Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Εισαγωγή στην Πληροφορική

Ενότητα 2: Συστήματα Αρίθμησης

Ανδρέας Πaπασαλούρος
Τμήμα Μαθηματικών

Σάμος, Απρίλιος 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Συστήματα αρίθμησης

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

1402 = 1000 + 400 +2

$= 1*10^3 + 4*10^2 + 0*10^1 + 2*10^0$

Γενικά σε ένα σύστημα αρίθμησης με βάση το $b \in N$, ένας ακέραιος αριθμός με n ψηφία παριστάνεται ως:

$$α = \sum_{i=0}^{n-1} a_i b^i$$

$$= α_{n-1}*b^{n-1} + a_{n-2} *b^{n-2} +…+a_1b^1 + a_0$$

όπου τα $0 \le a_i \le b-1$

Συνηθισμένα συστήματα αρίθμησης

- Δεκαδικό

  0,1,…,9
- Δυαδικό

  0,1. Ένα ψηφίο ενός δυαδικού αριθμού ονομάζεται **bit** (binary digit).

  π.χ. $10111_{(2)} = 1*2^4 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0$

  $= 16 + 4 + 2 + 1 = 23_{(10)}$
- Δεκαεξαδικό

  0,…,9,A,B,C,D,E,F

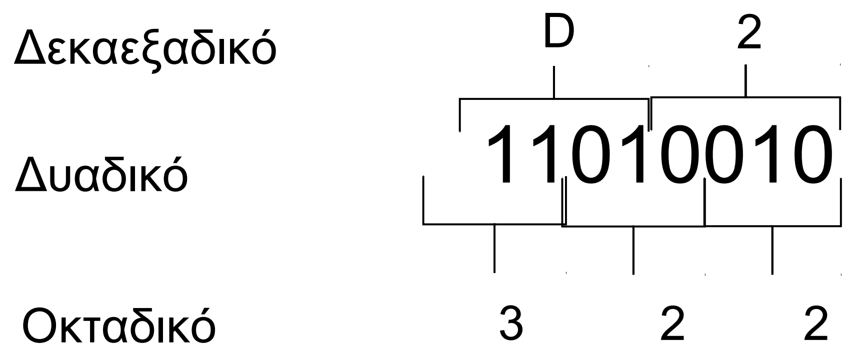
  $FA2B_{(16)} = 15*16^3 + 10*16^2 + 2*16^1 + 11*1 = 64043_{(10)}$
- Οκταδικό

  0,…,7

  $572_{(8)} = 378_{(10)}$

Μετατροπή από μια βάση σε άλλη

- Αν οι βάσεις είναι δυνάμεις του 2, η μετατροπή είναι εύκολη.
- Παράδειγμα



- Άρα $D2_{(16)} = 322_{(8)} = 11010010_{(2)} = 210_{(10)}$

Μετατροπή από δεκαδικό σε άλλη βάση

- Ακέραια διαίρεση: div

7 div 3 = 2

- Ακέραιο υπόλοιπο (rem ή mod):

7 **mod** 3 = 1

Αλγόριθμος μετατροπής από το δεκαδικό σε άλλη βάση

- **Είσοδος**: ένας αριθμός στο δεκαδικό και η βάση στην οποία θέλουμε να γίνει η μετατροπή
- **Έξοδος**: Η παράσταση του αριθμού στη νέα βάση.
  1. *υπόλοιπο* = *αριθμός* mod *βάση*
  2. Τοποθέτησε το *υπόλοιπο* ως το αριστερότερο ψηφίο της νέας παράστασης
  3. *αριθμός* = *αριθμός* div *βάση*
  4. Επανάλαβε τα βήματα 1 έως 3 μέχρι ο αριθμός να είναι 0.

Παράδειγμα

- **Είσοδος**: ένας αριθμός στο δεκαδικό και η βάση στην οποία θέλουμε να γίνει η μετατροπή
- **Έξοδος**: Η παράσταση του αριθμού στη νέα βάση.
  - *υπόλοιπο* = *αριθμός* mod *βάση*
  - Τοποθέτησε το *υπόλοιπο* ως το αριστερότερο ψηφίο της νέας παράστασης
  - *αριθμός* = *αριθμός* div *βάση*
  - Επανάλαβε τα βήματα 1 έως 3 μέχρι ο αριθμός να είναι 0.

- αριθμός = 21, βάση =2.
- 1η επανάληψη:
  υπόλοιπο = 21 mod 2 = 1
  παράσταση ='1'
  αριθμός = 21 div 2 = 10
- 2η επανάληψη:
  υπόλοιπο = 10 mod 2 = 0
  παράσταση ='01'
  αριθμός = 10 div 2 = 5
- 3η επανάληψη:
  υπόλοιπο = 5 mod 2 = 1
  παράσταση ='101'
  αριθμός = 5 div 2 = 2
- 4η επανάληψη:
  υπόλοιπο = 2 mod 2 = 0
  παράσταση ='0101'
  αριθμός = 2 div 2 = 1
- 5η επανάληψη:
  υπόλοιπο = 1 mod 2 = 1
  παράσταση ='10101'
  αριθμός = 1 div 2 = 0

Πράξεις θετικών ακεραίων αριθμών

- Κρατούμενα κατά την πρόσθεση και την αφαίρεση

x_i	y_i	K_{i-1} ή B_{i-1}	$x_i+y_i+K_{i-1}$	K_i	$x_i-y_i-B_{i-1}$	B_i
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

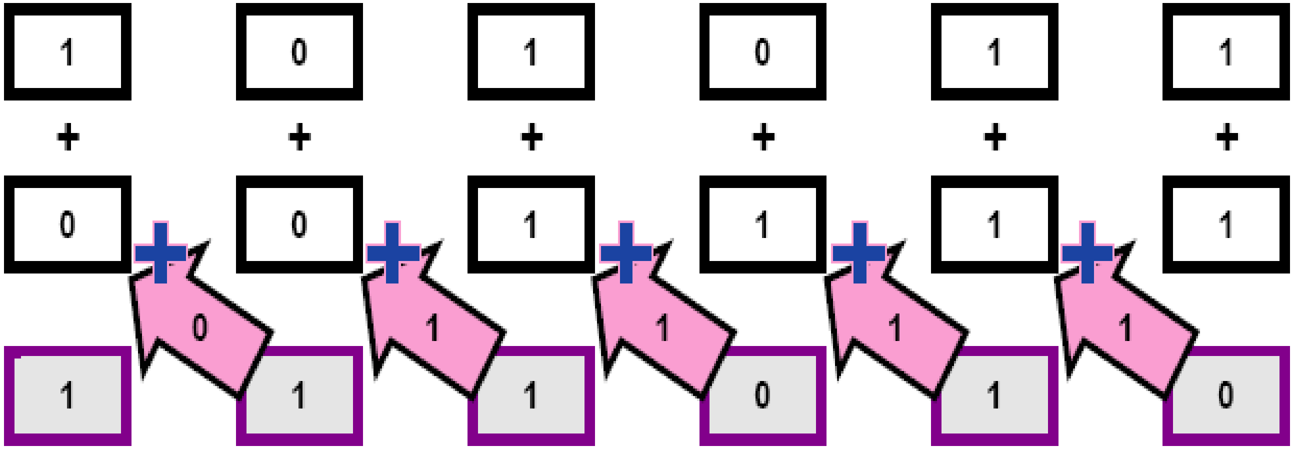
Πηγή: Νεκτάριος Κοζύρης, Μαρία Αθανασάκη, Ευαγγελία Αθανασάκη, *Σημειώσεις στα Συστήματα Αρίθμησης-Δυαδική Παράσταση Αριθμών* Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2005.

Δυαδική αναπαράσταση

- Το πλήθος των αριθμών που μπορούν να παρασταθούν με Ν δυαδικά ψηφία (bit) είναι 2^N
  - Μικρότερος αριθμός: 0
  - Μεγαλύτερος αριθμός 2^N-1
- Παράδειγμα:
  - Με 4 bit είναι δυνατόν να παρασταθούν 16 αριθμοί.
    - Μικρότερος 0
    - Μεγαλύτερος 15

Πρόσθεση θετικών ακεραίων

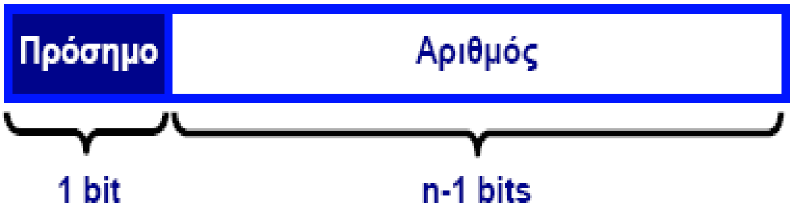
- Πρόσθεση των αριθμών 43 και 15



Πηγή: Νεκτάριος Κοζύρης, Μαρία Αθανασάκη, Ευαγγελία Αθανασάκη, *Σημειώσεις στα Συστήματα Αρίθμησης-Δυαδική Παράσταση Αριθμών* Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2005.

Παράσταση ακεραίων (θετικών και αρνητικών)

- Οι αριθμοί αναπαρίστανται με **σταθερό αριθμό ψηφίων** (bits).
- Ο αριθμός των ψηφίων συνιστά το **μήκος της λέξης (word)** του υπολογιστή.
- Το μήκος της λέξης είναι συνήθως πολλαπλάσιο του 8.
- Για την παράσταση ακεραίων:
  - Το πιο σημαντικό bit (Most Significant Bit – MSB), το αριστερότερο στην αναπαράσταση του αριθμού είναι
    - 0, αν ο αριθμός είναι θετικός,
    - 1, αν ο αριθμός είναι αρνητικός
- Τρεις τρόποι παράστασης προσημασμένων ακεραίων:
  - Αναπαράσταση μέτρου
  - Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 1
  - Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 2
- **Προσημασμένοι** αριθμοί.



Παράσταση Μέτρου

- Το Most Significant Bit (το αριστερότερο ψηφίο) δηλώνει αν ο αριθμός είναι θετικός ή αρνητικός ενώ τα υπόλοιπα n-1 ψηφία παριστάνουν το **μέτρο** (απόλυτη τιμή) του αριθμού σε δυαδική μορφή.
- Π.χ. σε μια αναπαράσταση με 8 bit
  - 19 = 00010011
  - -19 = 10010011
- Ο μέγιστος θετικός αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί με n bit είναι ο $2^{n-1}-1$.
- Ο ελάχιστος αρνητικός αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί με n bit είναι ο $-(2^{n-1}-1)$.
- Το 0 αναπαρίσταται με δυο τρόπους: ως 00…00 και ως 10…00

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 1

- Αν το MSB είναι 0 ο αριθμός είναι θετικός το **μέτρο** του δίνεται στα υπόλοιπα bits.
- **Αν** το MSB είναι 1 ο αριθμός είναι αρνητικός και το συμπλήρωμα ως προς 1 της παράστασης δίνει το μέτρο του. (Οι θετικοί αναπαρίστανται "όπως είναι" προσθέτοντας μηδενικά προς τα αριστερά)
- Το συμπλήρωμα ως προς 1 ενός δυαδικού αριθμού προκύπτει αντικαθιστώντας όλα τα 0 με 1 και όλα τα 1 με 0 στον αριθμό:
  $0 \rightarrow 1$
  $1 \rightarrow 0$
- Αναπαρίστανται οι αριθμοί $-(2^{n-1}-1)$ έως $2^{n-1}-1$
- Παραδείγματα αναπαράστασης με 8 bit
  - +5 = 00000101
  - -5 = 11111010
- Το 0 αναπαρίσταται με δύο τρόπους: 00…00 και 11…11

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

- Χρησιμοποιείται συνήθως στους σύγχρονους υπολογιστές για την αναπαράσταση **αρνητικών αριθμών.**
- Αν το MSB είναι 0 ο αριθμός είναι θετικός και το μέτρο του δίνεται από τα υπόλοιπα n-1 bit.
- Αν το MSB είναι 1 ο αριθμός είναι **αρνητικός τότε γ**ια να βρούμε το **μέτρο** του αριθμού πρέπει να υπολογίσουμε το **συμπλήρωμα ως προς 2** όλων των ψηφίων του.
- Για τον υπολογισμό του συμπληρώματος ως προς 2:
-
    - Παίρνουμε το *συμπλήρωμα* του αριθμού ως προς 1, δηλαδή
        - αντικαθιστούμε κάθε 1 με 0 και κάθε 0 με 1.
    - Προσθέτουμε 1
    - Αν προκύψει κρατούμενο στο αριστερότερο bit **το αγνοούμε**.

Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 2 (συνέχ.)

- Παράδειγμα αναπαραστάσεων 8 bit
  - 21 = 00010101
  - -21 = 11101010 +1 = 11101011
- Ποιος είναι ο αριθμός που αναπαρίσταται ως 11100110 (-26).
  - Ο αριθμός είναι αρνητικός (MSB=1). Για να βρούμε το μέτρο του αριθμού παίρνουμε το συμπλήρωμα ως προς 2:
  - 00011001+1 = 00011010= $26_{(10)}$
- Ο μέγιστος θετικός που μπορεί να αναπαρασταθεί με n bit είναι ο 2^{n-1} -1
- Ο ελάχιστος αρνητικός που μπορεί να αναπαρασταθεί με n bit είναι ο -2^{n-1}
- Π.χ. με 4 bit, αναπαρίστανται οι αριθμοί από -8 έως +7
- Το μηδέν αναπαρίσταται με **μοναδικό τρόπο**: 00…00.

Παράδειγμα

Να βρεθεί σε ποιους ακεραίους αντιστοιχούν οι ακόλουθες δυαδικές παραστάσεις σε μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με 8 δυαδικά ψηφία: 00011011 και 11110011.

Λύση

Ο 00011011 έχει το αριστερότερο ψηφίο 0.

Λύση

Ο 00011011 έχει το αριστερότερο ψηφίο 0.
Άρα πρόκειται για παράσταση θετικού αριθμού.
Το μέτρο του αριθμού προκύπτει από το μέτρο των ψηφίων της παράστασης:

Λύση

Ο 00011011 έχει το αριστερότερο ψηφίο 0.
Άρα πρόκειται για παράσταση θετικού αριθμού.
Το μέτρο του αριθμού προκύπτει από το μέτρο των ψηφίων της παράστασης:

$$0011011_2 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27_{10}$$

Η παράσταση 11110011 έχει αριστερότερο ψηφίο 1.

Η παράσταση 11110011 έχει αριστερότερο ψηφίο 1.
Άρα πρόκειται για παράσταση αρνητικού αριθμού.

Η παράσταση 11110011 έχει αριστερότερο ψηφίο 1. Άρα πρόκειται για παράσταση αρνητικού αριθμού. Το μέτρο του αριθμού προκύπτει παίρνοντας το συμπλήρωμα ως προς 2 *της παράστασης*:
Πρώτα *αντιστρέφουμε* τα ψηφία της παράστασης: 00001100 και στη συνέχεια προσθέτουμε 1:
$00001100 + 1 = 00001101$.
Το αποτέλεσμα είναι ο δεκαδικός αριθμός 13. Άρα, το 11110011 παριστάνει τον αριθμό -13.

Πρόσθεση στην αριθμητική συμπληρώματος ως προς 2 (Συνέχεια)

- Η πρόσθεση δυο αριθμών στην παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 γίνεται *απευθείας*, ανεξάρτητα από το πρόσημό τους και χωρίς καμία μετατροπή.

Πρόσθεση στην αριθμητική συμπληρώματος ως προς 2 (Συνέχεια)

- Η πρόσθεση δυο αριθμών στην παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 γίνεται *απευθείας*, ανεξάρτητα από το πρόσημό τους και χωρίς καμία μετατροπή.
- Η διαδικασία της πρόσθεσης είναι η ίδια με αυτή στην παράσταση θετικών αριθμών.

Πρόσθεση στην αριθμητική συμπληρώματος ως προς 2 (Συνέχεια)

- Η πρόσθεση δυο αριθμών στην παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 γίνεται *απευθείας*, ανεξάρτητα από το πρόσημό τους και χωρίς καμία μετατροπή.
- Η διαδικασία της πρόσθεσης είναι η ίδια με αυτή στην παράσταση θετικών αριθμών.
- Αν υπάρξει κρατούμενο από την πρόσθεση των πιο σημαντικών ψηφίων αυτό **αγνοείται**.

Πρόσθεση στην αριθμητική συμπληρώματος ως προς 2 (Συνέχεια)

- Η πρόσθεση δυο αριθμών στην παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 γίνεται *απευθείας*, ανεξάρτητα από το πρόσημό τους και χωρίς καμία μετατροπή.
- Η διαδικασία της πρόσθεσης είναι η ίδια με αυτή στην παράσταση θετικών αριθμών.
- Αν υπάρξει κρατούμενο από την πρόσθεση των πιο σημαντικών ψηφίων αυτό **αγνοείται**.
- Για την αφαίρεση ενός αριθμού B από έναν A, προσθέτουμε στον A το συμπλήρωμα του B ως προς 2.

Παράδειγμα

Να εκτελεστούν οι πράξεις $7 - 5$ και $5 - 7$ χρησιμοποιώντας την αριθμητική του συμπληρώματος ως προς 2 με παραστάσεις αριθμών 8 bit.

Η παράσταση συμπλ. ως προς 2 του 7 είναι 00000111.
Για την εκτέλεση της αφαίρεσης $7 - 5$ προσθέτουμε στο 7 το συμπλήρωμα ως προς 2 του 5.
Η παράσταση του 5 είναι 00000101. Το συμπλ. ως προς 2 προκύπτει ως:

$$-5 : 11111010 + 1 = 11111011$$

Η πρόσθεση δίνει:

$$00000111 + 11111011 = (1)00000010 = 2$$

Παρατηρήστε ότι στην παραπάνω πρόσθεση προκύπτει *κρατούμενο* από την πρόσθεση στο όγδοο ψηφίο, το οποίο *αγνοείται*.

Για τη διαφορά 5-7, βρίσκουμε, όμοια:

$$5 = 00000101$$

Συμπλήρωμα ως προς 2 του 7:

$$11111001$$

και

$$00000101 + 11111001 = 11111110$$

Η επαλήθευση για την ορθότητα του παραπάνω αποτελέσματος γίνεται βρίσκοντας το μέτρο του αριθμού 11111110 παίρνοντας πάλι το συμπλήρωμα ως προς 2:

$$00000001 + 1 = 00000010 = 2_{10}$$

Άρα, πράγματι, το αποτέλεσμα είναι το -2.

Υπερχείλιση

- Κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων μεταξύ αριθμών που αναπαρίστανται με συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων είναι δυνατόν το αποτέλεσμα της πράξης να απαιτεί περισσότερα ψηφία από αυτά που διαθέτει η συγκεκριμένη παράσταση. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει *υπερχείλιση*.

Υπερχείλιση

- Κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων μεταξύ αριθμών που αναπαρίστανται με συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων είναι δυνατόν το αποτέλεσμα της πράξης να απαιτεί περισσότερα ψηφία από αυτά που διαθέτει η συγκεκριμένη παράσταση. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει *υπερχείλιση*.
- Παράδειγμα δίνεται το άθροισμα $127 + 1$ σε μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με 8 δυαδικά ψηφία. Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί ως τώρα, το άθροισμα είναι

$$01111111 + 00000001 = 10000000$$

Υπερχείλιση

- Κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων μεταξύ αριθμών που αναπαρίστανται με συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων είναι δυνατόν το αποτέλεσμα της πράξης να απαιτεί περισσότερα ψηφία από αυτά που διαθέτει η συγκεκριμένη παράσταση. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει *υπερχείλιση*.
- Παράδειγμα δίνεται το άθροισμα $127 + 1$ σε μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με 8 δυαδικά ψηφία. Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί ως τώρα, το άθροισμα είναι

$$01111111 + 00000001 = 10000000$$

Υπερχείλιση (συνέχ.)

- Το αποτέλεσμα είναι *αρνητικός αριθμός*, καθώς MSB=1.

Υπερχείλιση (συνέχ.)

- Το αποτέλεσμα είναι *αρνητικός αριθμός*, καθώς MSB=1.
- Το μέτρο του αριθμού προκύπτει παίρνοντας το συμπλήρωμα ως προς 2 της παράστασης:

$$01111111 + 1 = 10000000_2 = 128_{10}$$

  και το αποτέλεσμα (-128) είναι προφανώς *λανθασμένο*.
- Το σφάλμα αυτό ονομάζεται *σφάλμα λόγω υπερχείλισης*

Υπερχείλιση (συνέχ.)

- Το αποτέλεσμα είναι *αρνητικός αριθμός*, καθώς MSB=1.
- Το μέτρο του αριθμού προκύπτει παίρνοντας το συμπλήρωμα ως προς 2 της παράστασης:

$$01111111 + 1 = 10000000_2 = 128_{10}$$

  και το αποτέλεσμα (-128) είναι προφανώς *λανθασμένο*.
- Το σφάλμα αυτό ονομάζεται *σφάλμα λόγω υπερχείλισης*
- Οφείλεται στο ότι το αποτέλεσμα της πράξης (+128) υπερβαίνει τον μέγιστο αριθμό που μπορεί να παρασταθεί με 8 ψηφία σε μορφή συμπλ. ως προς 2: $2^7 - 1 = 127$.

Κανόνας για τον εντοπισμό κατάστασης υπερχείλησης

Ένας κανόνας για την αναγνώριση περίπτωσης υπερχείλισης στην παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο είναι ο ακόλουθος:

Κανόνας για τον εντοπισμό κατάστασης υπερχείλησης

Ένας κανόνας για την αναγνώριση περίπτωσης υπερχείλισης στην παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο είναι ο ακόλουθος:

> *Αν προστεθούν δυο αριθμοί με το ίδιο πρόσημο, τότε προκύπτει υπερχείλιση αν και μόνο αν το αποτέλεσμα έχει το αντίθετο πρόσημο.*

Παράσταση δυαδικών αριθμών με κλασματικό μέρος

Είναι δυνατή η παράσταση *θετικών* αριθμών με n ακέραια και k κλασματικά ψηφία σε ένα σύστημα αρίθμησης με βάση b σύμφωνα με τη σχέση:

Παράσταση δυαδικών αριθμών με κλασματικό μέρος

Είναι δυνατή η παράσταση *θετικών* αριθμών με n ακέραια και k κλασματικά ψηφία σε ένα σύστημα αρίθμησης με βάση b σύμφωνα με τη σχέση:

$$a = a_{n-1}b^{n-1} + \ldots + a_0 + a_{-1}b^{-1} + a_{-2}b^{-2} + \ldots a_{-k}b^{-k} \tag{1}$$

Παράσταση δυαδικών αριθμών με κλασματικό μέρος

Είναι δυνατή η παράσταση *θετικών* αριθμών με n ακέραια και k κλασματικά ψηφία σε ένα σύστημα αρίθμησης με βάση b σύμφωνα με τη σχέση:

$$a = a_{n-1}b^{n-1} + \ldots + a_0 + a_{-1}b^{-1} + a_{-2}b^{-2} + \ldots a_{-k}b^{-k} \tag{1}$$

- Για παράδειγμα, στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης ($b = 10$), ο αριθμός $32,135_{(10)}$ μπορεί να γραφεί ως:

$$32,135_{10} = 3\times10+2+1\times10^{-1}+3\times10^{-2}+5\times10^{-3}$$

Παράδειγμα

Στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης, ο αριθμός $101,011_{(2)}$ αντιστοιχεί στον δεκαδικό $5,375_{(10)}$, σύμφωνα με τη σχέση

Παράδειγμα

Στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης, ο αριθμός $101,011_{(2)}$ αντιστοιχεί στον δεκαδικό $5,375_{(10)}$, σύμφωνα με τη σχέση

$$
\begin{aligned}
101,011_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-} \\
&= 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\
&= 5,375_{10}
\end{aligned}
$$

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού A στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού A στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

1. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό A με το 2. Το αποτέλεσμα έχει ένα ακέραιο μέρος, M, και ένα κλασματικό μέρος K.

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού A στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

1. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό A με το 2. Το αποτέλεσμα έχει ένα ακέραιο μέρος, M, και ένα κλασματικό μέρος K.
2. Γράφουμε το ακέραιο μέρος *στα δεξιά* της δυαδικής παράστασης

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού Α στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

1. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό Α με το 2. Το αποτέλεσμα έχει ένα ακέραιο μέρος, Μ, και ένα κλασματικό μέρος Κ.
2. Γράφουμε το ακέραιο μέρος *στα δεξιά* της δυαδικής παράστασης
3. Αντικαθιστούμε τον αριθμό Α με το κλασματικό μέρος Κ.

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού Α στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

1. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό Α με το 2. Το αποτέλεσμα έχει ένα ακέραιο μέρος, Μ, και ένα κλασματικό μέρος Κ.
2. Γράφουμε το ακέραιο μέρος *στα δεξιά* της δυαδικής παράστασης
3. Αντικαθιστούμε τον αριθμό Α με το κλασματικό μέρος Κ.
4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 1 έως 3 μέχρι ο Α να μηδενιστεί ή να έχουμε υπολογίσει τον επιθυμητό αριθμό δυαδικών κλασματικών ψηφίων.

Αλγόριθμος μετατροπής

Για την μετατροπή του *κλασματικού μέρους* ενός αριθμού Α στο δυαδικό ακολουθείται ο παρακάτω αλγόριθμος:

1. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό Α με το 2. Το αποτέλεσμα έχει ένα ακέραιο μέρος, Μ, και ένα κλασματικό μέρος Κ.
2. Γράφουμε το ακέραιο μέρος *στα δεξιά* της δυαδικής παράστασης
3. Αντικαθιστούμε τον αριθμό Α με το κλασματικό μέρος Κ.
4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 1 έως 3 μέχρι ο Α να μηδενιστεί ή να έχουμε υπολογίσει τον επιθυμητό αριθμό δυαδικών κλασματικών ψηφίων.

Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $0,375_{(10)}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Επανάληψη	$A = K \times 2$	M	K	Παράστασ
0	-	-	0,375	-

Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $0,375_{(10)}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Επανάληψη	$A = K \times 2$	M	K	Παράστασ
0	-	-	0,375	-
1	$0,75 = 0,375 \times 2$	**0**	0,75	,**0**

Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $0,375_{(10)}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Επανάληψη	$A = K \times 2$	M	K	Παράστασ
0	-	-	0,375	-
1	$0,75 = 0,375 \times 2$	**0**	0,75	,**0**
2	$1,5 = 0,75 \times 2$	**1**	0,5	,0**1**

Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $0,375_{(10)}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Επανάληψη	$A = K \times 2$	Μ	Κ	Παράστασ
0	-	-	0,375	-
1	$0,75 = 0,375 \times 2$	**0**	0,75	,**0**
2	$1,5 = 0,75 \times 2$	**1**	0,5	,0**1**
3	$1,0 = 0,5 \times 2$	**1**	0	,01**1**

Παράδειγμα

Παράσταση του αριθμού $0,375_{(10)}$ στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Επανάληψη	$A = K \times 2$	M	K	Παράστασ
0	-	-	0,375	-
1	$0,75 = 0,375 \times 2$	**0**	0,75	,**0**
2	$1,5 = 0,75 \times 2$	**1**	0,5	,0**1**
3	$1,0 = 0,5 \times 2$	**1**	0	,01**1**

Σύμφωνα με το παραπάνω $0,375_{(10)} = 0,011_{(2)}$

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού
$5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011
5	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,00110

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	Μ	Κ	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011
5	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,00110
6	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,001100

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011
5	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,00110
6	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,001100
7	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,0011001

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011
5	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,00110
6	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,001100
7	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,0011001
8	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,00110011

Παράδειγμα

Να βρεθεί η δυαδική παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,001
4	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,0011
5	$0,4 = 0,2 \times 2$	**0**	0,4	,00110
6	$0,8 = 0,4 \times 2$	**0**	0,8	,001100
7	$1,6 = 0,8 \times 2$	**1**	0,6	,0011001
8	$1,2 = 0,6 \times 2$	**1**	0,2	,00110011
...	...	...	...	...

Σύμφωνα με το παραπάνω, η παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$ στο δυαδικό είναι

Σύμφωνα με το παραπάνω, η παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$ στο δυαδικό είναι

$$5,2_{(10)} = 101.\underbrace{0011}\underbrace{0011}\dots_{(2)}$$

Σύμφωνα με το παραπάνω, η παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$ στο δυαδικό είναι

$$5,2_{(10)} = 101.\underbrace{0011}\underbrace{0011}\ldots_{(2)}$$

Η παράσταση του αριθμού έχει *άπειρα* δυαδικά ψηφία με την επανάληψη της ακολουθίας 0011.

Σύμφωνα με το παραπάνω, η παράσταση του αριθμού $5,2_{(10)}$ στο δυαδικό είναι

$$5,2_{(10)} = 101.\underbrace{0011}\underbrace{0011}\ldots_{(2)}$$

Η παράσταση του αριθμού έχει *άπειρα* δυαδικά ψηφία με την επανάληψη της ακολουθίας 0011. Πραγματοποιείται *αποκοπή* πέρα από ένα αριθμό σημαντικών ψηφίων.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

- Μορφή παράστασης **πραγματικών** αριθμών.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

- Μορφή παράστασης **πραγματικών** αριθμών.
- Ο συνολικός αριθμός ψηφίων, N είναι σταθερός, όπως και στις παραστάσεις προσημασμένων αριθμών που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

- Μορφή παράστασης **πραγματικών** αριθμών.
- Ο συνολικός αριθμός ψηφίων, N είναι σταθερός, όπως και στις παραστάσεις προσημασμένων αριθμών που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.
- Χρησιμοποιούνται M ψηφία για το ακέραιο μέρος και K ψηφία για το κλασματικό μέρος.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

- Μορφή παράστασης **πραγματικών** αριθμών.
- Ο συνολικός αριθμός ψηφίων, N είναι σταθερός, όπως και στις παραστάσεις προσημασμένων αριθμών που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.
- Χρησιμοποιούνται M ψηφία για το ακέραιο μέρος και K ψηφία για το κλασματικό μέρος.
- Για την παράσταση αρνητικών αριθμών χρησιμοποιείται το *συμπλήρωμα ως προς 2*.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

- Μορφή παράστασης **πραγματικών** αριθμών.
- Ο συνολικός αριθμός ψηφίων, N είναι σταθερός, όπως και στις παραστάσεις προσημασμένων αριθμών που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.
- Χρησιμοποιούνται M ψηφία για το ακέραιο μέρος και K ψηφία για το κλασματικό μέρος.
- Για την παράσταση αρνητικών αριθμών χρησιμοποιείται το *συμπλήρωμα ως προς 2*.

Παράδειγμα

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $4,23_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με τέσσερα ακέραια και τέσσερα κλασματικά ψηφία. Να βρεθεί το *σφάλμα* της παράστασης.

Παράδειγμα

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $4,23_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με τέσσερα ακέραια και τέσσερα κλασματικά ψηφία. Να βρεθεί το *σφάλμα* της παράστασης.

Λύση

Ακολουθώντας τον αλγόριθμο εύρεσης κλασματικών δυαδικών ψηφίων βρίσκουμε ότι

Παράδειγμα

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $4,23_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με τέσσερα ακέραια και τέσσερα κλασματικά ψηφία. Να βρεθεί το *σφάλμα* της παράστασης.

Λύση

Ακολουθώντας τον αλγόριθμο εύρεσης κλασματικών δυαδικών ψηφίων βρίσκουμε ότι

$$4,23_{10} \approx 0100,0011_2$$

Το σφάλμα υπολογίζεται παίρνοντας τη διαφορά της τιμής παραπάνω παράστασης με την αρχική τιμή:

Το σφάλμα υπολογίζεται παίρνοντας τη διαφορά της τιμής παραπάνω παράστασης με την αρχική τιμή:

$$\begin{aligned} 0100,0011_2 &= 2^2 + 2^{-3} + 2^{-4} \\ &= 4,1875_{10} \end{aligned}$$

Έτσι, το σφάλμα προκύπτει από τη διαφορά

Το σφάλμα υπολογίζεται παίρνοντας τη διαφορά της τιμής παραπάνω παράστασης με την αρχική τιμή:

$$\begin{aligned} 0100,0011_2 &= 2^2 + 2^{-3} + 2^{-4} \\ &= 4,1875_{10} \end{aligned}$$

Έτσι, το σφάλμα προκύπτει από τη διαφορά $4,23 - 4,1875 = 0,0425$.

Αποκοπή και στρογγυλοποίηση

Το παραπάνω σφάλμα οφείλεται στην αποκοπή δυαδικών κλασματικών ψηφίων της παράστασης και ονομάζεται *σφάλμα αποκοπής*.
Για την μείωση του σφάλματος είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί *στρογγυλοποίηση* αντί για αποκοπή.
Κατά την στρογγυλοποίηση, η παράσταση μπορεί να πάρει την αμέσως μεγαλύτερη τιμή προσθέτοντας ένα ψηφίο στο τέλος. (Βλ. παράδειγμα που ακολουθεί).

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Λύση

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Λύση

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Λύση

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	0	0,4	,0

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Λύση

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	0	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	0	0,8	,00

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης

Να βρεθεί η παράσταση του αριθμού $5,2_{10}$ σε μορφή σταθερής υποδιαστολής με 5 ακέραια και *3 κλασματικά ψηφία* με αποκοπή και στρογγυλοποίηση.

Λύση

Επανάληψη	A	M	K	Παράσταση
0	-	-	0,2	-
1	$0,4 = 0,2 \times 2$	0	0,4	,0
2	$0,8 = 0,4 \times 2$	0	0,8	,00
3	$1,6 = 0,8 \times 2$	1	**0,6**	,001

Συνέχεια

Η τελευταία τιμή του κλασματικού μέρους (K = 0,6) είναι μεγαλύτερη του 0,5. Άρα η κλασματική τιμή στρογγυλοποιείται στην
$0,001 + 0,001 = 0,010$.
(Αν το $K < 0,5$ η παράσταση μένει ως έχει).
Παράσταση με αποκοπή: 00011**001**
Παράσταση με στρογγυλοποίηση: 00011**010**

Παράδειγμα στρογγυλοποίησης (2)

Να βρεθεί το σφάλμα των παραπάνω παραστάσεων του 5,2 (με αποκοπή και στρογγυλοποίηση)

Λύση

Λύση

Το κλασματικό μέρος της παράστασης *με αποκοπή* είναι:

$$0,001_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0,125_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,125 = 0,075$

Λύση

Το κλασματικό μέρος της παράστασης *με αποκοπή* είναι:

$$0,001_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0,125_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,125 = 0,075$
Το κλασματικό μέρος της *παράστασης με στρογγυλοποίηση* είναι:

$$0,010_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} = 0,25_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,25 = -0,05$

Λύση

Το κλασματικό μέρος της παράστασης *με αποκοπή* είναι:

$$0,001_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0,125_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,125 = 0,075$
Το κλασματικό μέρος της *παράστασης με στρογγυλοποίηση* είναι:

$$0,010_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} = 0,25_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,25 = -0,05$
Παρατηρήστε ότι $|-0,05| < |0,075|$

Λύση

Το κλασματικό μέρος της παράστασης *με αποκοπή* είναι:

$$0,001_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0,125_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,125 = 0,075$
Το κλασματικό μέρος της *παράστασης με στρογγυλοποίηση* είναι:

$$0,010_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} = 0,25_{10}$$

Το σφάλμα είναι $0,2 - 0,25 = -0,05$
Παρατηρήστε ότι $|-0,05| < |0,075|$ δηλ. το σφάλμα της στρογγυλοποιημένης παράστασης είναι μικρότερο,όπως αναμενόταν.

Παραδείγματα παραστάσεων σταθερής υποδιαστολής

Στα παραδείγματα που ακολουθούν χρησιμοποιούνται 8 ψηφία, για το ακέραιο και *τρία* για το κλασματικό μέρος.

$$00101,110_2 = 5,75_{10}$$
$$10010,001_2 = -13,875_{10}$$

Αν ο αριθμός είναι αρνητικός τότε παίρνεται το συμπλήρωμα ως προς 2 της παράστασης του αντίστοιχου θετικού.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

Αυτός ο τρόπος παράστασης πραγματικών αριθμών επιτρέπει την αναπαράσταση μικρού διαστήματος αριθμών.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

Αυτός ο τρόπος παράστασης πραγματικών αριθμών επιτρέπει την αναπαράσταση μικρού διαστήματος αριθμών.
Με 8 bit ο μεγαλύτερος θετικός που είναι δυνατόν να παρασταθεί είναι ο 01111,111 = 15,875 και ο μικρότερος αρνητικός είναι ο 10000,000 = -16.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

Αυτός ο τρόπος παράστασης πραγματικών αριθμών επιτρέπει την αναπαράσταση μικρού διαστήματος αριθμών.

Με 8 bit ο μεγαλύτερος θετικός που είναι δυνατόν να παρασταθεί είναι ο 01111,111 = 15,875 και ο μικρότερος αρνητικός είναι ο 10000,000 = -16.

Χρησιμοποιείται σε ειδικές εφαρμογές, όπως, π.χ. παράσταση πραγματικών δεδομένων σε *κάρτες γραφικών*.

Παράσταση σταθερής υποδιαστολής

Αυτός ο τρόπος παράστασης πραγματικών αριθμών επιτρέπει την αναπαράσταση μικρού διαστήματος αριθμών.

Με 8 bit ο μεγαλύτερος θετικός που είναι δυνατόν να παρασταθεί είναι ο 01111,111 = 15,875 και ο μικρότερος αρνητικός είναι ο 10000,000 = -16.

Χρησιμοποιείται σε ειδικές εφαρμογές, όπως, π.χ. παράσταση πραγματικών δεδομένων σε *κάρτες γραφικών*.

Σε υπολογιστικές μονάδες γενικής χρήσης χρησιμοποιείται μια μορφή *εκθετικής παράστασης* δυαδικών αριθμών η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Παράσταση κινητής υποδιαστολής

Στην παράσταση κινητής υποδιαστολής ο πραγματικός αριθμός, a που θέλουμε να παραστήσουμε εκφράζεται σε *εκθετική μορφή*, ως το γινόμενο ενός αριθμού και μιας δύναμης του 2.

Παράσταση κινητής υποδιαστολής

Στην παράσταση κινητής υποδιαστολής ο πραγματικός αριθμός, a που θέλουμε να παραστήσουμε εκφράζεται σε *εκθετική μορφή*, ως το γινόμενο ενός αριθμού και μιας δύναμης του 2.

$$a = (-1)^s \times m \times b^e \tag{2}$$

Παράσταση κινητής υποδιαστολής

Στην παράσταση κινητής υποδιαστολής ο πραγματικός αριθμός, a που θέλουμε να παραστήσουμε εκφράζεται σε *εκθετική μορφή*, ως το γινόμενο ενός αριθμού και μιας δύναμης του 2.

$$a = (-1)^s \times m \times b^e \tag{2}$$

Το s είναι το πρόσημο της παράστασης και παίρνει τις τιμές 0 για θετικό και 1 για αρνητικό αριθμό.

Παράσταση κινητής υποδιαστολής

Στην παράσταση κινητής υποδιαστολής ο πραγματικός αριθμός, a που θέλουμε να παραστήσουμε εκφράζεται σε *εκθετική μορφή*, ως το γινόμενο ενός αριθμού και μιας δύναμης του 2.

$$a = (-1)^s \times m \times b^e \tag{2}$$

Το s είναι το πρόσημο της παράστασης και παίρνει τις τιμές 0 για θετικό και 1 για αρνητικό αριθμό. Το m είναι ο συντελεστής, b είναι η βάση και e ο εκθέτης.

Παράσταση κινητής υποδιαστολής

Στην παράσταση κινητής υποδιαστολής ο πραγματικός αριθμός, a που θέλουμε να παραστήσουμε εκφράζεται σε *εκθετική μορφή*, ως το γινόμενο ενός αριθμού και μιας δύναμης του 2.

$$a = (-1)^s \times m \times b^e \tag{2}$$

Το s είναι το πρόσημο της παράστασης και παίρνει τις τιμές 0 για θετικό και 1 για αρνητικό αριθμό. Το m είναι ο συντελεστής, b είναι η βάση και e ο εκθέτης.
Στο δεκαδικό σύστημα, η παράσταση $6,023 \times 10^{23}$ αντιστοιχεί στην Εξ. 2 με $s = 0$, $b = 10$, $m = 6,023$ και $e = 23$.

Μορφές παραστάσεων κινητής υποδιαστολής

Η δυαδική μορφή της παράστασης κινητής υποδιαστολής είναι η ακόλουθη:

s	εκθέτης e	συντελεστής m

Μορφές παραστάσεων κινητής υποδιαστολής

Η δυαδική μορφή της παράστασης κινητής υποδιαστολής είναι η ακόλουθη:

s	εκθέτης e	συντελεστής m

Στις μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής που χρησιμοποιούνται στους υπολογιστές ως βάση χρησιμοποιείται $b = 2$. Ο συντελεστής (m) και ο εκθέτης (e) αναπαρίστανται σε δυαδική μορφή.

Μορφές παραστάσεων κινητής υποδιαστολής

Η δυαδική μορφή της παράστασης κινητής υποδιαστολής είναι η ακόλουθη:

s	εκθέτης e	συντελεστής m

Στις μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής που χρησιμοποιούνται στους υπολογιστές ως βάση χρησιμοποιείται $b = 2$. Ο συντελεστής (m) και ο εκθέτης (e) αναπαρίστανται σε δυαδική μορφή. Ως παράδειγμα, ο αριθμός $9,625_{10} = 1011,101_2$ μπορεί να παρασταθεί ως εξής: $1,011101 \times 2^3$ ώστε $m = 1,011101_2$ και $e = 11_2$.

Κανονική μορφή συντελεστή

Όταν ο συντελεστής ικανοποιεί τη συνθήκη

$$1 \leq m < b$$

Κανονική μορφή συντελεστή

Όταν ο συντελεστής ικανοποιεί τη συνθήκη

$$1 \leq m < b$$

τότε λέμε ότι ο συντελεστής είναι σε *κανονικοποιημένη μορφή*.

Κανονική μορφή συντελεστή

Όταν ο συντελεστής ικανοποιεί τη συνθήκη

$$1 \leq m < b$$

τότε λέμε ότι ο συντελεστής είναι σε *κανονικοποιημένη μορφή*.

- Η δεκαδική παράσταση $5,5 \times 10^3$ είναι σε κανονικοποιημένη μορφή, καθώς $1 \leq 5,5 < 10$, ενώ η 55×10^2 δεν είναι, καθώς $55 > 10$.

Κανονική μορφή συντελεστή

Όταν ο συντελεστής ικανοποιεί τη συνθήκη

$$1 \leq m < b$$

τότε λέμε ότι ο συντελεστής είναι σε *κανονικοποιημένη μορφή*.

- Η δεκαδική παράσταση $5,5 \times 10^3$ είναι σε κανονικοποιημένη μορφή, καθώς $1 \leq 5,5 < 10$, ενώ η 55×10^2 δεν είναι, καθώς $55 > 10$.
- Η δυαδική παράσταση $1,011101 \times 2^3$ είναι κανονικοποιημένη ενώ η $0,1011101 \times 2^4$ δεν είναι.

Συνέπειες της κανονικοποίησης

Η κανονικοποίηση επιτρέπει την παράσταση ενός αριθμού με *μοναδικό τρόπο*.

Συνέπειες της κανονικοποίησης

Η κανονικοποίηση επιτρέπει την παράσταση ενός αριθμού με *μοναδικό τρόπο*.
Όταν ένας αριθμός είναι σε *κανονικοποιημένη δυαδική μορφή*, τότε το ακέραιο ψηφίο του (αριστερά της υποδιαστολής) είναι *πάντα* 1.

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.
Παράδειγμα: Παράσταση εκθέτη με 7 bit με πόλωση κατά 63:

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.

Παράδειγμα: Παράσταση εκθέτη με 7 bit με πόλωση κατά 63:

- $0 : 0 + 63 = 63_{10} (= 0111111_2)$

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.
Παράδειγμα: Παράσταση εκθέτη με 7 bit με πόλωση κατά 63:

- $0 : 0 + 63 = 63_{10} (= 0111111_2)$
- $-10 : -10 + 63 = 53_{10} (= 0110101_2)$

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.

Παράδειγμα: Παράσταση εκθέτη με 7 bit με πόλωση κατά 63:

- $0 : 0 + 63 = 63_{10} (= 0111111_2)$
- $-10 : -10 + 63 = 53_{10} (= 0110101_2)$
- $45 : 63 + 45 = 108_{10} (= 1101100_2)$

Πόλωση του εκθέτη

Κατά την παράσταση πολωμένου εκθέτη, προστίθεται στον εκθέτη μια σταθερή μη αρνητική τιμή και έτσι αυτός παριστάνεται πάντα ως θετικός. Συνήθως η τιμή αυτή είναι η $2^{n-1} - 1$ όπου n ο αριθμός των ψηφίων για την παράσταση του εκθέτη.

Παράδειγμα: Παράσταση εκθέτη με 7 bit με πόλωση κατά 63:

- $0 : 0 + 63 = 63_{10} (= 0111111_2)$
- $-10 : -10 + 63 = 53_{10} (= 0110101_2)$
- $45 : 63 + 45 = 108_{10} (= 1101100_2)$

Πόλωση του εκθέτη (συνέχ.)

Η τιμή μιας παράστασης κινητής υποδιαστολής με πολωμένο εκθέτη κατά 63 και κανονικοποιημένο εκθέτη στη μορφή $m = 1, f$ δίνεται από τη σχέση

Πόλωση του εκθέτη (συνέχ.)

Η τιμή μιας παράστασης κινητής υποδιαστολής με πολωμένο εκθέτη κατά 63 και κανονικοποιημένο εκθέτη στη μορφή $m = 1,f$ δίνεται από τη σχέση

$$a = (-1)^s \times (1,f) \times b^{e-63}$$

Σημειώστε ότι στο παραπάνω f είναι η παράσταση των κλασματικών ψηφίων του συντελεστή.

Παράδειγμα

Να παρασταθεί ο δεκαδικός αριθμός 12,125 σε μορφή κινητής υποδιαστολής με εκθέτη 7 δυαδικών ψηφίων πολωμένο κατά 63 και συντελεστή 8 δυαδικών ψηφίων σε κανονική μορφή.

Λύση

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.
Το κλασματικό μέρος προκύπτει σύμφωνα με τα παραπάνω ως: $0,125_{(10)} = 0,001_{(2)}$.

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.

Το κλασματικό μέρος προκύπτει σύμφωνα με τα παραπάνω ως: $0,125_{(10)} = 0,001_{(2)}$.

Ο αριθμός γράφεται στο δυαδικό ως

$$12,125_{(10)} = 1100,001_{(2)}$$

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.
Το κλασματικό μέρος προκύπτει σύμφωνα με τα παραπάνω ως: $0,125_{(10)} = 0,001_{(2)}$.
Ο αριθμός γράφεται στο δυαδικό ως

$$12,125_{(10)} = 1100,001_{(2)}$$

Φέρνουμε τη δυαδική παράσταση του αριθμού σε κανονική μορφή ως εξής

$$1100,001 = 1,100001 \times 2^3$$

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.
Το κλασματικό μέρος προκύπτει σύμφωνα με τα παραπάνω ως: $0,125_{(10)} = 0,001_{(2)}$.
Ο αριθμός γράφεται στο δυαδικό ως

$$12,125_{(10)} = 1100,001_{(2)}$$

Φέρνουμε τη δυαδική παράσταση του αριθμού σε κανονική μορφή ως εξής

$$1100,001 = 1,100001 \times 2^3$$

Ο εκθέτης e προκύπτει ως
$3 + 63 = 66_{10} = 1000010_2$. Από τον

Λύση

Το ακέραιο μέρος του αριθμού στο δυαδικό είναι $12_{(10)} = 1100_{(2)}$.
Το κλασματικό μέρος προκύπτει σύμφωνα με τα παραπάνω ως: $0,125_{(10)} = 0,001_{(2)}$.
Ο αριθμός γράφεται στο δυαδικό ως

$$12,125_{(10)} = 1100,001_{(2)}$$

Φέρνουμε τη δυαδική παράσταση του αριθμού σε κανονική μορφή ως εξής

$$1100,001 = 1,100001 \times 2^3$$

Ο εκθέτης e προκύπτει ως
$3 + 63 = 66_{10} = 1000010_2$. Από τον

Πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής

Έχουν προταθεί οι εξής πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής:

Πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής

Έχουν προταθεί οι εξής πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής:

- Παράσταση απλής ακρίβειας

Πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής

Έχουν προταθεί οι εξής πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής:

- Παράσταση απλής ακρίβειας
- Παράσταση διπλής ακρίβειας

Πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής

Έχουν προταθεί οι εξής πρότυπες μορφές παράστασης κινητής υποδιαστολής:

- Παράσταση απλής ακρίβειας
- Παράσταση διπλής ακρίβειας

Παράσταση απλής ακρίβειας

s	εκθέτης e (8 bit)	συντελεστής f (23 bit)

- s είναι το πρόσημο του συντελεστή, 0 για θετικό και 1 για αρνητικό συντελεστή,

Παράσταση απλής ακρίβειας

s	εκθέτης e (8 bit)	συντελεστής f (23 bit)

- s είναι το πρόσημο του συντελεστή, 0 για θετικό και 1 για αρνητικό συντελεστή,
- e είναι ο εκθέτης ο οποίος παρίσταται με 8 bit, με πόλωση κατά 127

Παράσταση απλής ακρίβειας

s	εκθέτης e (8 bit)	συντελεστής f (23 bit)

- s είναι το πρόσημο του συντελεστή, 0 για θετικό και 1 για αρνητικό συντελεστή,
- e είναι ο εκθέτης ο οποίος παρίσταται με 8 bit, με πόλωση κατά 127
- f είναι το κλασματικό μέρος του συντελεστή μετά την κανονικοποίηση στη μορφή $1, f$ (23 bit).

Παράσταση απλής ακρίβειας

s	εκθέτης e (8 bit)	συντελεστής f (23 bit)

- s είναι το πρόσημο του συντελεστή, 0 για θετικό και 1 για αρνητικό συντελεστή,
- e είναι ο εκθέτης ο οποίος παρίσταται με 8 bit, με πόλωση κατά 127
- f είναι το κλασματικό μέρος του συντελεστή μετά την κανονικοποίηση στη μορφή $1, f$ (23 bit).
- Συνολικά, χρησιμοποιούνται 32 bit για την παράσταση απλής ακρίβειας.

Η τιμή της παραπάνω παράστασης όταν $0 < e < 255$ είναι η ακόλουθη:

$$a = (-1)^s \times 2^{e-127} \times (1, f) \tag{3}$$

Στην παραπάνω περίπτωση η παράσταση ενός αριθμού είναι σε *κανονική μορφή*. Σημειώστε ότι για για την παράσταση απλής και διπλής ακρίβειας το πρότυπο ορίζει και μια *μη κανονική μορφή* η οποία δεν συζητείται εδώ.

Ορίζονται οι εξής περιπτώσεις:

e	f	Τιμή	Σχόλιο
0	0	± 0	Ανάλογα με το πρόσημο
255	0	$\pm\infty$	Ανάλογα με το πρόσημο
255	$\neq 0$	NaN	Η παράσταση δεν είναι αριθμός

Παράσταση απλής ακρίβειας (συνέχ.)

Ο μεγαλύτερος θετικός αριθμός που μπορεί να παρασταθεί σε μορφή απλής ακρίβειας προκύπτει δίνοντας στο e τη μεγαλύτερη επιτρεπόμενη τιμή (254_{10}) και θέτοντας όλα τα ψηφία του f ίσα με τη μονάδα. Θυμηθείτε ότι, σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, η $e = 255$ είναι μια ειδική τιμή και δεν αντιστοιχεί σε κανένα αριθμό.

Παράσταση απλής ακρίβειας (συνέχ.)

Ο μεγαλύτερος θετικός αριθμός που μπορεί να παρασταθεί σε μορφή απλής ακρίβειας προκύπτει δίνοντας στο e τη μεγαλύτερη επιτρεπόμενη τιμή (254_{10}) και θέτοντας όλα τα ψηφία του f ίσα με τη μονάδα. Θυμηθείτε ότι, σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, η $e = 255$ είναι μια ειδική τιμή και δεν αντιστοιχεί σε κανένα αριθμό. $11 \ldots 1$ (23 μονάδες), η οποία ισούται με $1 - 2^{-23}$. Η τιμή της παράστασης είναι:

$$2^{254-127} \times (2 - 2^{-23}) \approx 3,4 \times 10^{38}$$

Ο μικρότερος θετικός αριθμός για την κανονική μορφή της παράστασης προκύπτει δίνοντας στο e τη μικρότερη δυνατή τιμή $e = 1$ και στο f επίσης την μικρότερη δυνατή τιμή $f = 0$. Η τιμή της παράστασης είναι τώρα

$$2^{1-127} \times 1,0 = 2^{-126} \approx 1,18 \times 10^{-38}$$

Ο μικρότερος θετικός αριθμός για την κανονική μορφή της παράστασης προκύπτει δίνοντας στο e τη μικρότερη δυνατή τιμή $e = 1$ και στο f επίσης την μικρότερη δυνατή τιμή $f = 0$. Η τιμή της παράστασης είναι τώρα

$$2^{1-127} \times 1,0 = 2^{-126} \approx 1,18 \times 10^{-38}$$

Η τιμή $e = 0$ αντιστοιχεί στη μη κανονική μορφή της παράστασης κινητής υποδιαστολής η οποία δεν συζητείται εδώ.

Παράδειγμα

Να βρεθεί η παράσταση κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας των αριθμών $-0,325$ και $\pi = 3,14159$.

Ο αριθμός $0,325_{10}$ γράφεται στο δυαδικό ως $0,0101_2$ ή, σε κανονικοποιημένη μορφή

$$0,0101 = 1,01 \times 2^{-2}$$

Ο αριθμός $0,325_{10}$ γράφεται στο δυαδικό ως $0,0101_2$ ή, σε κανονικοποιημένη μορφή

$$0,0101 = 1,01 \times 2^{-2}$$

Άρα, αγνοώντας το '1' του ακέραιου μέρους
$f = 01000000000000000000000$ (23 ψηφία)

Ο αριθμός $0,325_{10}$ γράφεται στο δυαδικό ως $0,0101_2$ ή, σε κανονικοποιημένη μορφή

$$0,0101 = 1,01 \times 2^{-2}$$

Άρα, αγνοώντας το '1' του ακέραιου μέρους
$f = 01000000000000000000000$ $(23$ ψηφία$)$
Ο εκθέτης $e = -2 + 127 = 125_{10}$ ή, στο δυαδικό με 8 ψηφία, 01111101_2 και το πρόσημο $s = 1$.

Ο αριθμός $0,325_{10}$ γράφεται στο δυαδικό ως $0,0101_2$ ή, σε κανονικοποιημένη μορφή

$$0,0101 = 1,01 \times 2^{-2}$$

Άρα, αγνοώντας το '1' του ακέραιου μέρους
$f = 01000000000000000000000$ (23 ψηφία)
Ο εκθέτης $e = -2 + 127 = 125_{10}$ ή, στο δυαδικό με 8 ψηφία, 01111101_2 και το πρόσημο $s = 1$.
Άρα, η τελική μορφή της παράστασης του αριθμού είναι

$$\overbrace{1}^{s}\ \overbrace{01111101}^{e}\ \overbrace{01000000000000000000000}^{f}$$

Η παραπάνω προσέγγιση του π γράφεται ανάλογα στο δυαδικό ως

$$11,00100100001111110011110\ldots$$

Η παραπάνω προσέγγιση του π γράφεται ανάλογα στο δυαδικό ως

$$11,001001000011111100111110\ldots$$

ή, σε κανονικοποιημένη μορφή:

$$1,\underbrace{10010010000111111001111}_{\text{23 ψηφία}}10\ldots \times 2^{1}$$

Η παραπάνω προσέγγιση του π γράφεται ανάλογα στο δυαδικό ως

$$11,001001000011111100111110\ldots$$

ή, σε κανονικοποιημένη μορφή:

$$1,\underbrace{10010010000111111001111}_{23\ \text{ψηφία}}10\ldots \times 2^1$$

Σύμφωνα με το παραπάνω η παράσταση του κλασματικού μέρους του εκθέτη είναι

$$f = 10010010000111111001111, \text{με αποκοπή}$$

$$f = 10010010000111111010000, \text{με στρογγυλοποίηση}$$

Θεωρώντας την περίπτωση της στρογγυλοποίησης

Η παραπάνω προσέγγιση του π γράφεται ανάλογα στο δυαδικό ως

$$11,001001000011111100111110\ldots$$

ή, σε κανονικοποιημένη μορφή:

$$1,\underbrace{10010010000111111001111}_{23\ \text{ψηφία}}10\ldots \times 2^1$$

Σύμφωνα με το παραπάνω η παράσταση του κλασματικού μέρους του εκθέτη είναι

$$f = 10010010000111111001111, \text{με αποκοπή}$$

$$f = 10010010000111111010000, \text{με στρογγυλοποίηση}$$

Θεωρώντας την περίπτωση της στρογγυλοποίησης

Παράσταση διπλής ακρίβειας

Η παράσταση διπλής ακρίβειας διαφέρει από την απλής ακρίβειας μόνο στον αριθμό των χρησιμοποιούμενων δυαδικών ψηφίων.
Χρησιμοποιούνται συνολικά 64 bit, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

s	εκθέτης e (11 bit)	συντελεστής f (52 bit)

Και εδώ, s είναι το πρόσημο, e είναι ο εκθέτης ο οποίος παριστάνεται με 11 bit πολωμένος κατά 1023 $(= 2^{11-1} - 1)$ και f είναι το κλασματικό μέρος του συντελεστή με 52 bit.

Παράσταση διπλής ακρίβειας

Η τιμή της παράστασης είναι:

$$a = (-1)^s \times 2^{e-1023} \times (1, f)$$

σε κανονικοποιημένη μορφή όπου ισχύει $0 < e < 1023$.

Παράσταση διπλής ακρίβειας

Και εδώ, ισχύουν οι εξής ειδικές περιπτώσεις:

e	f	Τιμή	Σχόλιο
0	0	± 0	Ανάλογα με το πρόσημο
2047	0	$\pm\infty$	Ανάλογα με το πρόσημο
2047	$\neq 0$	NaN	Η παράσταση δεν είναι αριθμός

Ο μεγαλύτερος θετικός αριθμός που μπορεί να παρασταθεί σε μορφή διπλής ακρίβειας ισούται περίπου με $1,8 \times 10^{308}$ ενώ ο μικρότερος θετικός ισούται περίπου με $2,2 \times 10^{-308}$.

Ακρίβεια παραστάσεων κινητής υποδιαστολής

Η ακρίβεια μιας μορφής παράστασης αριθμών αναφέρεται στην ελάχιστη διαφορά δύο αριθμών οι οποίοι είναι δυνατόν να παρασταθούν σε αυτή τη μορφή.
Για παράδειγμα, η ακρίβεια για την παράσταση *σταθερής* υποδιαστολής με 16 δυαδικά ψηφία και 6 κλασματικά ισούται με
$0,000001_2 = 2^{-6} = 0,015625_{10}$ και είναι *σταθερή*.

Ακρίβεια παραστάσεων κινητής υποδιαστολής

Αντίθετα, η ακρίβεια στις παραστάσεις κινητής υποδιαστολής δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από το μέγεθος του αριθμού που αναπαρίσταται. Όσο μικρότερος είναι ο αριθμός (κατ' απόλυτη τιμή) τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια με την οποία αναπαρίσταται.

Παράσταση χαρακτήρων

- Στους σύγχρονους υπολογιστές η παράσταση χαρακτήρων βασίζεται στην αντιστοίχηση τους σε αριθμούς.
- Μια τέτοια αντιστοίχηση κάθε στοιχείου ενός επιλεγμένου συνόλου χαρακτήρων σε έναν αριθμό συνιστά έναν *κώδικα* παράστασης χαρακτήρων.

Κωδικοποίηση ASCII

- Ένας ευρέως διαδεδομένος κώδικας είναι ο ASCII (American Standard Code for Information Interchange).
- Ο κώδικας ASCII χρησιμοποιεί 7 δυαδικά ψηφία για την παράσταση των χαρακτήρων.
- Αυτό σημαίνει ότι παριστάνει κατά μέγιστο $2^7 = 128$ χαρακτήρες. Στους χαρακτήρες αυτούς περιλαμβάνονται οι λατινικοί χαρακτήρες του αγγλικού αλφαβήτου, σημεία στίξης όπως τα ; και +, καθώς και ειδικοί, μη εκτυπώσιμοι χαρακτήρες.

Εκτυπώσιμοι χαρακτήρες του κώδικα ASCII

Κωδ.	Χαρ.	Κωδ.	Χαρ.	Κωδ.	Χαρ.	Κωδ.	Χαρ.	Κωδ.	Χαρ.	Κωδ.	Χαρ.
33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q
34	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r
35	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s
37	%	53	5	69	E	85	U	101	e	117	u
38	&	54	6	70	F	86	V	102	f	118	v
39	’	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w
40	(	56	8	72	H	88	X	104	h	120	x
41	)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y
42	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z
43	+	59	;	75	K	91	[	107	k	123	{
45	-	61	=	77	M	93	]	109	m	125	}
46	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	~
47	/	63	?	79	O	95	_	111	o	127	_
48	0	64	@	80	P	96	‘	112	p		

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Με τον παραπάνω κώδικα δεν είναι δυνατόν να παρασταθούν χαρακτήρες διαφορετικών αλφαβήτων από το αγγλικό, όπως οι ελληνικοί.

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Με τον παραπάνω κώδικα δεν είναι δυνατόν να παρασταθούν χαρακτήρες διαφορετικών αλφαβήτων από το αγγλικό, όπως οι ελληνικοί. Για την παράσταση ελληνικών χαρακτήρων έχουν προταθεί διαφορετικοί κώδικες οι οποίοι χρησιμοποιούν παραστάσεις των 8 δυαδικών ψηφίων (256 χαρακτήρες συνολικά), οι οποίοι είναι συμβατοί με τον κώδικα ASCII.

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Πιο σύγχρονοι κώδικες έχουν τη δυνατότητα αποτύπωσης μεγάλων συνόλων χαρακτήρων όπως αυτοί της ελληνικής πολυτονικής και της κινεζικής γραφής.

Παράσταση ελληνικών και διεθνών χαρακτήρων

Πιο σύγχρονοι κώδικες έχουν τη δυνατότητα αποτύπωσης μεγάλων συνόλων χαρακτήρων όπως αυτοί της ελληνικής πολυτονικής και της κινεζικής γραφής.
Τέτοιοι κώδικες χρησιμοποιούν έως και 32 bit για την κωδικοποίηση ενός χαρακτήρα, επιτρέποντας την αναπαράσταση συνόλων με πολλές χιλιάδες χαρακτήρες.