσθετη πολυτελής τσάντα που παράγεται συνεισφέρει \$ 9 στο συνολικό κέρδος. Έτσι αν παραχθούν π.χ. 3 συμβατικές τσάντες τότε η ολική συνεισφορά στο κέρδος θα είναι \$ 30, ενώ αν παραχθούν π.χ. 5 πολυτελείς τσάντες τότε η ολική συνεισφορά στο κέρδος θα είναι \$ 45. Όμως και στο αριστερό μέλος κάθε περιορισμού η κατανάλωση του αντίστοιχου πόρου θα είναι γραμμικά ανάλογη της τιμής κάθε μεταβλητής απόφασης. Π.χ. στο πρόβλημα της Par για κάθε συμβατική τσάντα που παράγεται απαιτούνται $\frac{7}{10}$ ώρες για κοπή και βαφή, ενώ για κάθε πολυτελή τσάντα που παράγεται απαιτείται 1 ώρα για κοπή και βαφή. Έτσι για την παραγωγή π.χ. 10 συμβατικών τσαντών θα απαιτηθούν 7 ώρες για κοπή και βαφή, ενώ για την παραγωγή 10 πολυτελών τσαντών θα απαιτηθούν 10 ώρες για κοπή και βαφή.

ii) **Αθροιστικότητα:** Όσον αφορά στην αντικειμενική συνάρτηση, αθροιστικότητα σημαίνει ότι η συνεισφορά κάθε μεταβλητής απόφασης στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης z είναι ανεξάρτητη από τις τιμές που παίρνουν οι υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης. Σε κάθε περίπτωση η τιμή της z είναι το άθροισμα των επιμέρους τιμών των μεταβλητών απόφασης πολλαπλασιασμένων επί τους αντίστοιχους

αντικειμενικούς συντελεστές. Έτσι π.χ. στο πρόβλημα της Par, ανεξάρτητα της τιμής που θα πάρει η μεταβλητή S , η συνεισφορά της D στο συνολικό κέρδος θα είναι $9D$. Όμοια, ανεξάρτητα της τιμής που θα πάρει η μεταβλητή D , η συνεισφορά της S στο συνολικό κέρδος θα είναι $10S$.

Όσον αφορά στους περιορισμούς, αθροιστικότητα σημαίνει ότι η κατανάλωση, από μια μεταβλητή απόφασης, ενός πόρου στο αριστερό μέλος κάθε περιορισμού δεν εξαρτάται από τις τιμές που παίρνουν οι άλλες μεταβλητές. Με άλλα λόγια η συνολική κατανάλωση του κάθε πόρου ισούται με το άθροισμα των επιμέρους καταναλώσεων των μεταβλητών. Στο παράδειγμα της Par παρατηρούμε ότι ανεξάρτητα από την τιμή που παίρνει η μεταβλητή S σε κάθε περιορισμό, π.χ. στον 2ο περιορισμό ή περιορισμό ραφής, η παραγωγή D πολυτελών τσαντών απαιτεί την χρησιμοποίηση $\frac{5}{6}D$ ωρών για ραφή. Όμοια, ανεξάρτητα της τιμής που παίρνει η μεταβλητή D στον περιορισμό ραφής, η παραγωγή S συμβατικών τσαντών απαιτεί την χρησιμοποίηση $\frac{1}{2}S$ ωρών για ραφή. Η συνολική κατανάλωση ωρών ραφής ισούται με το άθροισμα των δύο όρων κατανάλωσης που προκύπτουν για τις δύο μεταβλητές δηλ. $\frac{1}{2}S + \frac{5}{6}D$. Η παραδοχή της αθροιστικότητας δηλώνει ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών απόφασης (π.χ. μεταβολή στη ζήτηση, από την ταυτόχρονη διάθεση των δύο ειδών τσαντών στην αγορά λόγω ανταγωνισμού, οπότε και θα εμφανιζόταν ένας παράγοντας της μορφής kSD).

iii) **Διαιρετότητα:** Οι προηγούμενες δύο παραδοχές διασφαλίζουν ότι το μοντέλο είναι γραμμικό ως προς την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς. Για να χρησιμοποιήσουμε όμως τη μέθοδο Simplex για την επίλυση του μοντέλου, όπως είδαμε, θα πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι όλες οι μεταβλητές είναι συνεχείς δηλ. ότι μπορούν να πάρουν και κλασματικές τιμές. Η παραδοχή αυτή ονομάζεται διαιρετότητα. Έτσι π.χ. στο παράδειγμα της Par θεωρούμε ότι είναι δυνατό να παραχθούν 151,4 συμβατικές τσάντες. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι στην πράξη θα παραχθούν δεκαδικές μονάδες προϊόντος. Θα μπορούσαμε να υποθέσουμε, σε μια τέτοια περίπτωση, ακόμα και ότι η λύση είναι 151 τσάντες και το θέμα είναι η αξία ενός σφάλματος μεγέθους 0,4 συγκεκριμένο με τις 151 μονάδες του ακέραιου μέρους. Βέβαια θα υπάρξει και επακόλουθη μεταβολή στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που θα είναι κοντά στο μέγιστο αλλά όχι ακριβώς το μέγιστο. Μια τέτοια στρογγύλευση ωστόσο μπορεί να είναι σημαντική σ'ένα πρόβλημα όπου η μεταβλητή μπορεί να πάρει μόνο τις τιμές 0,1,2 και υπολογίσουμε τιμή π.χ. 1,4.

Επομένως η διαιρετότητα μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα ανάλογα με τη φύση του προβλήματος και των μεταβλητών απόφασης. Όταν είναι αναγκαίο να έχουμε μόνο ακέραιες τιμές σε όλες τις μεταβλητές απόφασης, τότε εφαρμόζουμε τεχνικές ακέραιου προγραμματισμού.

iv) **Προσδιοριστικότητα:** Η τελευταία βασική παραδοχή του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού είναι η προσδιοριστικότητα. Το μοντέλο είναι **προσδιοριστικό ή ντετερμινιστικό** αν γνωρίσουμε με βεβαιότητα τις τιμές των παραμέτρων δηλ. των αντικειμενικών συντελεστών, των τεχνολογικών συντελεστών ή συντελεστών παραγωγής (δηλ. των συντελεστών των μεταβλητών απόφασης στα αριστερά μέλη των περιορισμών) και των διαθέσιμων πόρων (δηλ. των δεξιών μελών των περιορισμών). Στο πρόβλημα της Παρ οι συντελεστές κέρδους ανά είδος τσάντας, οι συντελεστές κατανάλωσης ωρών ανά είδος τσάντας σε κάθε στάδιο της παραγωγής, και οι διαθέσιμες ώρες σε κάθε στάδιο της παραγωγής είναι δεδομένοι/ες και δεν παρουσιάζουν καμία διακύμανση. Άρα το μοντέλο που κατασκευάσαμε για την Παρ είναι προσδιοριστικό.