



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΠΑΡΑΚΤΙΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑ

Κύματα Ι: Εισαγωγή στη Θεωρία Κυμάτων

*Αντώνης Βελεγράκης
Τμήμα Επιστημών της Θάλασσας*



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΘΑΛΑΣΣΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**

**ΠΑΡΑΚΤΙΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑ 4
Κύματα Ι: Εισαγωγή στη Θεωρία Κυμάτων**

Α.Φ. Βελεγράκης

4 Κύματα I: Εισαγωγή στη Θεωρία Κυμάτων

4.1 Είδη κυμάτων

4.2 Προοδευτικά (progressive) κύματα

4.3 Θεωρίες κυμάτων

4.3.1 Η θεωρία του Airy (γραμμική θεωρία κυμάτων)

4.3.2 Η θεωρία του Stokes

4.3.3. Θεωρίες για κύματα σε αβαθή νερά

(α) Μοναχικά (solitary) κύματα

(β) Κορυφώδη (cnoidal) κύματα

**Τα κύματα είναι η μεγαλύτερη πηγή ενέργειας για τις
ακτές/παραλίες**



Σχήμα 4.1 Σειρές κυμάτων (wave trains) κοντά σε παράλια του Sydney (Australia). Προσέξτε την τοπική θραύση και τις πολλές ζώνες των rip currents. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



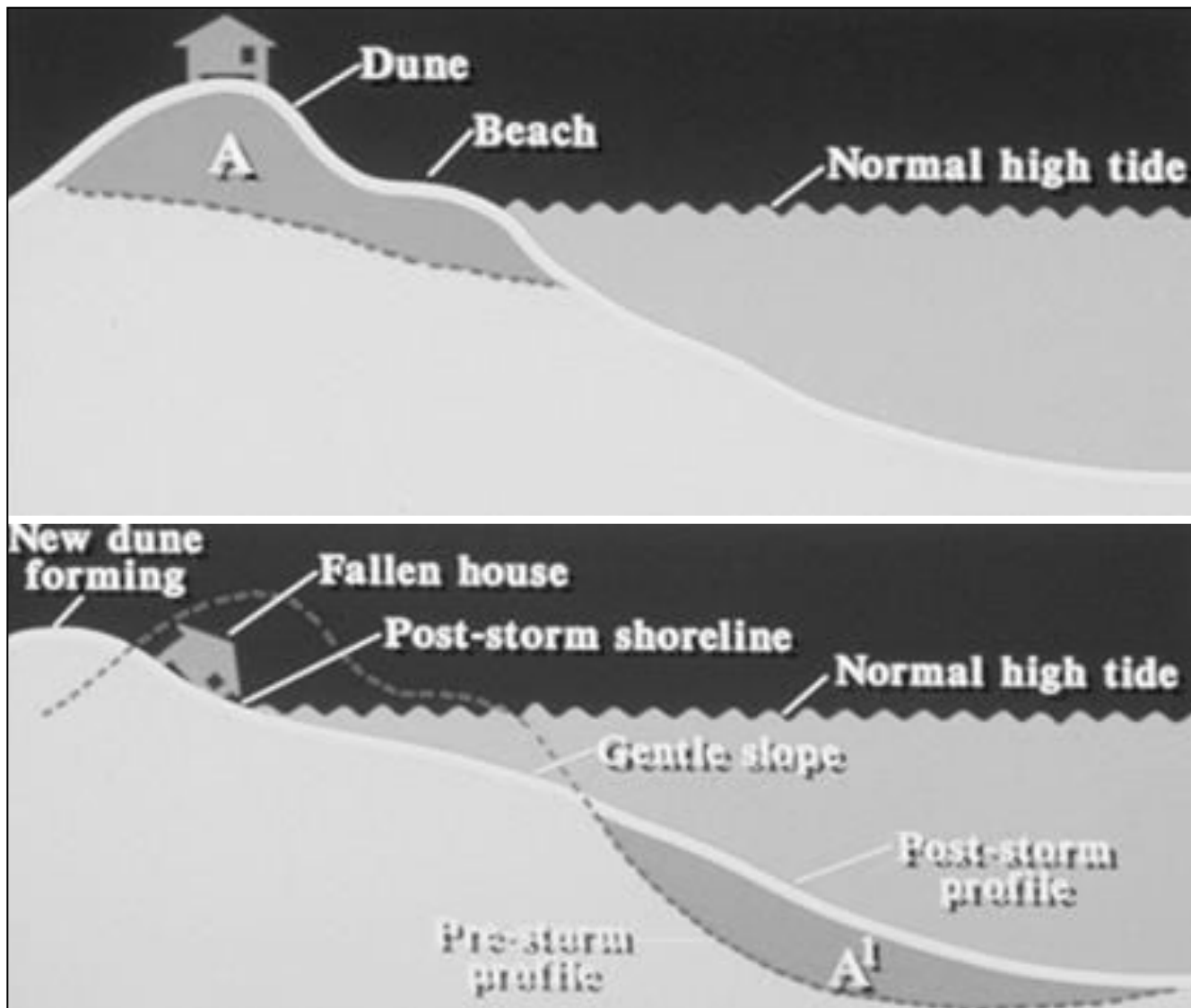
Σχήμα 4.2 Αεροφωτογραφία των Outer Banks, N. Carolina, U.S.A. Παράδειγμα παράκτιας διάβρωσης φραγματονησιδας. Προσέξτε του παλαιούς κατεστραμμένους δρόμους. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



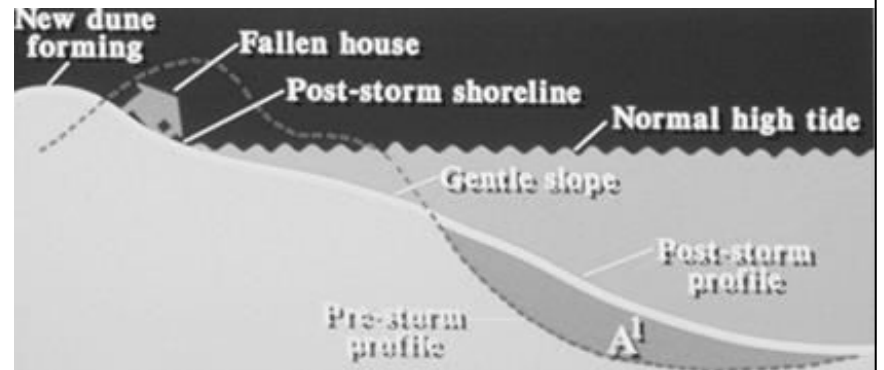
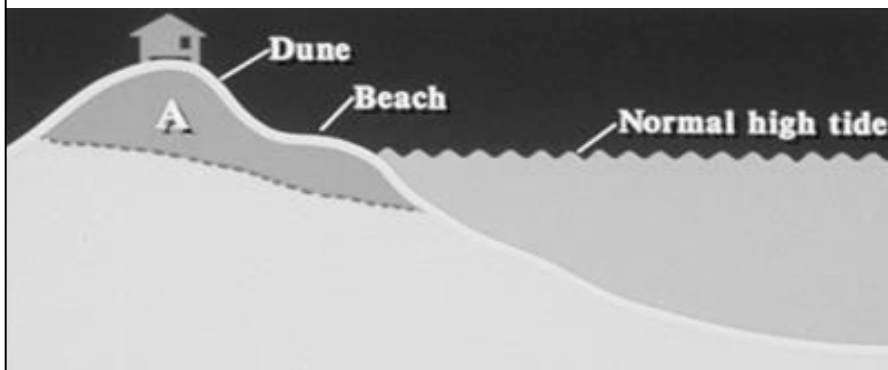
Σχήμα 4.3 Ανασηκωμένη ακτή με κυματογενή πλατφόρμα (wave-cut platform) στο Quobba ridge, Australia. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.4 Παράκτια διάβρωση στο Strathmere, N.J., USA. (Τροποποιημένο από SEPМ, 1996).



Σχήμα 4.5. Αντίδραση παραλίας σε θυελλώδη κύματα. Αντίδραση με οπισθοχώρηση και ομαλοποίηση (flattening) του προφίλ η/και δημιουργία υποθαλάσσιων υφάλων (offshore bars) για να ελαττώσουν τη προσπίπτουσα κυματική ενέργεια (Βασισμένο στο SEPM., 1996)



Σχήμα 4.6 (α) Ακτή πριν (August, 1996) και (β) μετά την θύελλα Bertha (September, 1996). N. Carolina, USA. (USGS, 2003). (γ και δ) Αντίδραση παράλιας σε θυελλώδη κύματα. Οι παράλιες αντιδρούν με οπισθοχώρηση και με επιπεδοποίηση (flattening) του προφίλ η/και δημιουργία υποθαλάσσιων ύφαλων (offshore bars). Και στις δυο περιπτώσεις υπάρχει ελάττωση της κυματικής ενέργειας. (Βασισμένο στο SEPM, 1996)

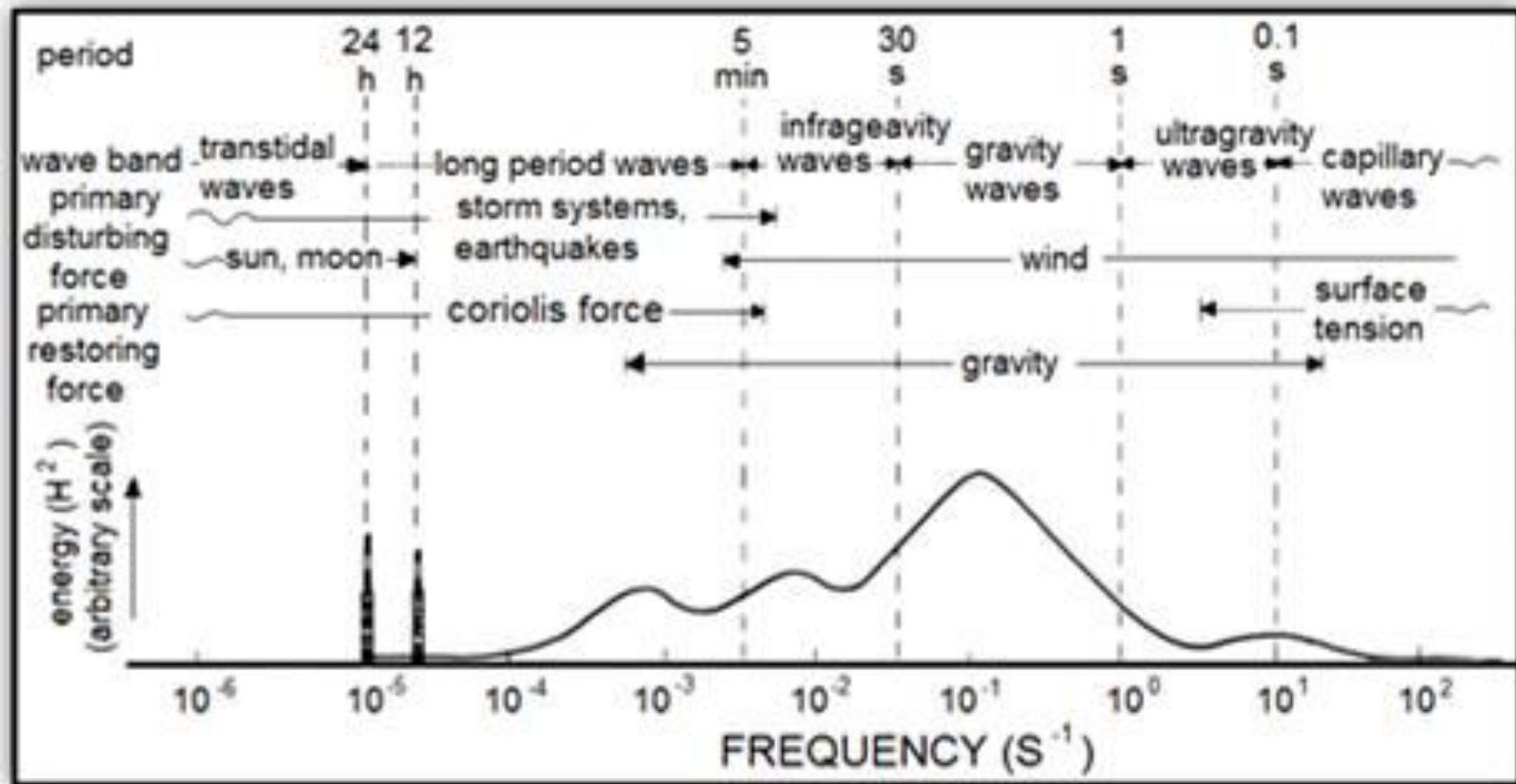
4.1 Είδη κυμάτων

Υπάρχουν πολλών ειδών κύματα στους ωκεανούς

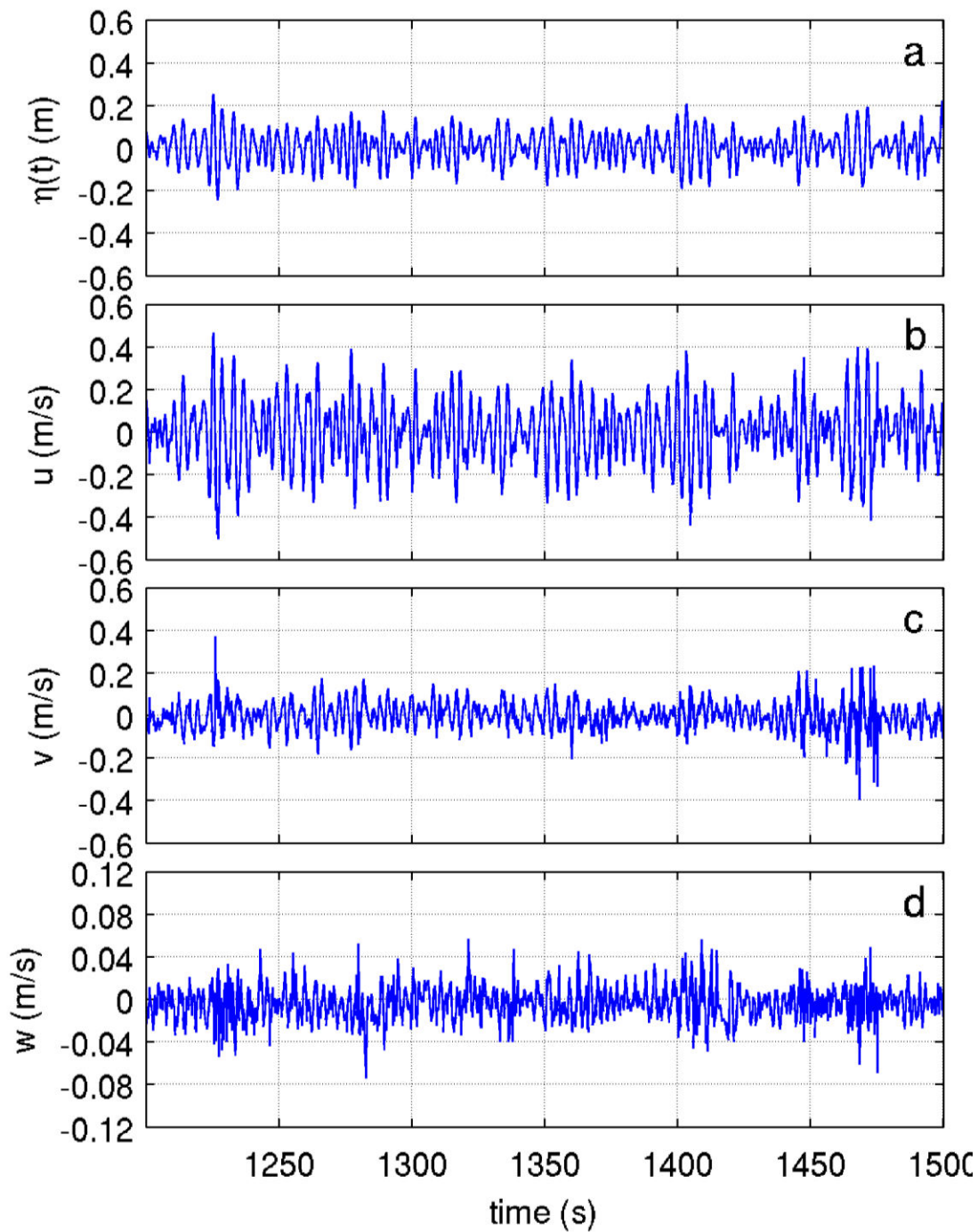
Η διαφοροποίηση τους βασίζεται σύμφωνα με

(α) τις υπεύθυνες δυνάμεις και

(β) τα χαρακτηριστικά τους δηλαδή την περίοδο, μήκος κύματος, κανονικότητα κλπ

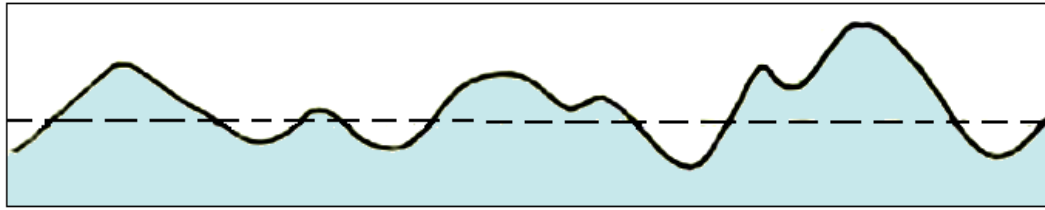


Σχήμα 4.7 Διάγραμμα που δείχνει το φάσμα της κυματικής ενέργειας στους ωκεανούς σαν συνάρτηση της περιόδου. Όπως δείχνει το σχήμα η περισσότερη ενέργεια συγκεντρώνεται στα ανεμογενή κύματα. (Βασισμένο στο Knauss, 1997)

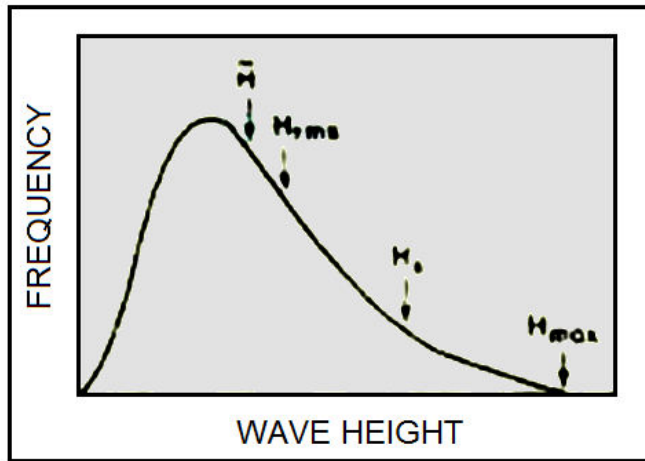


Σχήμα 4.8 Χρονοσειρές παραμέτρων κυμάτων (ύψος και ταχύτητες του ρεύματος (παράλληλα και κάθετα στην παραλία και κάθετα στον πυθμένα

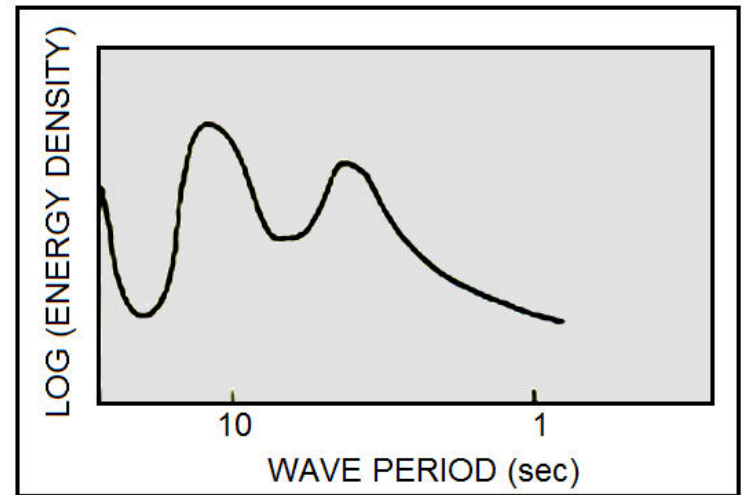
(A) WAVE RECORD



(B) HEIGHT STATISTICS



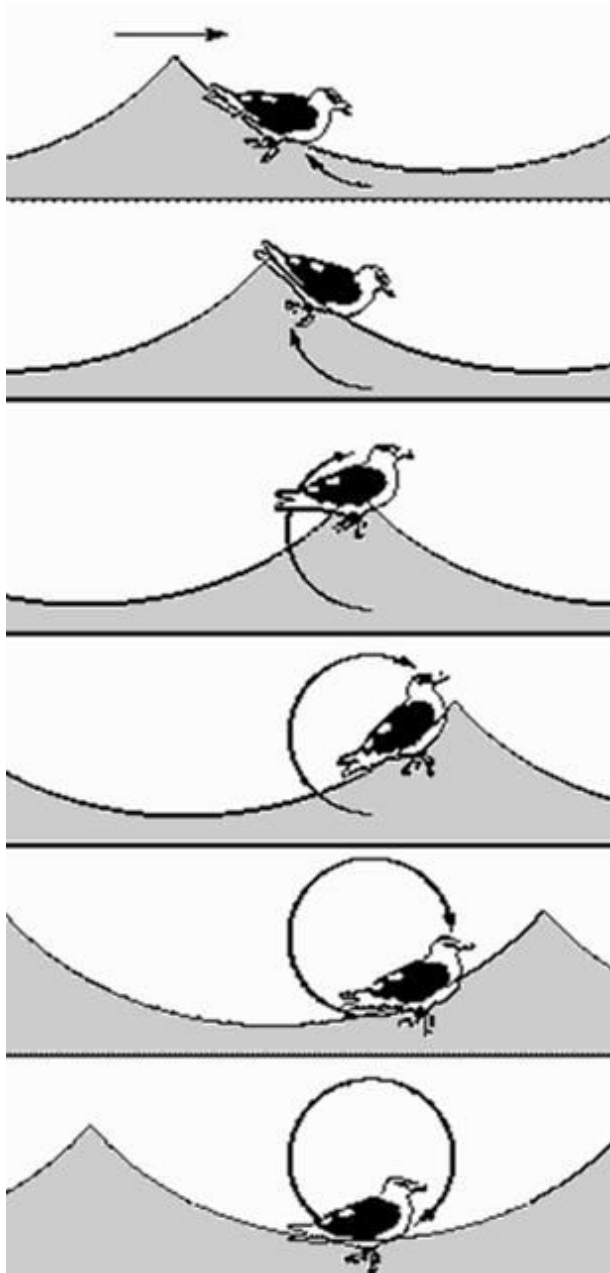
(C) SPECTRAL ANALYSIS



Σχήμα 4.9 Μετατροπή χρονοσειρών από το πεδίο χρόνου στο πεδίο συχνοτήτων (Βασισμένο στον Komar, 1998)

Wave Type	Typical Wavelength	Disturbing Force
Wind wave	60-150 m	Wind over ocean
Seiche	Large, variable; a fraction of basin size	Changes in atmospheric pressure, storm surge, etc.
Tsunami	200 km	Seafloor fault, volcanic eruption, landslide
Tide	1/2 Earth circumference	Gravitational attraction, Earth rotation

Σχήμα 4. 10 Μήκη κύματος (wavelength) και υπεύθυνες δυνάμεις των κύριων τύπων ωκεάνιων κυμάτων ((Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.11 Τα κύματα στην ανοικτή θάλασσα δεν μεταφέρουν μάζα αλλά μόνον ενέργεια. ((Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.12 Κύματα σε δημιουργία στον Atlantic Ocean από τον άνεμο ("θάλασσα", "sea"). Προσέξτε την πολύπλοκη δομή των κυμάτων. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).

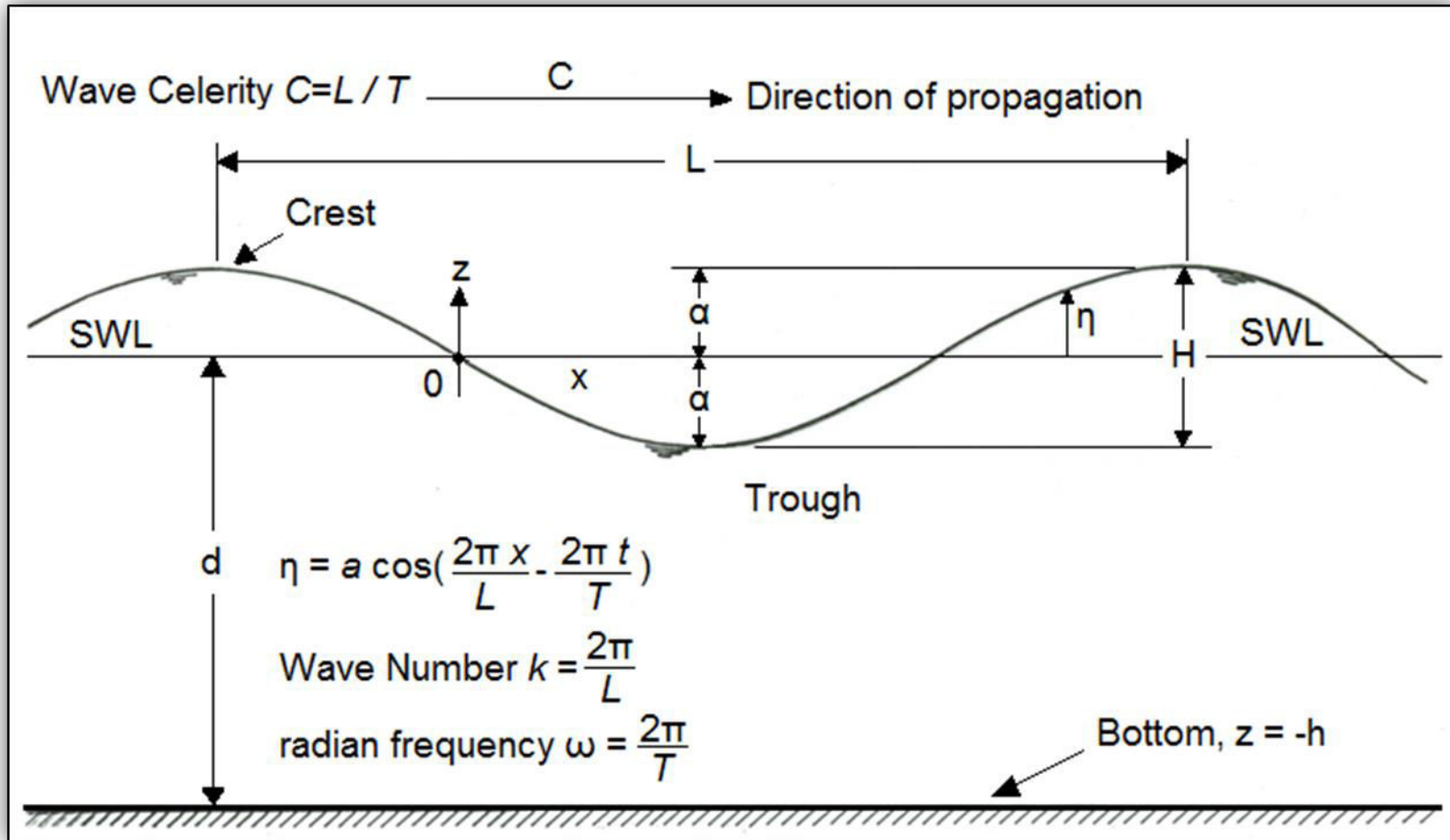


Σχήμα 4.13 Swell στο False Bay, Cape town, S.A. Προσέξτε το κανονικό τρόπο με τον οποίο τα κύματα πλησιάζουν την παράλια. Τα swells είναι παλαιά κύματα που έχουν ταξιδεύσει μακριά από τον τόπο γένεσης. Η παράλια είναι αυτή που γυρίστηκε το φιλμ *Endless Summer*. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).

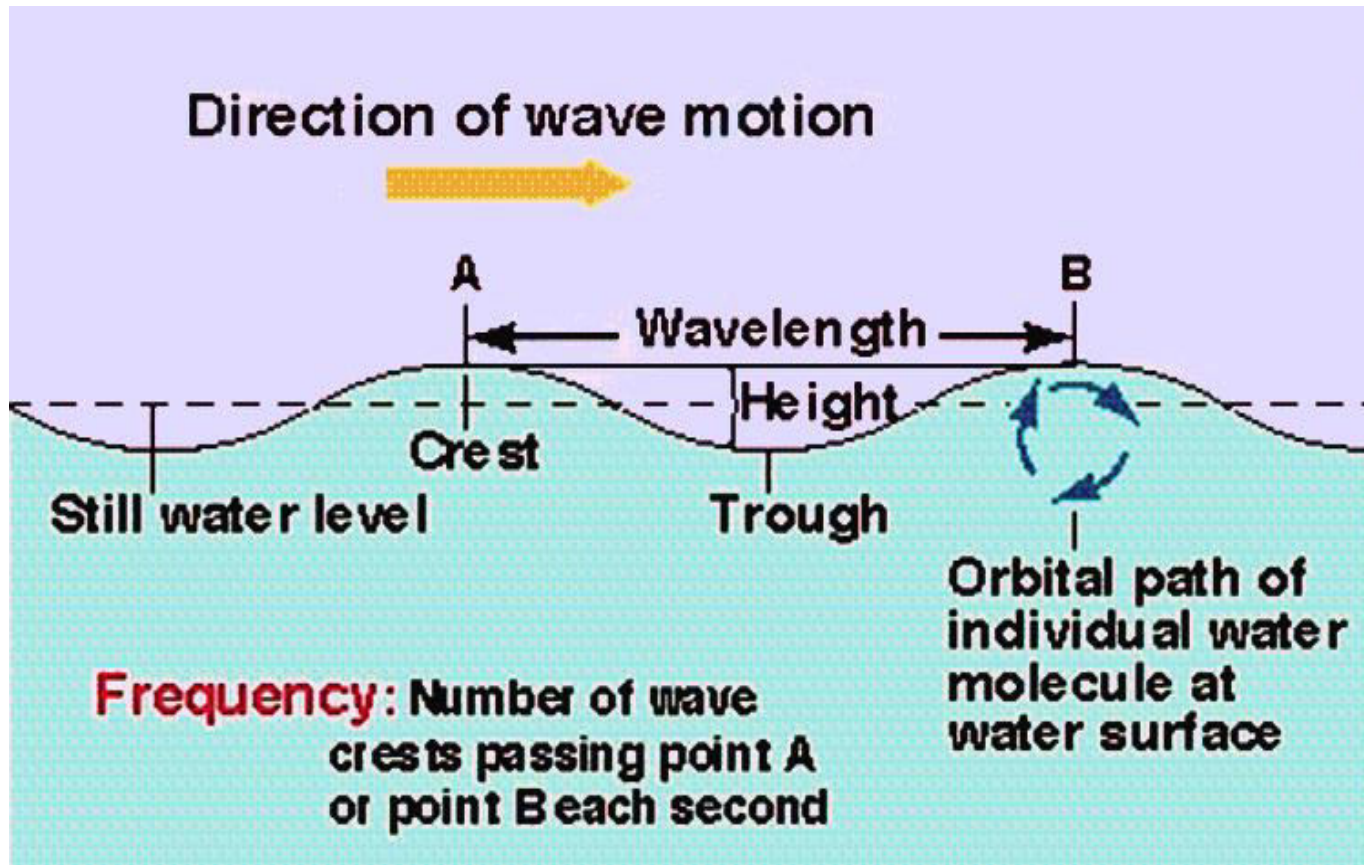
4.2. Προοδευτικά (progressive) κύματα

Ορολογία

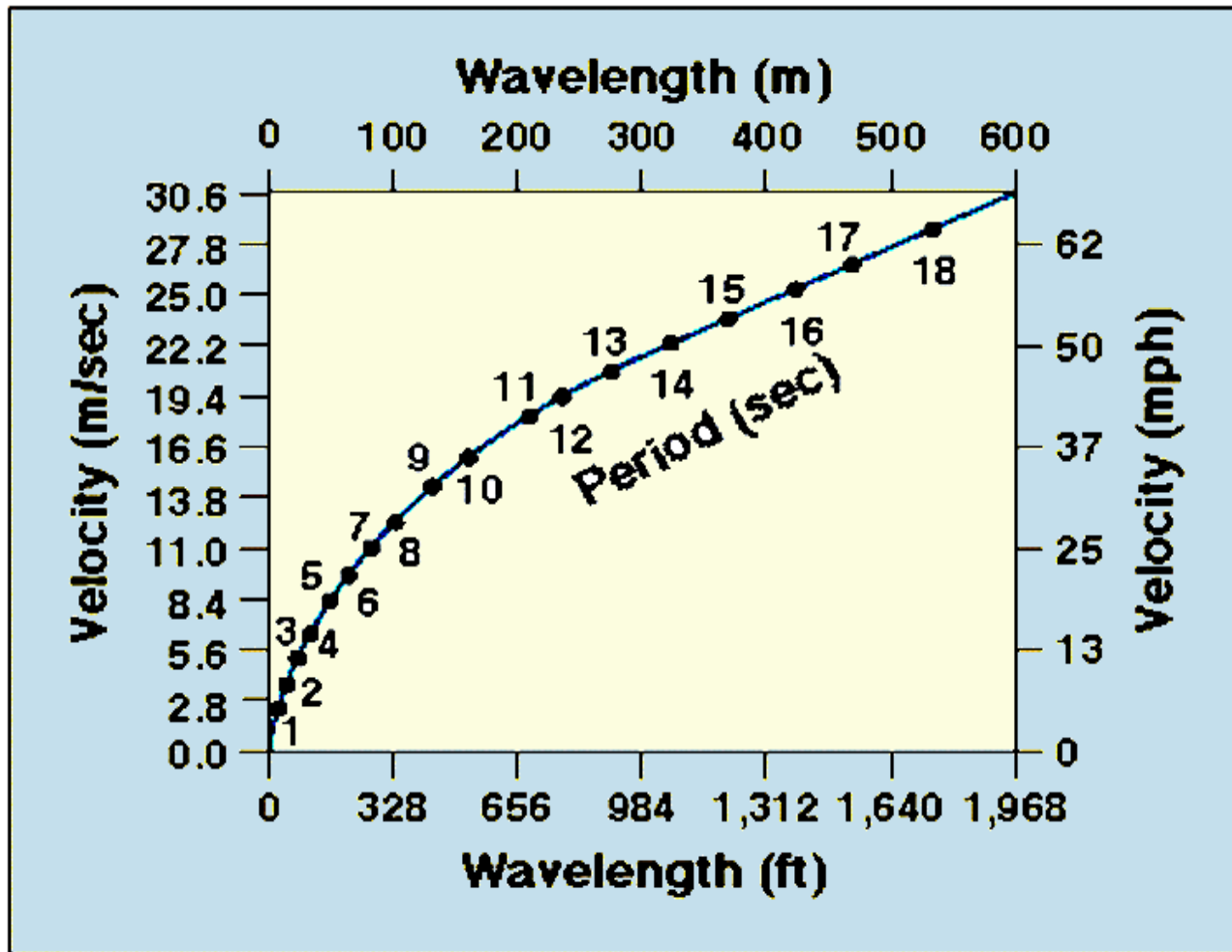
- Μήκος κύματος L (wavelength): η απόσταση από κορυφή (crest) σε κορυφή
- Περίοδος T (period): ο χρόνος που κάνει το κύμα να ταξιδεύσει απόσταση ίση με το μήκος κύματος.
- Συχνότητα f (frequency) είναι το αντίστροφο της περιόδου ($1/T$) δηλαδή πόσες κορυφές κυμάτων περνούν κάθε δευτερόλεπτο
- Ύψος H (height) το ύψος μεταξύ κορυφής (crest)-κοιλιάδας (trough)
- Εύρος $H/2$ (amplitude) το μισό του ύψους
- Βάθος (h)



Σχήμα 4.14 Παράμετροι προοδευτικών κυμάτων.



Σχήμα 4.15 Η ανατομία ενός προοδευτικού κύματος.
(Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.16 Η θεωρητική σχέση μεταξύ ταχύτητας, μήκους κύματος και περιόδου σε κύμα βαθιών νερών. Η ταχύτητα είναι L/T . Στο διάγραμμα αν ένα από τα χαρακτηριστικά (π.χ. η περίοδος) είναι γνωστή τότε τα άλλα δυο μπορούν να υπολογισθούν. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).

Η επίδραση του βάθους

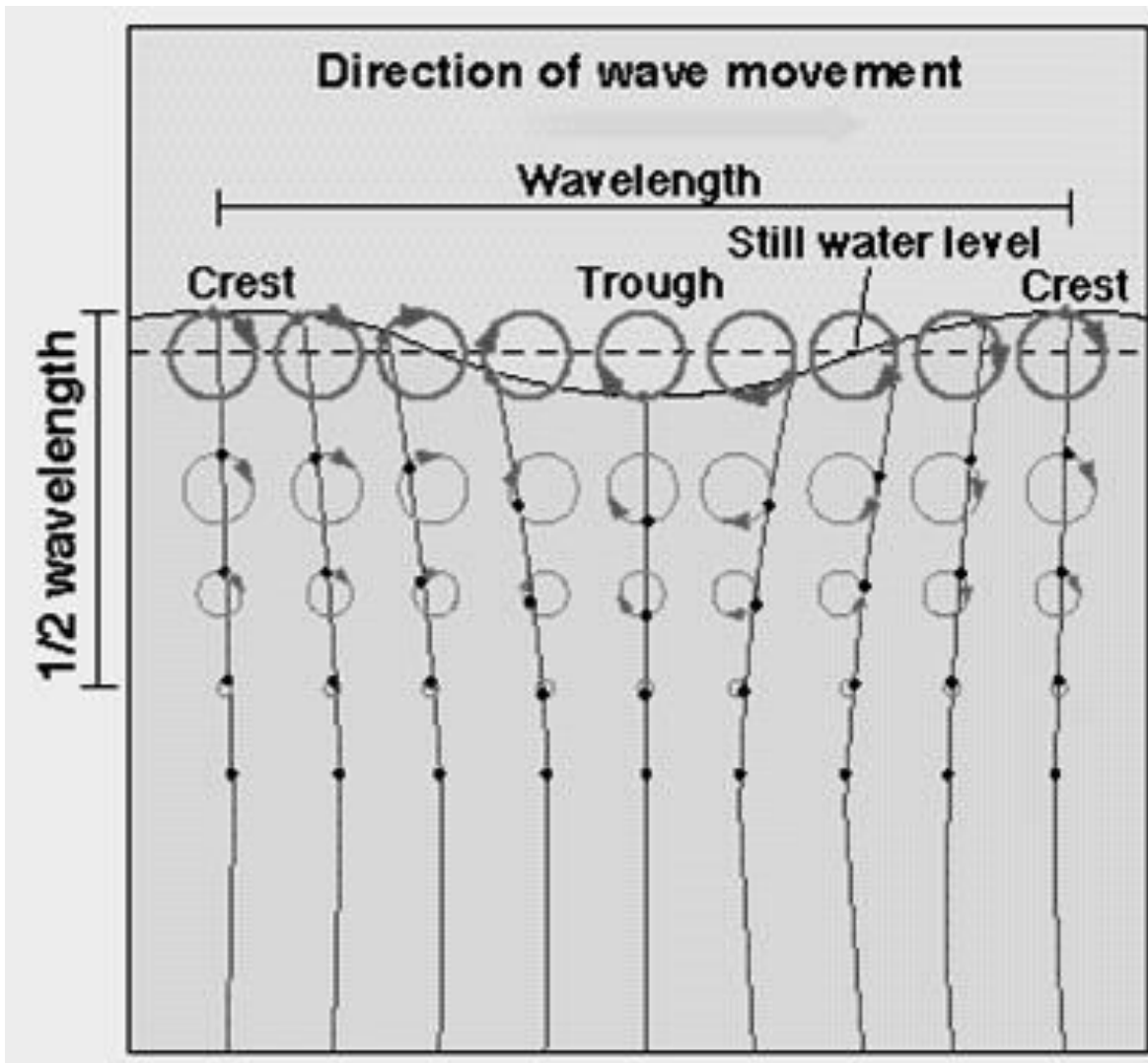
Το βάθος (h) παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στις ιδιότητες του κύματος και συγκεκριμένα στην τροχιακή κίνηση των μορίων του νερού. Μια βασική ιδιότητα της τροχιακής κίνησης είναι ότι η διάμετρος της ελαττώνεται με το βάθος και εξαφανίζεται πλήρως όταν το βάθος (h) γίνεται ίσο ή μεγαλύτερο από το μισό του μήκους κύματος ($h \geq \frac{1}{2} L$).

Τα κύματα αρχίζουν να «νοιώθουν» τον βυθό όταν το βάθος (h) γίνεται μικρότερο ή ίσο από το μισό του μήκους κύματος ($h \leq \frac{1}{2} L$). Κι αυτό γιατί αυτό είναι το βάθος που υπάρχει τροχιακή κίνηση της θαλάσσιας μάζας.

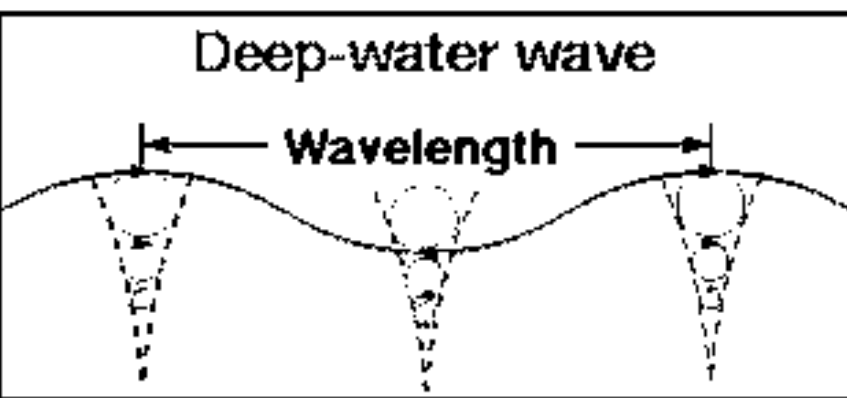
Σε μεγαλύτερα βάθη ($h \geq 1/2 L$), οι τροχιακές κινήσεις είναι κυκλικές, όταν όμως το βάθος ελαττώνεται κάτω από αυτό το όριο τότε οι κινήσεις μετατρέπονται σε ελλειπτικές.

Σε ενδιάμεσα βάθη ($1/20 \leq h \leq 1/2 L$), η επίδραση του πυθμένα είναι μέτρια σημαντική, αφού οι τροχιακές κινήσεις διατηρούν την βασική τους ιδιότητα (ελάττωση της μεγέθους, σ' αυτήν την περίπτωση των δυο ελλειπτικών αξόνων, με το βάθος). Όμως, ο άξονας ψ της έλλειψης ελαττώνεται πολύ πιο γρήγορα από τον άξονα χ , με αποτέλεσμα η τροχιακή κίνηση να εκφυλίζεται στον πυθμένα σε οριζόντια παλινδρομική κίνηση.

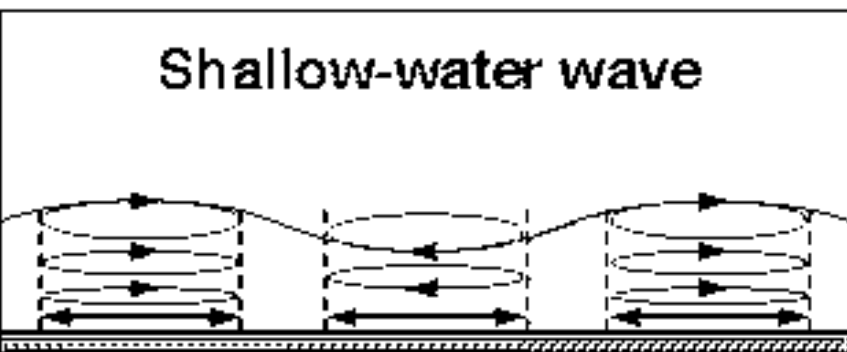
Τέλος, όταν το βάθος του πυθμένα γίνεται μικρότερο του $1/20$ του μήκους κύματος ($h \leq 1/20 L$) το μέγεθος του άξονα χ παραμένει ίδιο σε όλο το βάθος.



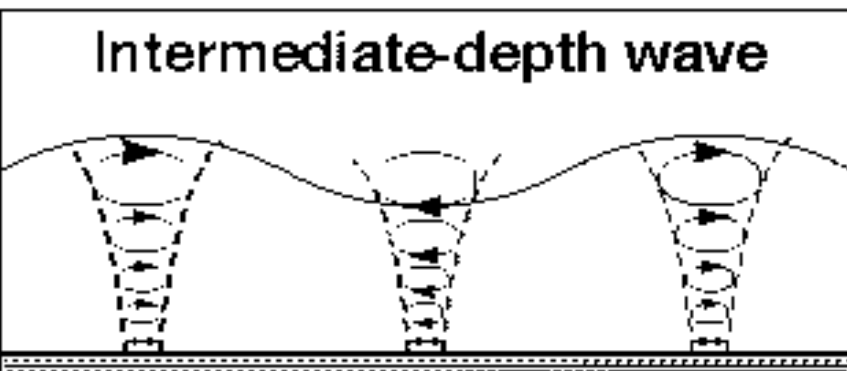
Σχήμα 4.17 Η τροχιακή κίνηση των σωματιδίων νερού σε ένα κύμα που φθάνει μέχρι σε βάθος $\frac{1}{2}$ μήκος κύματος. (SEPM, 1996).



Depth $\geq \frac{1}{2}$ wavelength

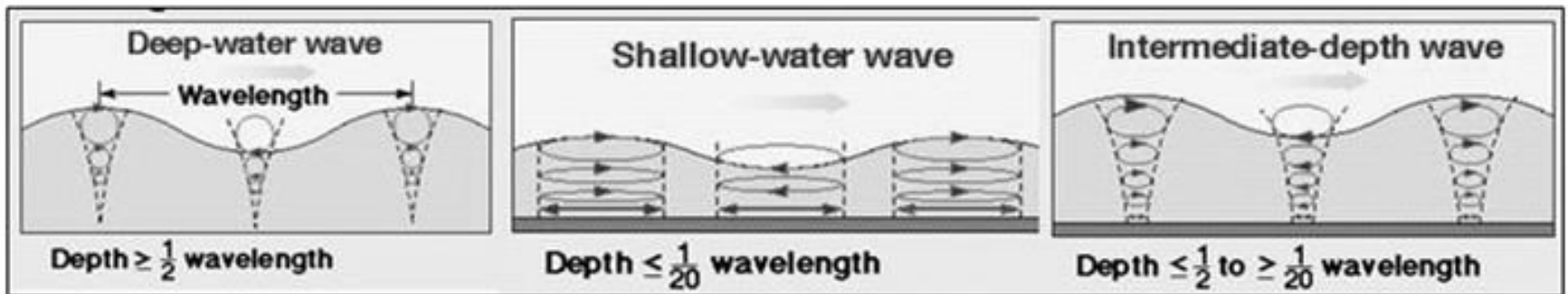


Depth $\leq \frac{1}{20}$ wavelength

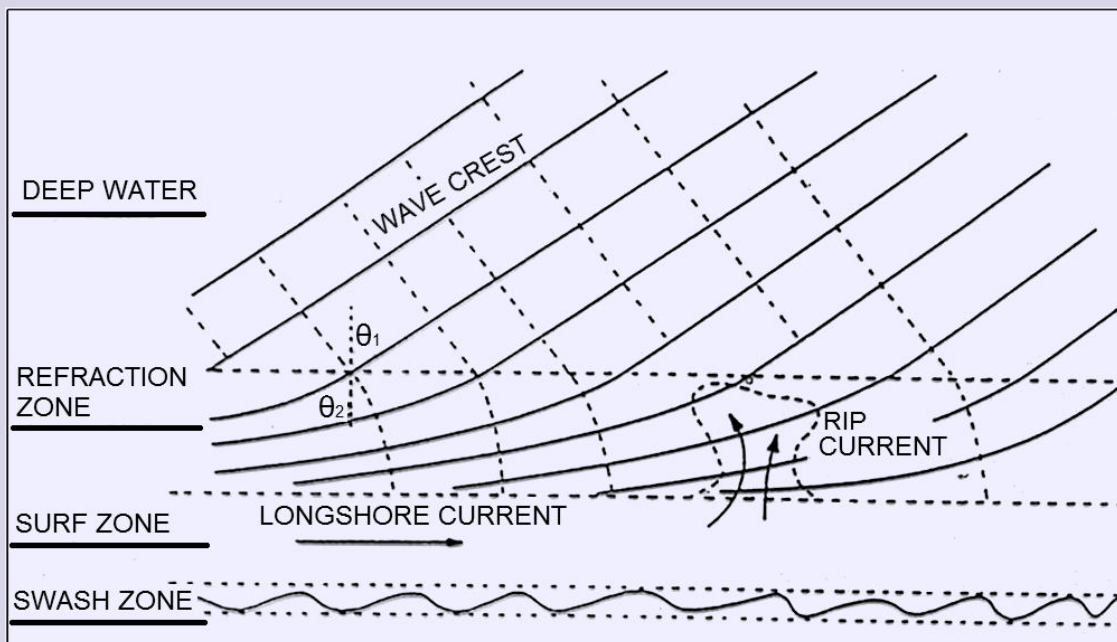
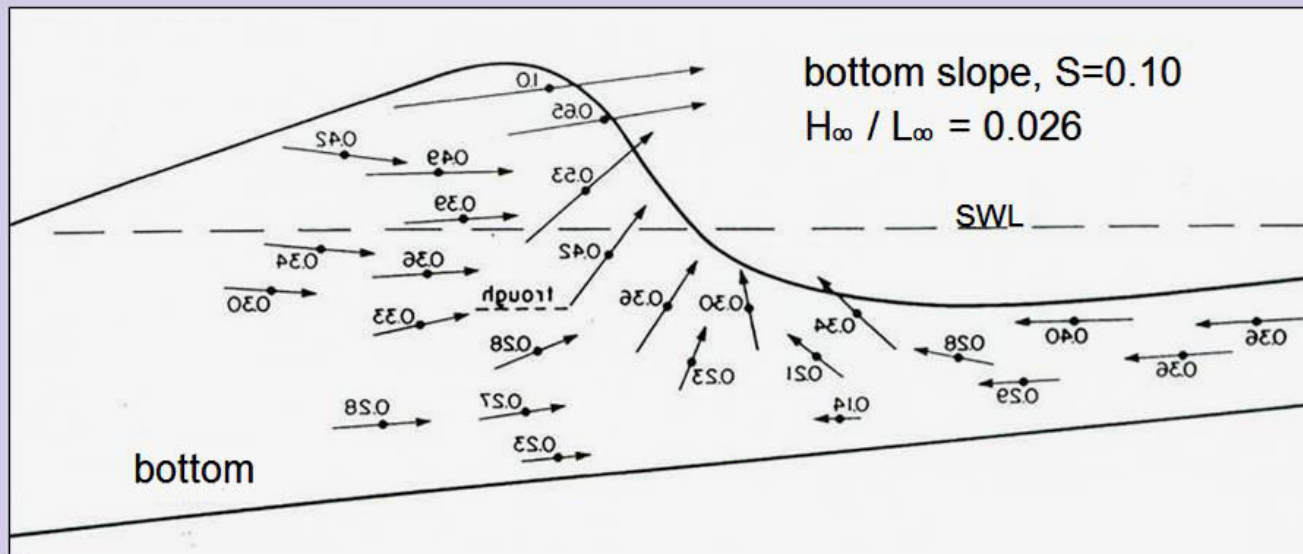


Depth $\leq \frac{1}{2}$ to $\geq \frac{1}{20}$ wavelength

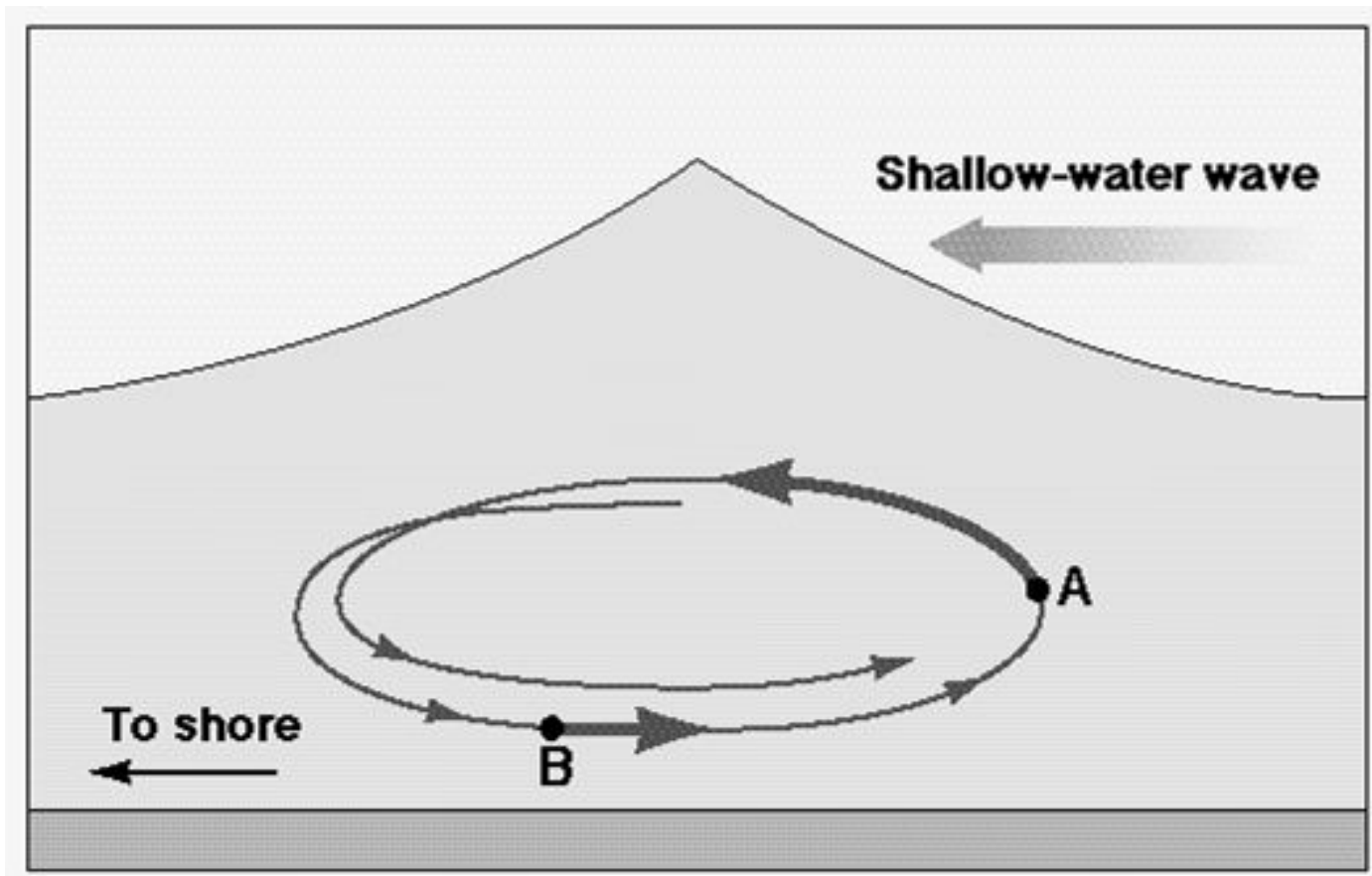
Σχήμα 4.18 Προοδευτικά κύματα σε (a) Βαθιά νερά (b) αβαθή νερά (c) ενδιάμεσα νερά. Προσέξτε την κίνηση κοντά στον πυθμένα (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.19 Προοδευτικά κύματα σε (a) Βαθιά νερά (b) αβαθή νερά (c) ενδιάμεσα νερά. Προσέξτε ότι η τροχιακή κίνηση αλλάζει σημαντικά ανάλογα με το βάθος και την σχέση βάθους μήκους κύματος (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).



Σχήμα 4.20 Προοδευτικά κύματα (α) ταχύτητες σωματιδίων νερού σε αναδιπλούμενο κύμα και (β) κυματικές ζώνες.



Σχήμα 4.21 Οι παραλίες διαβρώνονται από τα μεγάλα κύματα και έχουν απόθεση από τα μικρά κύματα. Στο σχήμα ένας κόκκος άμμου A σε αιώρηση ψηλά στην υδάτινη στήλη μεταφέρεται προς την ακτή, ενώ ο κόκκος B (χαμηλότερα στη στήλη) εμποδίζεται από την τριβή. Έτσι η ακτή κτίζεται. Σε μεγάλα κύματα όμως υπάρχει ισχυρό ρεύμα επιστροφής και έτσι υπάρχει διάβρωση. (Τροποποιημένο από SEPM, 1996).

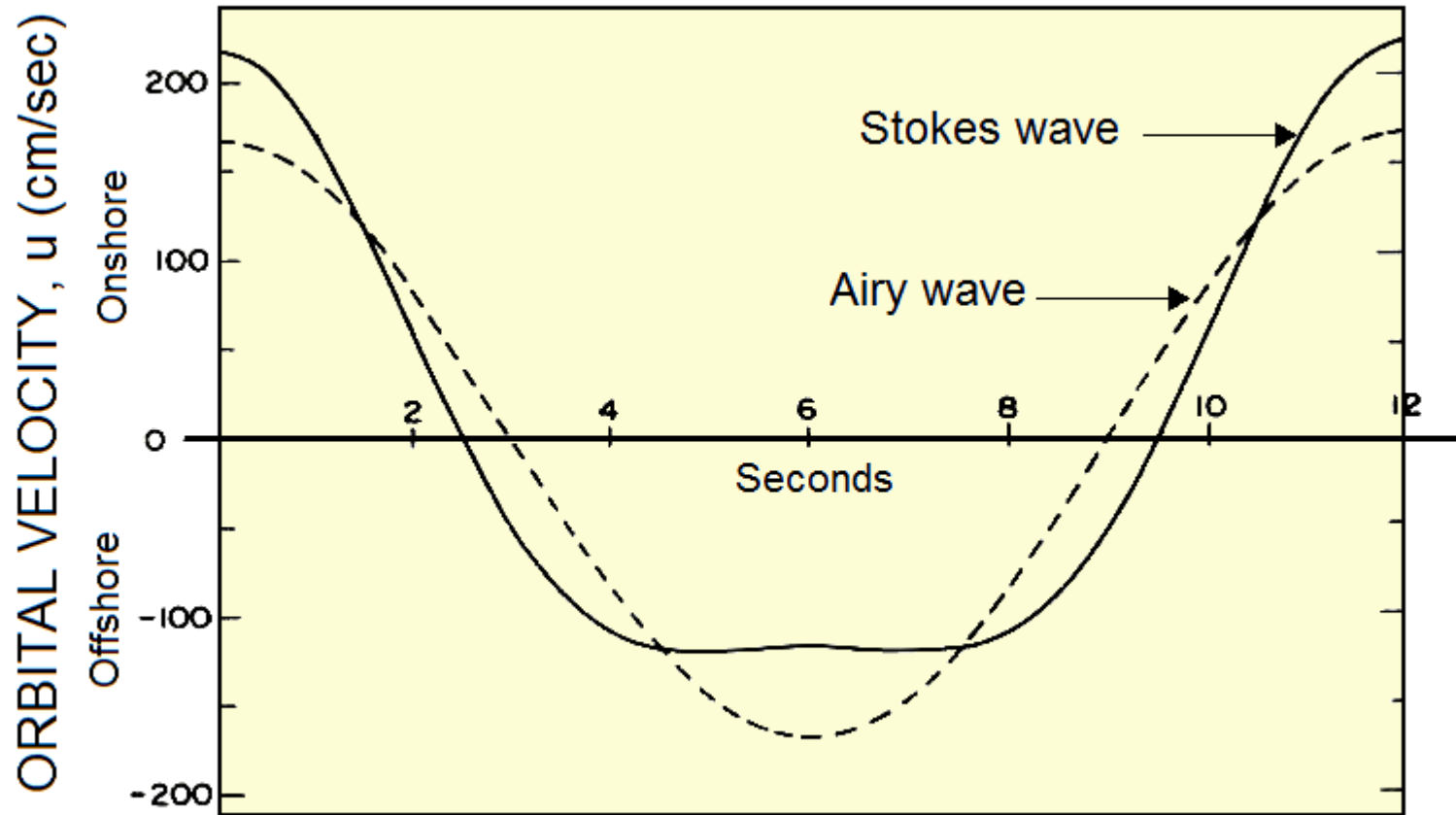
4.3.1 Η θεωρία του Airy (γραμμική θεωρία κυμάτων)

Η θεωρία του Airy αναφέρεται στην προσεγγιστική λύση του συστήματος εξισώσεων που χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί για να λυθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του νερού στην περίπτωση των κυμάτων

Όλες οι σχέσεις που περιγράφουν την εσωτερική κίνηση του νερού προέρχονται από τις λύσεις ενός συστήματος που περιέχει

- τις εξισώσεις Navier-Stokes, που ισορροπούν τις αλλαγές στην ενέργεια (momentum) του ρέοντος νερού με τις υπεύθυνες δυνάμεις και
- την εξίσωση συνέχειας (που εξασφαλίζει την διατήρηση της μάζας)

Στην περίπτωση των κυμάτων, η τριβή δεν συμπεριλαμβάνεται στις δυνάμεις και έτσι οι εξισώσεις Navier-Stokes έχουν μόνον όρους που περιγράφουν τις ταχύτητες του νερού και τις τοπικές πιέσεις



Σχήμα 4.22 Διαφορές Airy and Stokes waves.

Η θεωρία του Airy (γραμμική θεωρία κυμάτων)

Για να λυθεί το σύστημα των εξισώσεων απαιτούνται κάποιες παραδοχές, οι οποίες όμως ελαττώνουν την ακρίβεια των λύσεων

Η κυριότερες παραδοχές είναι ότι

- το ύψος κύματος (H) είναι πολύ μικρότερο από το μήκος κύματος (L) και το βάθος (h) και
- ότι δεν υπάρχει τριβή και ιξώδες

Η λύση του συστήματος για την θέση (ανύψωση της θαλάσσιας επιφάνειας) είναι

$$\eta(x, t) = H/2 \cos(kx - \omega t)$$

Όπου η $\eta(x, t)$ είναι η θέση της θαλάσσιας επιφάνειας, t ο χρόνος, x είναι η απόσταση στον άξονα στην κατεύθυνση του κύματος, k είναι ο αριθμός κύματος (wave number, $2\pi/L$) και ω είναι η γωνιακή συχνότητα (radian frequency, $2\pi/T$)

Parameter	General Expression	Deep Water	Shallow Water
Surface elevation	$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t)$		
Phase velocity	$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$	$C_{\infty} = \frac{gT}{2\pi}$	$C_s = \sqrt{gh}$
Wave length	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$	$L_{\infty} = \frac{gT^2}{2\pi}$	$L_s = T\sqrt{gh}$
Horizontal orbital diameter	$d = H \frac{\cosh[k(z_o + h)]}{\sinh(kh)}$	$d = He^{kz_o}$	$d = \frac{HL_s}{2\pi h} = \frac{HT}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}$
Vertical orbital diameter	$s = H \frac{\sinh[k(z_o + h)]}{\sinh(kh)}$	$s = He^{kz_o}$	$s = 0$
Horizontal orbital velocity	$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh[k(z_o + h)]}{\sinh(kh)} \cos(kx - \sigma t)$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \cos(kx - \sigma t)$	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \cos(kx - \sigma t)$
Vertical orbital velocity	$w = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh[k(z_o + h)]}{\sinh(kh)} \sin(kx - \sigma t)$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \sin(kx - \sigma t)$	$w = 0$

Σχήμα 4.23 Λύσεις για τα Airy waves. (Βασισμένο στον Komar, 1998)

4.3.2 Η θεωρία του Stokes

Η βασική παραδοχή της γραμμικής θεωρίας ότι το ύψος κύματος (H) είναι πολύ μικρότερο από το μήκος κύματος (L) και το βάθος (h) δημιουργεί προβλήματα ακρίβειας όταν τα κύματα πλησιάζουν στα αβαθή νερά

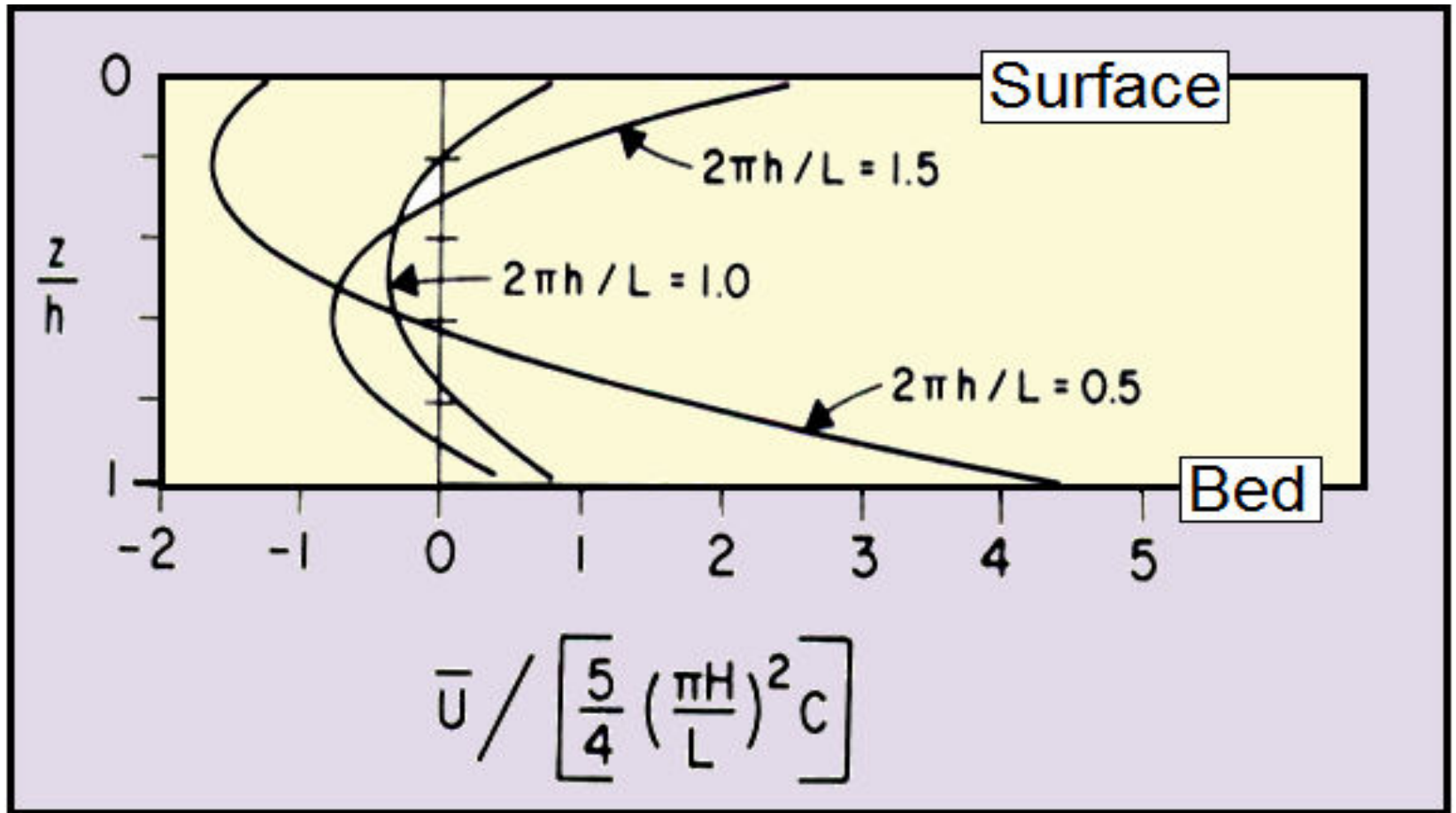
Έτσι δημιουργήθηκε η Θεωρία του Stokes, ο οποίος έδωσε λύσεις δεύτερης και τρίτης τάξης στο σύστημα των εξισώσεων (ενώ στην γραμμική θεωρία η λύση ίνα πρώτης τάξης)

Η πλέον σημαντική διάφορα μεταξύ των δυο λύσεων είναι οι τροχιές των σωματιδίων του νερού δεν κλείνουν στην θεωρία του Stokes και έτσι δημιουργούν ρεύμα (μεταφορά μάζας) στην διεύθυνση της προόδου του κύματος

Λόγω συνέχειας όμως, η μεταφερομένη προς την ξηρά μάζα πρέπει να επιστρέψει προς τα πίσω. Έτσι υπάρχει μεταβλητότητα στο ρεύμα στο ύψος της υδάτινης στήλης, με την μεταφορά νερού προς την ξηρά στη επιφάνεια και κοντά στον πυθμένα και απομάκρυνση απ' αυτήν στο μέσο της στήλης.

Wave Profile (second order)	
General	$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) + \frac{\pi H^2}{2L} \frac{\cosh(kh)[2 + \cosh(2kh)]}{[\sinh(kh)]^3} \cos[2(kx - \sigma t)]$
Deep water	$\eta_x = \frac{H_x}{2} \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{L_x} - \frac{t}{T}\right)\right] + \frac{\pi H_x^2}{4L_x} \cos\left[4\pi\left(\frac{x}{L_x} - \frac{t}{T}\right)\right]$
Wave Celerity (third order)	
General	$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \left[1 + \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 \frac{5 + 2\cosh(4\pi h/L) + 2\cosh^2(4\pi h/L)}{8\sinh^4(2\pi h/L)} \right]$
Deep water	$C_x = \frac{gT}{2\pi} \left[1 + \left(\frac{\pi H_x}{2L_x}\right)^2 \right]$
Orbital Velocities (second order)	
Horizontal	$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \cos(kx + \sigma t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 C \frac{\cosh[2k(z+h)]}{[\sinh(kh)]^4} \cos[2(kx - \sigma t)]$
Vertical	$w = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \sin(kx - \sigma t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 C \frac{\sinh[2k(z+h)]}{[\sinh(kh)]^4} \sin[2(kx - \sigma t)]$

Σχήμα 4.24 Λύσεις για τα Stokes waves (Βασισμένο στον Komar, 1998)



Σχήμα 4.25 Διαφορές της κίνησης με το βάθος.(Βασισμένο στον Komar, 1998)

4.3.3. Θεωρίες κυμάτων για αβαθή νερά

Όταν τα νερά γίνονται πολύ αβαθή, ακόμα και οι λύσεις του Stokes δεν είναι ικανές να προβλέψουν την κίνηση του νερού. Έτσι, δημιουργήθηκαν άλλες θεωρίες όπως η θεωρία των μοναχικών (solitary) και των κορυφωδών (cnoidal) κυμάτων

Τα μαθηματικά των δυο αυτών θεωριών είναι πολύ προχωρημένα και γι αυτό χρησιμοποιούνται σπάνια, ειδικά η η δεύτερη

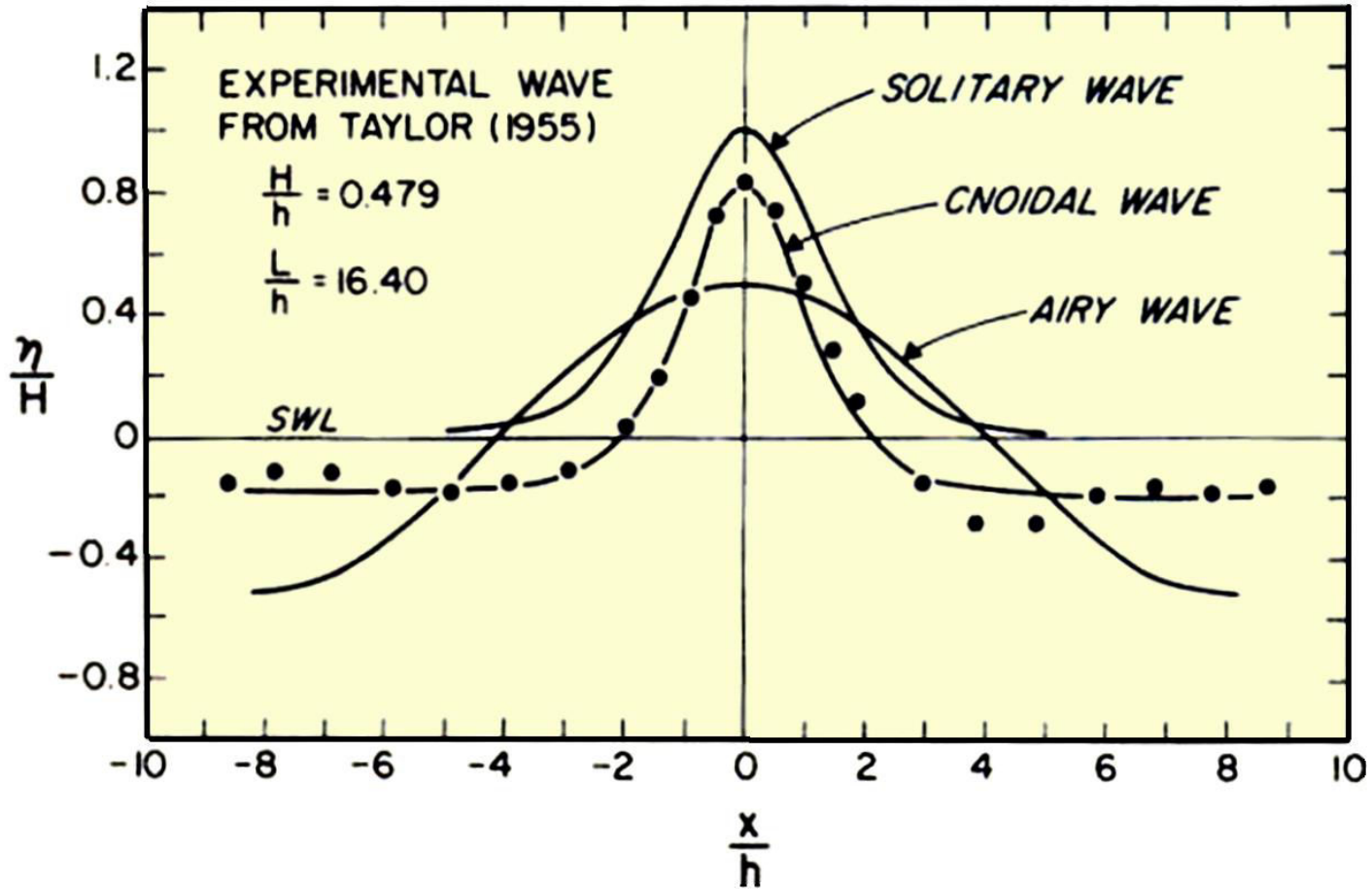
Αυτό που πρέπει να θυμάστε είναι ότι οι θεωρίες αυτές βοηθούν να βρεθούν σχέσεις στα σημεία μεγάλης αστάθειας όπως π.χ. στην περιοχή θραύσης κυμάτων

Έτσι, με την βοήθεια των μοναχικών κυμάτων βρέθηκε ότι

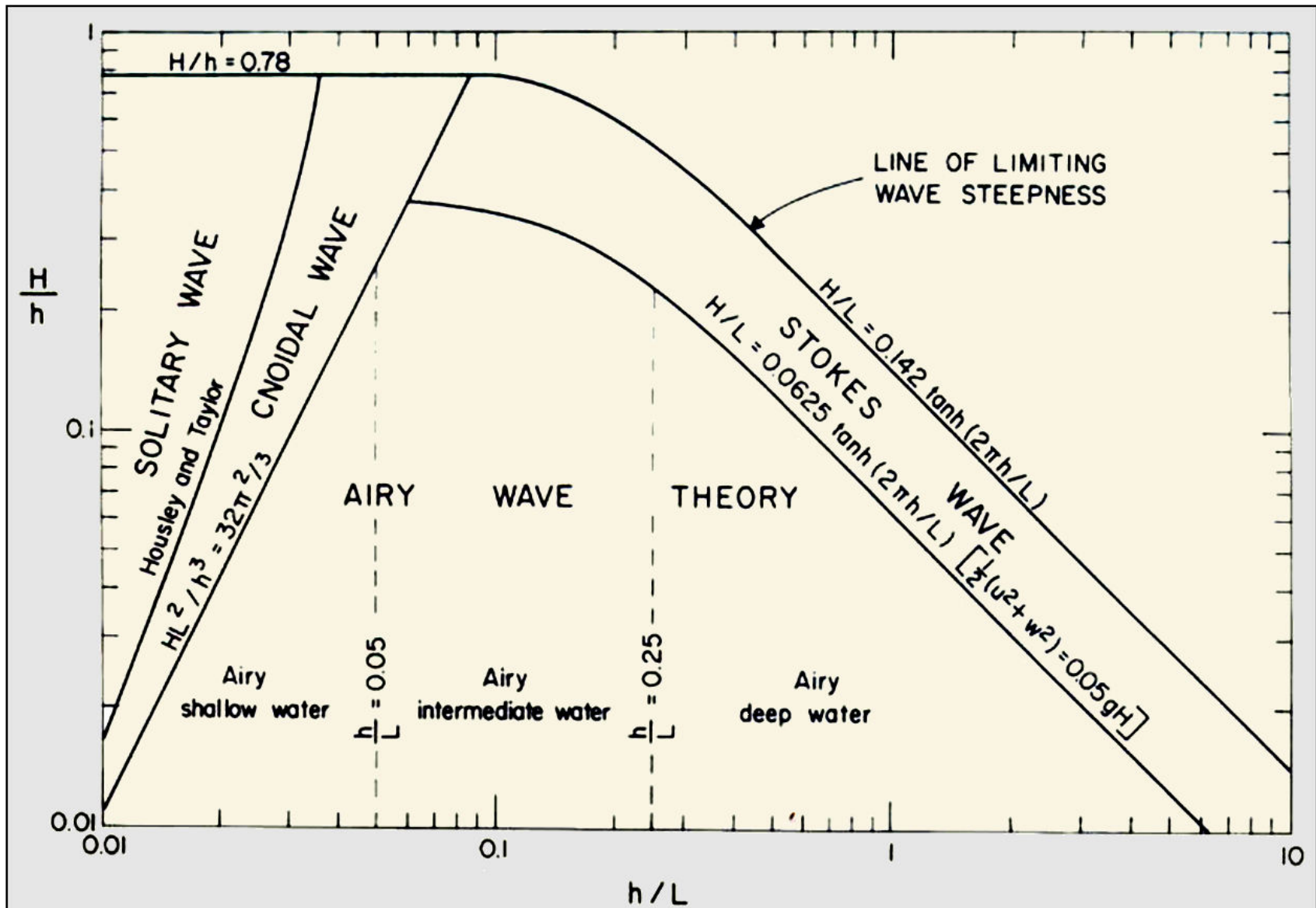
$$0.73 \leq \gamma_b = (H_b/h_b) \leq 1.03$$

Όπου γ_b είναι η σχέση μεταξύ ύψους κύματος και βάθους στο σημείο θραύσης. Πειραματικά δεδομένα (π.χ. Svendrup and Munk, 1946, Trans. Am. Geoph. Union, 27, 828-836) έδειξαν καλή συμφωνία (0.78)

Τέλος, να θυμάστε ότι οι διάφορες θεωρίες χρησιμοποιούνται σε διαφορετικές περιπτώσεις (δηλ εκεί που οι λύσεις που δίνουν είναι πλέον ακριβείς (ακριβείς))



Σχήμα 4.26 Διαφορές των κυμάτων αβαθών νερών από τα κύματα Airy (Βασισμένο στον Komar, 1998)



Σχήμα 4.27 Πεδία χρήσης διαφόρων θεωριών. (Βασισμένο στον Komar, 1998)