(Μεταχ. κεφ.)

12/12/2023 (Φ)

**ΑΣΚΗΣΗ** Μια πρόσκαιρη ασφάλεια θανάτου n-ετών για το άτομο X παρέχει κεφάλαιο θανάτου K- στην επιστροφή ασφαλίστρων συσσωρευμένα με επιτόκιο i στο τέλος του έτους θανάτου. Η ασφάλιση χρηματοδοτείται από ετήσια ασφάλιστρα. Αν το τεχνικό επιτόκιο τη ασφάλισης είναι i, τότε

α) Βρείτε την σχέση για την απώλεια L του ασφαλιστή

β) $Var(L)=$

γ) $Var(L)=;$ αν $E(L)=0$

**ΛΥΣΗ**

α) Έστω P το ασφάλιστρο (ετήσιο)

ΠΑ των παροχών

$$Y=\begin{cases} v^{K_x+1}\left(K+P\cdot \ddot{s}_{\overline{K_x+1|}}\right), & K_x<n \\ 0, & K_x\geq n \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} k\,v^{K_x+1} + P\,a_{\overline{K_x+1}|}, & K_x < n \\ 0, & K_x \geq n \end{cases}$$

Π.Α. ασφαλιστρων $Z = \begin{cases} P a_{\overline{K_x+1}|}, & K_x \leq n \\ P \ddot{a}_{\overline{n}|}, & K_x \geq n \end{cases}$

Η ολική απώλεια του ασφαλιστή γίνεται:

$$L = Y - Z = \begin{cases} k\,v^{K_x+1} & K_x \leq n \\ -P \ddot{a}_{\overline{n}|} & K_x \geq n \end{cases}$$

β) $Var(L) = E(L^2) - (E(L))^2 \quad (1)$

αλλά $E(L) = k \cdot A^{1}_{x,\overline{n}|} - P \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x$

και $E(L^2) = k^2 \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|} + P^2 \cdot \ddot{a}^2_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x$

Οπότε $(1) = k^2 \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|} + P^2 \cdot \ddot{a}^2_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x - (k \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|} - P\,\ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x)^2$

γ) Αν $E(L) = 0$ τότε

$P = \dfrac{k \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x}$ και η διασπορά γίνεται

$$Var(L) = k^2 \cdot A^{1\,(2\delta)}_{x:\overline{n}|} + \left[\frac{k \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}\,{}_nP_x}\right] \ddot{a}^2_{\overline{n}|} \cdot {}_nP_x =$$

$$= k^2 \left[ A^{1\,(2\delta)}_{x:\overline{n}|} + \frac{(A^{1}_{x:\overline{n}|})^2}{{}_nP_x} \right]$$