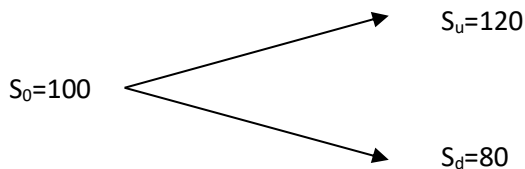


Έστω αγορά μιας περιόδου που αποτελείται από

- μετοχή S (αβέβαιος τίτλος) που η αξία της κατά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ισούται με $S_0=100$. Ένα χρόνο αργότερα (την $T=1$ έτος) η τιμή της μετοχής μπορεί να πάρει μια από τις εξής δύο τιμές, είτε την τιμή $S_u=122$, με πιθανότητα $p=60\%$ είτε την τιμή $S_d=82$, με πιθανότητα $(1-p)=40\%$.
- Τραπεζικό λογαριασμό (βέβαιος τίτλος) ο οποίος αποδίδει ακίνδυνο επιτόκιο $r=0\%$.



- Εξετάστε αν αυτή η αγορά επιτρέπει arbitrage
- Βρείτε τη μέση τιμή της τελικής αξίας της μετοχής, κάτω από το μέτρο $(p, 1-p)$ και στη συνέχεια προεξοφλείστε αυτή τη μέση τιμή στη χρονική στιγμή t_0 . Ισούται αυτή η προεξοφλημένη μέση τιμή με το S_0 ?
- Μπορείτε να αλλάξετε τις πιθανότητες $(p, 1-p)$ σε $(q, 1-q)$ έτσι ώστε η προεξοφλημένη μέση τιμή της τελικής αξίας της μετοχής, κάτω από το μέτρο $(q, 1-q)$, να ισούται με S_0 ? Αν ναι βρείτε το q . Πως λέγονται αυτές οι πιθανότητες $(q, 1-q)$? Σημειώστε τις επάνω στο διάγραμμα.
- Έστω τώρα ένα call option επί της μετοχής XYZ που λήγει σε ένα έτος και έχει τιμή εξάσκησης $K=90$. Ποιες είναι οι δύο δυνατές τιμές C_u και C_d που μπορεί να πάρει το call option στη λήξη? Σημειώστε τις πάνω στο διάγραμμα. [Υπενθύμιση: Η αξία ενός call στη λήξη είναι $\max(S_T - K, 0)$]
- Να υπολογίσετε τη non arbitrage τιμή C_0 του call την t_0 (χωρίς να χρησιμοποιήσετε το ισοδύναμο χαρτοφυλάκιο) και να τη σημειώσετε στο διάγραμμα
- Υπολογίστε το ισοδύναμο χαρτοφυλάκιο του παραπάνω call (δηλαδή βρείτε πόσες μετοχές και πόσο Τραπεζικό λογαριασμό θα πρέπει να περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο την t_0 έτσι ώστε η αξία του την $T=1$ έτος, να ισούται με την αξία του call). Υπολογίστε την αξία αυτού του χαρτοφυλακίου την t_0 . Είναι ίση με την non arbitrage τιμή του call όπως την υπολογίσατε παραπάνω? (αν δεν είναι κάπου έχετε κάνει λάθος).
- Ο κύριος A είναι διατεθειμένος να πουλήσει το παραπάνω call στην τιμή 16 ή να το αγοράσει στην τιμή 14. Μπορείτε να κάνετε arbitrage? Αν ναι τι συναλλαγές θα πρέπει να κάνετε την t_0 ?
- Ο κύριος B είναι διατεθειμένος να πουλήσει το παραπάνω call στην τιμή 17 ή να το αγοράσει στην τιμή 16. Μπορείτε να κάνετε arbitrage? Αν ναι τι συναλλαγές θα πρέπει να κάνετε την t_0 ?
- Έστω τώρα ότι χρησιμοποιείτε το παρακάτω μοντέλο δυο περιόδων για να τιμολογήσετε το προηγούμενο call option, με την κάθε περίοδο να είναι έξι μήνες. Να βρείτε την non arbitrage τιμή του call την t_0 . Παρατηρήστε ότι δεν είναι η ίδια με αυτή που βρήκατε προηγουμένως, γιατί άραγε?

