

## Ερωτήματα για δυνατούς λύτες Στοχαστικές Διαδικασίες (ΠΜΣ)

Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών - Χρηματοοικονομικών  
Μαθηματικών

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Διδάσκων: Νίκος Χαλιδιάς

- (1) Έστω  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  χώρος πιθανότητας και  $X$  μια θετική τυχαία μεταβλητή σε αυτόν η οποία είναι απόλυτα συνεχής με πυκνότητα  $f(x)$ . Αν θέλετε να υπολογίσετε τη μέση τιμή της θα βρεθείτε μπροστά σε δυο ορισμούς: στον ορισμό 95 και στον γνωστό ορισμό μέσω ολοκληρώματος. Το ερώτημα είναι γιατί αυτοί οι δυο ορισμοί συμπίπτουν. Η απάντηση περιέχει την «διακριτοποίηση» του ολοκληρώματος Riemann-Stieltjes.
- (2) Έστω  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  χώρος πιθανότητας και  $X$  μια θετική τυχαία μεταβλητή σε αυτόν η οποία είναι απόλυτα συνεχής με πυκνότητα  $f(x)$ . Μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή της μέσω ολοκληρώματος χρησιμοποιώντας την πυκνότητα της. Αν αλλάξω μέτρο και καταλήξω στον χώρο πιθανότητας  $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$  τι θα συμβεί με την μέση τιμή που είχα υπολογίσει; Υπάρχει περίπτωση μια απόλυτα συνεχής τυχαία μεταβλητή, με κατάλληλη αλλαγή μέτρου, να μετατραπεί σε διακριτή;
- (3) Υποθέστε ότι ένας ασφαλιστικός φορέας χρησιμοποιεί κάποιο μοντέλο (όπως την σύνθετη διαδικασία Poisson) με κάποιες παραμέτρους για την μελέτη του προβλήματος των αποζημιώσεων. Ένας τρόπος να υπολογίσει τις παραμέτρους είναι μέσω των ιστορικών δεδομένων που έχει στη κατοχή του. Αν χρησιμοποιήσει ιστορικά δεδομένα 10 χρόνων θα προκύψουν οι παράμετροι  $\lambda_{10}, \dots$ , αν χρησιμοποιήσει 5 έτη ιστορικών δεδομένων οι παράμετροι θα είναι  $\lambda_5, \dots$ . Πιστεύετε ότι οι παράμετροι είναι σταθεροί; Αν όχι, ποιο είναι το σωστό πλήθος ιστορικών δεδομένων τα οποία πρέπει να χρησιμοποιηθούν; Ας υποθέσουμε ότι συμβαίνει αυτό το καιρό ένα γεγονός το οποίο πρόκειται να επηρεάσει το πρόβλημα των αποζημιώσεων. Αυτό σημαίνει ότι θα επηρεαστούν και οι αντίστοιχες παράμετροι του μοντέλου. Θα το λάβετε υπόψη σας ή θα αρχεστείτε μόνο στα ιστορικά δεδομένα;