

Τι είναι το arbitrage?

Έστω ένα call option και ένα put option επί μιας μετοχής με τιμή εξάσκησης K και ημερομηνία εξάσκησης T .

Έστω επίσης ένα προθεσμιακό συμβόλαιο επί της ίδιας μετοχής με τιμή παράδοσης K και ημερομηνία λήξης T .

Έστω C_t η αξία του call, P_t η αξία του put, f_t η αξία του forward και S_t η αξία της μετοχής τη στιγμή t .

Εκφράστε τα C_T , P_T και f_T ως συναρτήσεις των S_T και K .
Σχεδιάστε τα αντίστοιχα διαγράμματα.

«Μια long θέση σε ένα forward είναι ισοδύναμη με ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μια long θέση σε ένα call option Ευρωπαϊκού τύπου και μια short θέση σε ένα put option Ευρωπαϊκού τύπου». Εξηγείστε αυτή την πρόταση.

Αποδείξτε χρησιμοποιώντας το νόμο της μιας τιμής ότι τη στιγμή t , για να μη γίνεται arbitrage, η αξία ενός προθεσμιακού συμβολαίου (forward) με τιμή παράδοσης K και ημερομηνία παράδοσης T δίνεται από τη σχέση

$$f_t = S_t - Ke^{-r(T-t)}$$

όπου S_t είναι η τιμή του υποκείμενου τίτλου τη στιγμή t και r το συνεχώς ανατοκίζόμενο επιτόκιο.

Στη συνέχεια συνάγετε την προθεσμιακή τιμή του.

1. Έστω ότι το επόμενο δέντρο μιάς περιόδου (όπου η περίοδος ισούται με ένα έτος) παριστάνει την εξέλιξη των τιμών μιας μετοχής S , όπου η πραγματική πιθανότητα ανοδικής κίνησης ισούται με $0,75$. Έστω επίσης ότι το risk free επιτόκιο ισούται με μηδέν.
- (i) Υπολογίστε τις risk neutral πιθανότητες και σημειώστε τις στο δέντρο.
 - (ii) Χρησιμοποιείστε τις risk neutral πιθανότητες που βρήκατε για να υπολογίσετε την non-arbitrage τιμή (a) ενός call option και (b) ενός put option επί αυτής της μετοχής, που λήγουν σε ένα έτος και έχουν τιμή εξάσκησης 90.
 - (iii) Επαληθεύστε ότι οι τιμές που βρήκατε για το call και το put ικανοποιούν την ισοδυναμία put-call.
 - (iv) Ένας trader C προσφέρεται να αγοράσει αυτό το put option στην τιμή 7 και επίσης προσφέρεται να το πουλήσει στην τιμή 9. Γράψτε τις συναλλαγές που πρέπει να κάνετε την t_0 για να κάνετε arbitrage. Επίσης γράψτε το κέρδος που θα έχετε από το arbitrage.

