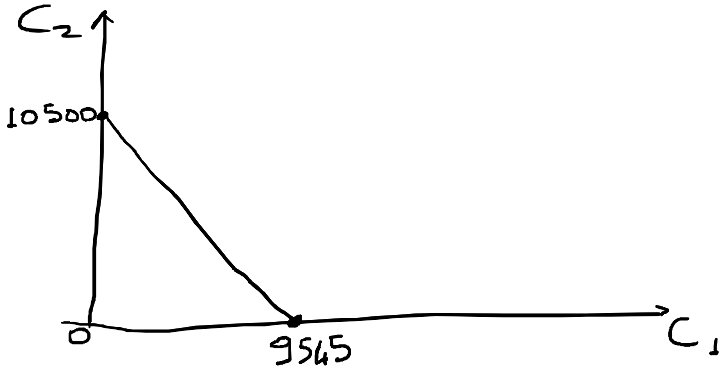
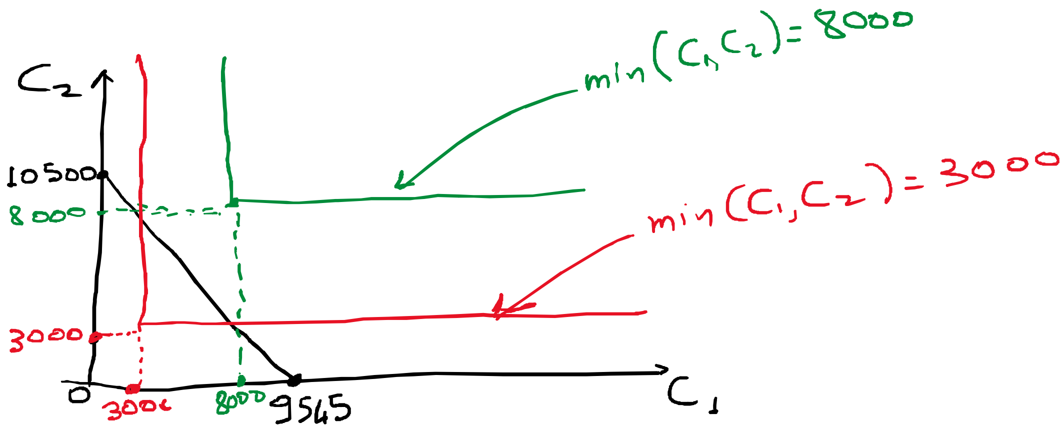
Χρήμα Ι
Πρόοδος 1
24/11/2020
Να παραδοθεί έως την Κυριακή 29/11/2020

1. Έστω ότι έχετε τη δυνατότητα να δανείσετε και να δανεισθείτε με επιτόκιο 10% ετήσια ανατοκιζόμενο. Επίσης έχετε έσοδα 5.000$ σε κάθε μια από δύο περιόδους, όπου η κάθε περίοδος είναι ένα έτος.
    a. Περιγράψτε το σύνολο Χ των εφικτών επιλογών κατανάλωσης και επίσης παρουσιάστε το σε ένα διάγραμμα (όπου ο οριζόντιος άξονας παριστάνει την κατανάλωση C_1της πρώτης περιόδου και ο κάθετος άξονας την κατανάλωση C_2 της δεύτερης περιόδου)

$$X=\{(C_1,C_2)\mid C_2 = 5000+(5000-C_1)\cdot(1+10\%)\} =$$
$$=\{(C_1,C_2)\mid C_2 = -1{,}1\cdot C_1 + 10500\} \text{ με } C_1, C_2 \geq 0$$



    b. Εάν οι προτιμήσεις σας επί του Χ δίνονται από μια συνάρτηση ωφελιμότητας $u(C_1, C_2) = \min(C_1, C_2)$, όπου C_1, C_2 να σχεδιάσετε στο προηγούμενο διάγραμμα τις καμπύλες αδιαφορίας για επίπεδο ωφελιμότητας α=3.000 και για επίπεδο ωφελιμότητας β=8.000



c. Να βρείτε όλες τις εφικτές επιλογές κατανάλωσης που προσφέρουν επίπεδο ωφελιμότητας α=3.000 και αυτές που προσφέρουν επίπεδο ωφελιμότητας β=8.000

Αφού (C_1, C_2) εφικτές επιλογές κατανάλωσης $\Rightarrow$

$(C_1, C_2) \in X \Rightarrow C_2 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500$.

(α) Για επίπεδο ωφελιμότητας $\alpha = 3000 \Rightarrow \min(C_1, C_2) = 3000$

άρα είτε $(C_1 = 3000$ και $C_2 \geq 3000)$

είτε $(C_2 = 3000$ και $C_1 \geq 3000)$

Αν $C_1 = 3000$ τότε $C_2 = -1{,}1 \cdot 3000 + 10500 = 7200$

Αν $C_2 = 3000$ τότε $3000 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500 \Rightarrow C_1 = 6818$

Άρα για επίπεδο ωφελιμότητας $\alpha = 3000$ οι εφικτές καταναλώσεις είναι $(3000, 7200)$ ή $(6818, 3000)$

Στο προηγούμενο διάγραμμα αυτά τα δύο σημεία αντιστοιχούν στα σημεία τομής της κόκκινης γραμμής με τη μαύρη γραμμή

(β) Για επίπεδο ωφελιμότητας $\beta = 8000 \Rightarrow \min(C_1, C_2) = 8000$

άρα είτε $C_1 = 8000$ και $C_2 \geq 8000$

είτε $C_2 = 8000$ και $C_1 \geq 8000$

Αν $C_1 = 8000$ τότε $C_2 = -1{,}1 \cdot 8000 + 10500 = 1700 < 8000$

άρα απορρίπτεται αφού $C_2 < 8000$

Αν $C_2 = 8000$ τότε $8000 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500 = 2273 < 8000$

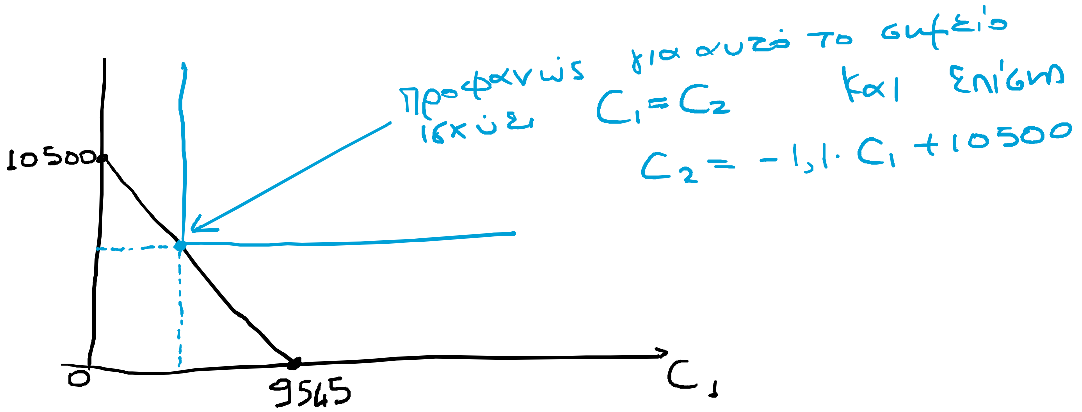
που επίσης απορρίπτεται αφού $C_1 < 8000$

Άρα για επίπεδο ωφελιμότητας $\beta = 8000$ δεν υπάρχουν εφικτές καταναλώσεις. Αυτό το βλέπουμε και στο διάγραμμα όπου η πράσινη γραμμή δεν τέμνει τη μαύρη γραμμή.

d. Να βρεθεί η βέλτιστη εφικτή επιλογή κατανάλωσης

Η βέλτιστη εφικτή επιλογή κατανάλωσης αντιστοιχεί σε εκείνο το επίπεδο ωφελιμότητας για το οποίο η καμπύλη αδιαφορίας έχει μοναδικό σημείο τομής με το σύνολο εφικτών επιλογών

(Παρατηρείστε και στο προηγούμενο σχήμα ότι η κορυφή της γωνίας που σχηματίζει κάθε καμπύλη αδιαφορίας έχει ίσες συντεταγμένες.)



Άρα $C_1 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500 \Rightarrow C_1 = 5000$
και επομένως η βέλτιστη επιλογή κατανάλωσης
είναι η $(5000,\ 5000)$.

Ένας άλλος τρόπος να το δούμε είναι ο εξής:
Έστω (C_1, C_2) η βέλτιστη εφικτή επιλογή.
Εφικτή σημαίνει ότι $C_2 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500$
Το επίπεδο ωφελιμότητας μιας εφικτής επιλογής
δίνεται επομένως ως $\min(C_1,\ -1{,}1 \cdot C_1 + 10500)$
και το βέλτιστο επίπεδο ωφελιμότητας
επιτυγχάνεται για εκείνο το C_1 για το
οποίο μεγιστοποιείται το $\min(C_1,\ -1{,}1\, C_1 + 10500)$

και αυτό συμβαίνει όταν $C_1 = -1{,}1 \cdot C_1 + 10500 \Leftrightarrow C_1 = 5000$

Πράγματι έστω $\min(C_1, C_2) = C_1$
Τότε $C_1 \leq C_2$ και προφανώς το περισσότερο που
μπορεί να μεγαλώσει το C_1 είναι να γίνει ίσο με το C_2
Παρόμοια και αν $\min(C_1, C_2) = C_2$

2. Έστω ότι ο Ε έχει αρχικό πλούτο 20.000 ευρώ και επίσης οι προτιμήσεις του εκφράζονται από τη συνάρτηση αναμενόμενης ωφελιμότητας $u(x) = \ln(x)$. Έστω ότι ο Ε ενδιαφέρεται να κάνει μια επένδυση η οποία με πιθανότητα ½ θα του αποφέρει 30.000 ευρώ και με πιθανότητα ½ δεν θα του αποφέρει τίποτα.
    a. Προτιμάει περισσότερα από λιγότερα ο Ε και γιατί?

    Προτιμάει περισσότερα από λιγότερα γιατί η συνάρτηση ωφελιμότητας είναι αύξουσα $u'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x} > 0$ (αφού $x > 0$)

    b. Αποστρέφεται τον κίνδυνο ο Ε και γιατί?

    Ναι επειδή $u''(x) = \ln(x)'' = -\frac{1}{x^2} < 0$ (δηλαδή η συνάρτηση ωφελιμότητας στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω, με άλλα λόγια η $u(x)$ είναι αύξουσα αλλά με μειούμενο ρυθμό)

c. Εάν το ποσό που πρέπει να πληρώσει ο Ε για να κάνει την επένδυση είναι 15.000 (δηλαδή η μέση τιμή της τελικής αξίας της επένδυσης) θα την κάνει την επένδυση ή όχι και γιατί? (η απάντηση εδώ πρέπει να είναι πολύ σύντομη και έχει να κάνει με την απάντηση σας στο προηγούμενο ερώτημα και τον ορισμό της αποστροφής στον κίνδυνο)

Ενας επενδυτής που αποστρέφεται τον κινδυνο απορριπτει παντα ενα δικαιο στοιχημα. Για ποσό επένδυσης 15000, η επένδυση αυτή ειναι δίκαιο στοίχημα, άρα ο επενδυτής δεν θα την κάνει.

d. Εάν ο Ε κάνει αυτή την επένδυση και Π είναι το ποσό που πρέπει να πληρώσει, γράψτε τη λοταρία η οποία περιγράφει τον τελικό πλούτο του Ε (προφανώς ως συνάρτηση του Π).

$$L: \frac{1}{2}\circ(20000-\Pi+30000)\oplus\frac{1}{2}\circ(20000-\Pi+0)$$

Δηλαδή:

$$L: \frac{1}{2}\circ(50000-\Pi)\oplus\frac{1}{2}\circ(20000-\Pi)$$

e. Βρείτε ποιο είναι το μεγαλύτερο ποσό Π* που θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει ο Ε για να κάνει αυτή την επένδυση?

Το μεγαλύτερο ποσο Π* που θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει ο Ε για να κάνει την επένδυση ειναι αυτό που θα τον άφηνε αδιάφορο ανάμεσα στο να κάνει <u>ή</u> να μην κάνει την επένδυση. Δηλαδή:

$$20000 \sim \frac{1}{2}\circ(50000-\Pi^*)\oplus\frac{1}{2}\circ(20000-\Pi^*)$$

Που σε όρους ωφελιμότητας σημαίνει:

$$u(20000)=\frac{1}{2}u(50000-\Pi^*)+\frac{1}{2}u(20000-\Pi^*)$$

$$\Leftrightarrow \ln(20000)=\frac{1}{2}\ln(50000-\Pi^*)+\frac{1}{2}\ln(20000-\Pi^*)$$

$$\Leftrightarrow 2\cdot\ln(20000)=\ln(50000-\Pi^*)+\ln(20000-\Pi^*)$$

$$\Leftrightarrow \ln(20000^2)=\ln((50000-\Pi^*)(20000-\Pi^*))$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot10^8=10\cdot10^8-7\cdot10^4\cdot\Pi^*+\Pi^{*2}$$

$$\Leftrightarrow \Pi^{*2}-7\cdot10^4\cdot\Pi^*+6\cdot10^8=0$$

$$\Delta=49\cdot10^8-24\cdot10^8=25\cdot10^8$$

$$\Pi^*=\frac{7\cdot10^4\pm5\cdot10^4}{2}=$$

$\Pi_1^*=60000$ απορρίπτεται (είναι μεγαλύτερο από τον αρχικό του πλούτο)

$\boxed{\Pi_2^*=10000}$ δεκτό

f. Βρείτε το μέτρο απόλυτης αποστροφής στον κίνδυνο του Ε. Είναι αύξουσα, σταθερή ή φθίνουσα συνάρτηση? Εξηγείστε τι σημαίνει

$$A(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)} = -\frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$$

Έχει φθίνουσα απόλυτη αποστροφή στον κίνδυνο
Δηλαδή καθώς αυξάνεται ο πλούτος του, ο Ε τοποθετεί μεγαλύτερο ποσό χρημάτων σε δεδομένη αβέβαιη επένδυση

g. Εάν ο Ε είχε αρχικό πλούτο μεγαλύτερο από τις 20.000 ευρώ, θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει περισσότερα, τα ίδια ή λιγότερα χρήματα σε σχέση με το Π* που βρήκατε στο παραπάνω ερώτημα e. προκειμένου να κάνει την επένδυση? Εξηγείστε χρησιμοποιώντας την απάντηση που δώσατε στο f.

Αφού ο Ε έχει φθίνουσα απόλυτη αποστροφή στον κίνδυνο θα πλήρωνε περισσότερα από $Π^* = 10000$ για να τοποθετηθεί στην προηγούμενη επένδυση.

3. Έστω ότι ο Α έχει προτιμήσεις που περιγράφονται από τη συνάρτηση αναμενόμενης ωφελιμότητας $u(x) = log_{10}(x)$. Ο Α έχει αρχικό πλούτο 1.000 ευρώ και έχει επίσης ένα λαχείο που περιγράφεται από τη λοταρία $\frac{25}{100}\circ 9.000 \oplus \frac{7\ 5}{100}\circ 0$. Γράψτε τη λοταρία που παριστάνει τον πλούτο του Α μετά την κλήρωση του λαχείου. Ο Β προτείνει στον Α να ανταλλάξει το λαχείο του με ένα άλλο λαχείο που περιγράφεται από τη λοταρία $\frac{5}{100}\circ 99.000 \oplus \frac{95}{100}\circ 0$. Θα δεχθεί την ανταλλαγή ο Α?

$L_A: \frac{25}{100}\circ 10.000 \oplus \frac{75}{100}\circ 1000$

Αν ο Α δεχθεί την ανταλλαγή τότε η λοτταρία που θα περιγράφει τον τελικό του πλούτο θα είναι:

$L_B: \frac{5}{100}\circ 100.000 \oplus \frac{95}{100}\circ 1.000$

Για να δεχθεί την ανταλλαγή θα πρέπει

$$EU(L_B) > EU(L_A) \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5}{100}\cdot u(10^5) + \frac{95}{100}\cdot u(10^3) > \frac{25}{100}\cdot u(10^4) + \frac{75}{100}\cdot u(10^3) \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5}{100} log_{10}(10^5) + \frac{95}{100} log_{10}(10^3) > \frac{25}{100} log_{10}(10^4) + \frac{75}{100} log_{10}(10^3) \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5}{100}\cdot 5 + \frac{95}{100}\cdot 3 > \frac{25}{100}\cdot 4 + \frac{75}{100}\cdot 3 \Longleftrightarrow$$

$\Longleftrightarrow 310 > 325$ που δεν ισχύει, άρα δεν θα δεχθεί την ανταλλαγή

4. Έστω $u(W) = a \cdot e^{-b \cdot W}$ με a, b σταθερές.
   (i) Ποια πρέπει να είναι τα πρόσημα των a, b ώστε ο επενδυτής να προτιμά περισσότερα από λιγότερα και να αποστρέφεται τον κίνδυνο?
   (ii) Ποιος είναι ο συντελεστής απόλυτης αποστροφής στον κίνδυνο για έναν επενδυτή με αυτή τη συνάρτηση ωφελιμότητας? Εξαρτάται από το επίπεδο του πλούτου W του επενδυτή?

(i) Για να προτιμά περισσότερα πρέπει $u'(W) > 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -a \cdot b \cdot e^{-bW} > 0 \Leftrightarrow a \cdot b < 0 \Leftrightarrow a, b$ ετερόσημα
Για να αποστρέφεται τον κίνδυνο πρέπει $u''(W) < 0 \Leftrightarrow$
$ab^2 e^{-bW} < 0 \Leftrightarrow a < 0$
Άρα πρέπει $a < 0$ και $b > 0$

(ii) $$A(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)} = -\frac{ab^2 e^{-bW}}{-a b e^{-bW}} = b$$

που είναι σταθερός και δεν εξαρτάται από το επίπεδο του πλούτου του

5. Δύο επενδυτές Α και Β έχουν πλούτο W_A και W_B αντίστοιχα, με $W_A < W_B$ και προτιμήσεις που εκφράζονται από συναρτήσεις αναμενόμενης ωφελιμότητας $u_A(W)=-\exp(-\lambda_A W)$ και $u_B(W)=-\exp(-\lambda_B W)$, με $\lambda_A > \lambda_B > 0$? Ποιος από τους δύο είναι διατεθειμένος να πληρώσει μεγαλύτερο ποσό ως ασφάλεια απέναντι σε κάποιο δεδομένο κίνδυνο?

Βάσει της προηγούμενης άσκησης οι δύο επενδυτές έχουν σταθερή απόλυτη αποστροφή στον κίνδυνο και επομένως το ποσό που θα ήταν διατεθειμένοι να πληρώσουν ως ασφάλεια απέναντι σε δεδομένο κίνδυνο είναι ανεξάρτητο από το επίπεδο του πλούτου τους. Άρα τα W_A και W_B δεν παίζουν ρόλο. Επομένως αυτός που θα πλήρωνε μεγαλύτερο ποσό για ασφάλεια απέναντι σε δεδομένο κίνδυνο είναι αυτός που έχει μεγαλύτερη αποστροφή στον κίνδυνο και αυτός είναι ο Α αφού

$\lambda_A > \lambda_B$

6. Ένας επενδυτής μοιράζει ισόποσα τον πλούτο του σε n το πλήθος μετοχές που έχουν ανεξάρτητες και ισόνομα κατανεμημένες αποδόσεις $R_1,\ldots R_n$ με κοινό μέσο μ και κοινή διακύμανση σ^2. Ποια είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του? Ποια είναι η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου του? Ο κίνδυνος (ο οποίος εκφράζεται από τη διακύμανση) είναι μικρότερος, μεγαλύτερος ή ο ίδιος σε σύγκριση με το το αν είχε τοποθετηθεί σε λιγότερες μετοχές? Εξηγείστε.

Εστω R_Π η αποδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή

Τοτε: $R_\Pi = \frac{1}{\eta}R_1 + \cdots + \frac{1}{\eta}R_\eta$

$$E(R_\Pi) = \frac{1}{\eta}E(R_1) + \cdots + \frac{1}{\eta}E(R_\eta) = \underbrace{\frac{1}{\eta}\mu + \cdots + \frac{1}{\eta}\mu}_{\eta-\text{φορές}} = \mu$$

$$var(R_\Pi) = \frac{1}{\eta^2}var(R_1) + \cdots + \frac{1}{\eta^2}var(R_\eta) = \underbrace{\frac{1}{\eta^2}\sigma^2 + \cdots + \frac{1}{\eta^2}\sigma^2}_{\eta-\text{φορές}} = \frac{\sigma^2}{\eta}$$

Αν και η αναμενόμενη απόδοση παραμένει σταθερή, ο κινδυνος όπως αυτός εκφράζεται από την αβεβαιότητα που αντιπροσωπεύει η διακύμανση, μικραίνει καθώς μεγαλώνει το πλήθος η των μετοχών και μάλιστα τείνει στο μηδεν καθώς το η τείνει στο άπειρο. Αυτο οφείλεται στο γεγονός ότι σε ενα μεγάλο ισοβαρές χαρτοφυλάκιο, η διακύμανση της απόδοσης του τείνει στη μέση συνδιακύμανση των στοιχείων που το απαρτίζουν. Όμως εδώ οι αποδόσεις θεωρήθηκαν ανεξάρτητες, άρα με μηδενικές συνδιακυμάνσεις, επομένως και η μέση συνδιακύμανση τους είναι μηδεν.

7. Έστω τραπεζικός λογαριασμός Β με βέβαιη απόδοση r=1% και μία μετοχή S με αβέβαιη απόδοση R_S . Έστω $E(R_S)$=10% η αναμενόμενη τιμή της απόδοσης της μετοχής και σ_S=30% η τυπική απόκλιση της απόδοσης της.

(i) Ποια είναι η αναμενόμενη τιμή της απόδοσης του τραπεζικού λογαριασμού?

$E(r) = r = 1\%$ αφου r σταθερά

(ii) Η τυπική της απόκλιση?

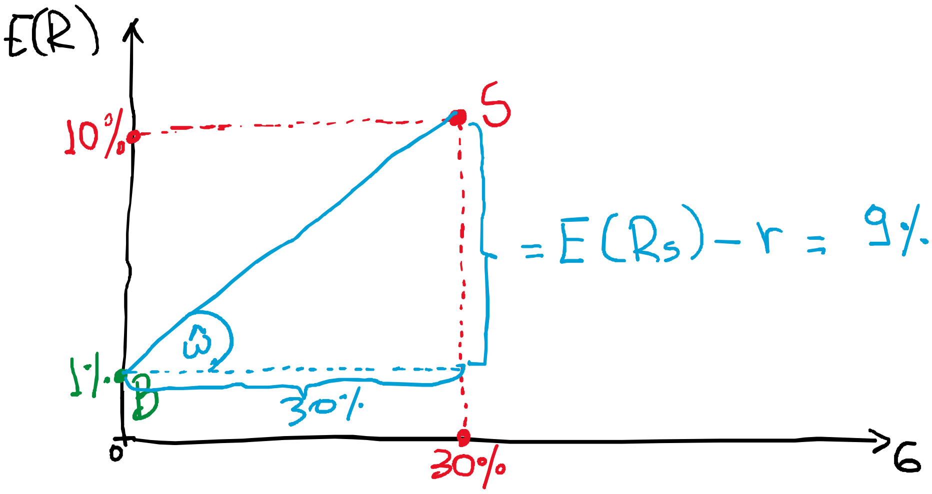
$stdev(r) = 0$ αφου r σταθερά

(iii) Η συσχέτιση της με την απόδοση της μετοχής?

$correl(r, R) = 0$ αφου r σταθερά

Ας υποθέσουμε ότι μια επένδυση μπορεί να παρασταθεί ως ένα ζευγάρι (σ,μ) όπου μ παριστάνει την αναμενόμενη τιμή και σ την τυπική απόκλιση της απόδοσης της.

(iv) Σχεδιάστε ένα διάγραμμα όπου ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τυπική απόκλιση και ο κάθετος άξονας αναμενόμενη τιμή.
Σε αυτό το διάγραμμα σημειώστε το σημείο που βρίσκεται ο τραπεζικός λογαριασμός Β και το σημείο που βρίσκεται η μετοχή S



(v) Ποια είναι η κλίση της ευθείας που ενώνει αυτά τα δύο σημεία?

Στο προηγούμενο σχήμα

$$\varepsilon\varphi\,\hat{\omega} = \frac{E(R_s) - r}{\sigma_s} = \frac{9}{30}$$

Έστω τώρα ένα χαρτοφυλάκιο Π το οποίο αποτελείται κατά ποσοστό w από τη μετοχή S και κατά το υπόλοιπο ποσοστό (1-w) από τον τραπεζικό λογαριασμό Β.

(vi) Εκφράστε την απόδοση R_Π του Π συναρτήσει των w, R_S και r.

$R_\Pi = w \cdot R_s + (1 - w) \cdot r$

(vii) Εκφράστε την αναμενόμενη τιμή $E(R_\Pi)$ της απόδοσης του Π συναρτήσει του w

$$E(R_\Pi) = w\,E(R_S) + (1-w)\cdot r =$$
$$= w \cdot 10\% + (1-w)\cdot 1\% =$$
$$= w \cdot 9\% + 1\%$$

(viii) Εκφράστε την τυπική απόκλιση σ_Π της απόδοσης του Π συναρτήσει του w

$$var(R_\Pi) = w^2 var(R_S) + (1-w)^2 \cdot \underbrace{var(r)}_{=0} + 2w(1-w)\underbrace{cov(R_S, r)}_{=0}$$
$$= w^2 var(R_S)$$

Άρα $\sigma_\Pi = w \cdot \sigma_S \Rightarrow \sigma_\Pi = w \cdot 30\%$

(ix) Χρησιμοποιείστε τις δύο τελευταίες σχέσεις για να εκφράσετε την αναμενόμενη τιμή της απόδοσης του Π ως συνάρτηση της τυπικής της απόκλισης (απαλοίφοντας το w).

Από την τελευταία σχέση $\Rightarrow w = \frac{\sigma_\Pi}{30\%}$

Αντικαθιστώντας στη σχέση του ερωτήματος (vii) έχουμε:

$$E(R_\Pi) = \frac{9}{30}\cdot \sigma_\Pi + 1\%$$

(x) Σχεδιάστε στο διάγραμμα σας τη συνάρτηση που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Είναι η μπλε ευθεία που ενώνει τον τρ. λογαριασμό B με τη μετοχή S !

Κάθε τέτοιο χαρτοφυλάκιο Π μπορεί να παρασταθεί ως ένα σημείο με συντεταγμένες (σ_Π , $E(R_\Pi)$) στο διάγραμμα σας.

(xi) Ποια είναι η κλίση της ευθείας που συνδέει ένα τέτοιο σημείο με το σημείο που αντιστοιχεί στον τραπεζικό λογαριασμό?

Είναι $\frac{9}{30}$ όπως βρήκαμε στο ερώτημα (ix)

(xii) Δείξτε ότι η ποσότητα $(E(R_\Pi)-r)/\sigma_\Pi$ είναι ανεξάρτητη από το w.

$$\frac{E(R_\Pi)-r}{\sigma_\Pi} = \frac{9}{30}$$ είναι η κλίση της ευθείας που συνδέει το Π με το B

(xiii) Τι σημαίνει αυτό για τη σχετική θέση των διαφόρων σημείων (σ_Π , $E(R_\Pi)$) στο διάγραμμα?

Βρίσκονται όλα στη μπλε ευθεία που συνδέει το B με το S

Θεωρείστε την έκφραση «η υπερβάλλουσα απόδοση ανά μονάδα κινδύνου είναι σταθερή».

(xiv) Τι σχέση έχει αυτή έκφραση με τα παραπάνω?

Η ποσότητα $\frac{E(R_\Pi)-r}{\sigma_\Pi}$ είδαμε ότι είναι σταθερή.

Ο αριθμητής εκφράζει το πόσο παραπάνω απόδοση από το ακίνδυνο επιτόκιο r, αναμένει ένας επενδυτής που έχει τοποθετηθεί στο χαρτοφυλάκιο Π.

Αυτή η παραπανίσια (=υπερβάλλουσα) αναμενόμενη απόδοση εμπεριέχει αβεβαιότητα (= κίνδυνο) που εκφράζεται μέσω του σ_Π.

Το κλάσμα αυτό επομένως εκφράζει την υπερβάλλουσα απόδοση (=αριθμητής) ανά μονάδα κινδύνου (= παρονομαστής)

Έτσι για παράδειγμα, αν στο χαρτοφυλάκιο Π έχεις αναλάβει κίνδυνο $\sigma_\Pi = 1\%$ τότε προσδοκάς η παραπανίσια απόδοση σου για τον κίνδυνο που ανέλαβες να είναι $E(R_\Pi)-r = \frac{9}{30}\%$

Αν είχες επιλέξει ένα άλλο χαρτοφυλάκιο με επταπλάσιο κίνδυνο (δηλ. $\sigma_\Pi = 7\%$), τότε θα προσδοκούσες και η παραπανίσια απόδοση σου να είναι επταπλάσια, δηλ. $E(R_\Pi)-r = 7\cdot\frac{9}{30}\%$