

Θέματα Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών Ι

Χειμερινό Εξάμηνο 2024-2025

Διδάσκων: Νίκος Χαλιδιάς

Θέμα Πρώτο

Έστω S_0 η σημερινή τιμή μιας μετοχής και έστω ότι στην αγορά υπάρχει ένα call και ένα put option με αξίες $C(K)$ και $P(L)$ ευρώ. Εδώ K και L είναι οι τιμές εξάσκησης του call και του put αντίστοιχα. Η επιλογή των αριθμών είναι δική σας.

- Έστω τα επόμενα τρία ακραία σενάρια. Με το ποσό S_0 να αγοράσετε μια μετοχή ή να αγοράσετε μόνο call ή μόνο put options. Καταγράψτε τα υπέρ και τα κατά της κάθε στρατηγικής λαμβάνοντας υπόψη τόσο το πιθανό κέρδος όσο και την μέγιστη πιθανή ζημιά.
- Κατασκευάστε ένα χαρτοφυλάκιο με το ποσό S_0 το οποίο να αποτελείται από μετοχές, call, put options και κατάθεση σε τραπεζικό λογαριασμό επιλέγοντας τυχαία το ποσό σε κάθε ένα από αυτά. Υπολογίστε την μέγιστη πιθανή ζημιά και το κέρδος του χαρτοφυλακίου αυτού.
- Αν θέλετε να αυξήσετε το πιθανό κέρδος, ποιους συντελεστές θα αλλάξετε και γιατί; Αν θέλετε να μειώσετε την μέγιστη πιθανή ζημιά, ποιους συντελεστές θα αλλάξετε και γιατί; Τι θα σημαίνει αυτό για τους υπόλοιπους συντελεστές;

Θέμα Δεύτερο

Έστω $S_0, C(K), P(L)$ όπως στο πρώτο θέμα και έστω ότι είναι τα μόνα που υπάρχουν στην αγορά.

- Τι σημαίνει ευκαιρία σίγουρου κέρδους;
- Πως μπορείτε να ελέγξετε αν υπάρχει ευκαιρία σίγουρου κέρδους σε αυτή την αγορά;
- Περιγράψτε την αναλογία αγοράς - πώλησης (put - call parity). Στην παραπάνω αγορά μπορούμε να δούμε αν ισχύει και αν ναι πως;

Θέμα Τρίτο

Περιγράψτε το διωνυμικό μοντέλο περιγράφοντας το πρόβλημα για το οποίο καλείται να δώσει απάντηση. Είναι πρακτικά εφαρμόσιμο στην πράξη και γιατί; Για ποιο λόγο μπορούμε πράγματι να το εφαρμόσουμε; Δώστε παράδειγμα. Αν το εφαρμόσουμε, σε ποιο σενάριο θα έχουμε κέρδος και σε ποιο ζημιά; Τι μπορούμε να κάνουμε αν έχουμε πουλήσει ένα call option προκειμένου να έχουμε περιορισμένη πιθανή ζημιά; Απαντήστε στην περίπτωση όπου υπάρχει και άλλο call option στην αγορά αλλά και στην περίπτωση που δεν υπάρχει.

Θέμα Τέταρτο

Έστω $S_0, C(K), P(L)$ όπως παραπάνω και έστω ότι είναι τα μόνα που υπάρχουν στην αγορά. Έστω ότι θέλετε να πουλήσετε ένα συμβόλαιο με συνάρτηση απολαβής $f(x)$ όπου f είναι τμηματικά γραμμική με πεπερασμένο πλήθος κλάδων. Πως θα υπολογίσετε μια τάξη μεγέθους για την πώληση αυτού του συμβολαίου προκειμένου να χρησιμοποιήσετε την πληροφορία αυτή στην διαδικασία διαπραγμάτευσης; Πως τελικά θα προκύψει η τιμή πώλησης αυτού του συμβολαίου; Αν το πουλήσετε στην τιμή Y τι μπορείτε να κάνετε με αυτό το ποσό;

Θέμα Πέμπτο

Έστω ότι θέλετε να επενδύσετε το ποσό V_0 σε δυο μετοχές. Περιγράψτε την θεωρία του Markowitz με την οποία θα υπολογίσετε την σύσταση του χαρτοφυλακίου (χωρίς αποδείξεις). Πως θα υπολογίσετε τις μέσες τιμές των αποδόσεων, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις; Αν σήμερα κατασκευάσετε ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο, τότε σε χρόνο T από σήμερα λαμβάνοντας υπόψη τα νέα δεδομένα θα κατασκευάσετε το ίδιο χαρτοφυλάκιο και αν όχι γιατί; Δώστε παράδειγμα. Αν ναι, τότε οι μέσες τιμές, διακυμάνσεις κ.τ.λ. θα είναι παγκόσμιες σταθερές! Κατασκευάζοντας ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο είστε εξασφαλισμένοι απέναντι στον κίνδυνο χρεοκοπίας; Πως μπορείτε να μετρήσετε τον κίνδυνο αυτό; Πως μπορείτε να τον διαχειριστείτε;