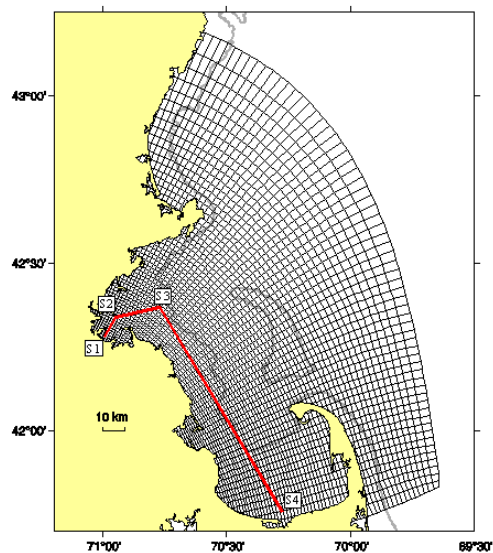


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ-ΣΧΟΛΗ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ



ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΘΑΛΑΣΣΑΣ



ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Διδακτικές Σημειώσεις

Γ. Τσιρτσής-Β. Κολοβογιάννης

Μυτιλήνη
Οκτώβριος 2015

Πρόλογος

Οι σημειώσεις αυτές απευθύνονται στους προπτυχιακούς φοιτητές του Τμήματος Επιστημών της Θάλασσας στο πλαίσιο του μαθήματος 'Μέθοδοι Προσομοίωσης και Εφαρμογές', καθώς και στους φοιτητές του ομώνυμου μαθήματος της σειράς ανοιχτών μαθημάτων (open courses) του Πανεπιστημίου Αιγαίου. Το μάθημα στοχεύει στην γνωριμία και εξοικείωση των φοιτητών με το αντικείμενο και τις εφαρμογές των μοντέλων προσομοίωσης στο θαλάσσιο περιβάλλον, οικολογικών, υδροδυναμικών και συνδυασμών αυτών. Παρέχονται οι απαραίτητες γνώσεις μαθηματικών για την ανάπτυξη και εκτέλεση μαθηματικών μοντέλων προσομοίωσης. Επίσης το μάθημα συνδυάζεται με σειρά εργαστηριακών ασκήσεων με την χρήση λογισμικού οπτικής προσομοίωσης.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	4
2. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ (0-D MODELS)	6
3. ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ – ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ (ΣΔΕ)	11
4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΔΕ	18
5. ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΟΠΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	19
6. ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ	33
7. ΜΟΝΤΕΛΑ ΧΩΡΙΚΩΝ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ (BOX MODELS)	38
8. ΜΟΝΤΕΛΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΜΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	44
9. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΟ ΘΑΛΑΣΣΙΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΣΕ 1 ΚΑΙ 2 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ	46
10. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ – ΠΛΕΓΜΑΤΑ	47
11. ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ	52
12. ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ – ΟΙΚΟΛΟΓΙΑΣ	56
13. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ	63
<i>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</i>	67

1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ένα μοντέλο ή πρότυπο ενός φυσικού, κοινωνικού ή οικονομικού συστήματος είναι μια απλοποιημένη ή εξιδανικευμένη έκφραση του συστήματος που διατηρεί τις βασικές ιδιότητες του συστήματος και είναι δυνατόν να εκφραστεί με μαθηματικές σχέσεις. Το ιδανικό αέριο στην φυσική είναι ένα από τα γνωστότερα μοντέλα. Το ιδανικό αέριο δεν υπάρχει στην πραγματικότητα, αποτελεί μια απλουστευμένη εκδοχή-πρότυπο των πραγματικών αερίων, διαθέτει τις βασικές ιδιότητες των πραγματικών αερίων και η κατάστασή του εκφράζεται μαθηματικά με την γνωστή απλή σχέση (καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου). Οι βολές σωμάτων στο πεδίο βαρύτητας (κατακόρυφη, οριζόντια και πλάγια βολή), όπως προσεγγίζονται στην φυσική του Λυκείου (με σταθερή βαρύτητα και απουσία αντίστασης αέρα), αποτελούν μοντέλα των αντίστοιχων πραγματικών βολών στο πεδίο βαρύτητας. Επίσης σε γεγονότα της καθημερινής ζωής χρησιμοποιούνται μοντέλα. Όταν ένας πεζός ετοιμάζεται να διασχίσει έναν δρόμο χρησιμοποιεί, χωρίς να του γίνεται αντιληπτό, ένα μοντέλο. Παρατηρεί τα αυτοκίνητα που προσεγγίζουν, αφαιρεί τα μη απαραίτητα στοιχεία όπως το χρώμα αυτοκινήτου, την εταιρεία κατασκευής, τον αριθμό πινακίδας, την οδό στην οποία βρίσκεται, λαμβάνει υπ' όψη βασικές παραμέτρους όπως την ταχύτητα του αυτοκινήτου, το πλάτος του δρόμου, την ταχύτητα που μπορεί να αναπτύξει ως πεζός και αποφασίζει για το αν θα διασχίσει τον δρόμο με ασφάλεια.

Η χρήση των μοντέλων προσομοίωσης στις θαλάσσιες επιστήμες, γίνεται σε μεγάλη κλίμακα τις δύο τελευταίες δεκαετίες. Εξελίχθηκαν παράλληλα δύο προσεγγίσεις, που η πρώτη αφορούσε την περιγραφή φυσικών διεργασιών (υδροδυναμική κυκλοφορία, κατανομές φυσικών παραμέτρων, κυματισμός) και η δεύτερη την μοντελοποίηση βιολογικών και χημικών διεργασιών.

Η ανάπτυξη υδροδυναμικών μοντέλων κυκλοφορίας έχει ωριμάσει σε μεγάλο βαθμό, χρησιμοποιώντας και την αντίστοιχη πλούσια εμπειρία των ατμοσφαιρικών μοντέλων κυκλοφορίας. Σήμερα τα υδροδυναμικά μοντέλα έχουν φτάσει στο σημείο να χρησιμοποιούνται επιχειρησιακά για πρόγνωση θαλάσσιας κυκλοφορίας και κυματισμού σε μεγάλες θαλάσσιες περιοχές με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Σε ότι αφορά στα οικολογικά μοντέλα, η εξέλιξή των ακολούθησε την γενικότερη εξέλιξη των επιστημονικών γνώσεων για την λειτουργία του θαλασσίου οικοσυστήματος. Τα παλαιότερα μοντέλα ροής ύλης και ενέργειας στο θαλάσσιο οικοσύστημα, έδιναν έμφαση στην αλληλεπίδραση θρεπτικών αλάτων-φυτοπλαγκτού-ζωοπλαγκτού, θεωρώντας δευτερεύοντα τον ρόλο των βακτηριακών οργανισμών και της οργανικής ύλης. Τα σημαντικότερα μοντέλα που είχαν κατασκευαστεί με βάση την "κλασική" αυτή αντίληψη είναι του Steele για την Βόρεια Θάλασσα (Steele 1974), των Kremer and Nixon για τον κόλπο Narragansett στην ακτή της Νέας Αγγλίας στις ΗΠΑ (Kremer and Nixon 1978) και του DiToro για την λίμνη Erie στο Detroit των ΗΠΑ (DiToro et al. 1978). Με την εισαγωγή των νέων τεχνικών για την απαρίθμηση και την ποσοτικοποίηση των θαλάσσιων μικροβίων (Fry 1990) και την μέτρηση της συγκέντρωσης της οργανικής ύλης (Sugimura and Suzuki 1988), έγινε σαφές ότι οι μικροβιακές διεργασίες, παίζουν ένα πολύ σημαντικό ρόλο στην θαλάσσια τροφική αλυσίδα και συμπεριλήφθηκε στα οικολογικά μοντέλα ο λεγόμενος 'μικροβιακός βρόγχος' που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις οργανικής ύλης, βακτηρίων και πρωτοζώων (Azam et al. 1983).

Μοντέλα που έχουν συμπεριλάβει την παραπάνω άποψη είναι αυτό που κατασκευάστηκε για το κανάλι του Bristol και το σύστημα εκβολής Severn στην Αγγλία (GEMBASE, General

Ecosystem Model of the Bristol Channel and Severn Estuary) απ' τους Radford and Uncles (1980), των Baretta and Ruardij για το σύστημα εκβολής του Ems στην Ολλανδία (1988) και των Fasham et al. (1990) που αποτελεί μέρος του μοντέλου παγκόσμιας ωκεάνιας κυκλοφορίας του Πανεπιστημίου του Princeton. Τα μοντέλα GEMBASE και των Baretta and Ruardij περιγράφουν λεπτομερώς την δυναμική του οικοσυστήματος στην εκβολή ποταμού. Η έμφαση δίνεται στον ρόλο των βενθικών κοινωσιών και στην επίδραση της παλίρροιας στην λειτουργία του συστήματος. Το μοντέλο των Fasham et al., περιγράφει την ροή αζώτου δια μέσου των πλαγκτονικών οργανισμών του συστήματος, συμπεριλαμβανόμενου και του 'μικροβιακού βρόγχου'. Η χρησιμοποίηση της ροής αζώτου γίνεται, αφ' ενός γιατί το άζωτο έχει επικρατήσει να θεωρείται ο περιοριστικός παράγοντας για την φυτοπλαγκτονική ανάπτυξη (Blackburn and Sorensen 1988) και αφ' ετέρου γιατί καθιστά δυνατό τον διαχωρισμό μεταξύ "νέας" και "αναγεννημένης" παραγωγής. Το μοντέλο έχει εφαρμοστεί με ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα σε ωκεάνιες περιοχές μεγάλου βάθους.

Λαμβάνοντας υπ' όψη την μεγάλη σημασία των φυσικών διεργασιών στην λειτουργία του οικοσυστήματος, τα τελευταία χρόνια γίνονται προσπάθειες ανάπτυξης συνδυασμένων υδροδυναμικών-οικολογικών μοντέλων. Τα μοντέλα αυτά αποτελούνται από δύο υπομοντέλα, το υδροδυναμικό που υπολογίζει την δομή της υδροδυναμικής κυκλοφορίας και τις κατανομές των φυσικών ιδιοτήτων και το οικολογικό που προσομοιώνει τις διεργασίες του οικοσυστήματος λαμβάνοντας υπ' όψη την επίδραση των φυσικών διεργασιών. Τα συνδυασμένα αυτά μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί σε ωκεάνιες και σε παράκτιες περιοχές με επιτυχία και η εξέλιξή τους είναι ταχεία. Σύντομα τα μοντέλα αυτά θα έχουν φθάσει σε σημαντικό βαθμό ωριμότητας ώστε να χρησιμοποιούνται επιχειρησιακά.

Η ανάπτυξη ενός μοντέλου προσομοίωσης στοχεύει συνήθως στην περιγραφή της εξέλιξης ενός φυσικού, κοινωνικού ή οικονομικού συστήματος στον χρόνο. Πέραν της μεταβλητότητας στον χρόνο, το σύστημα είναι δυνατόν να παρουσιάζει και χωρική μεταβλητότητα σε μία, δύο ή και τρεις διαστάσεις. Η εξέλιξη του συνολικού πληθυσμού των ανθρώπων στην γη είναι ένα παράδειγμα συστήματος που δεν παρουσιάζει χωρική μεταβλητότητα αλλά μόνον μεταβολή στον χρόνο. Ανάλογο παράδειγμα στις θαλάσσιες επιστήμες είναι το σύστημα μιας εργαστηριακής καλλιέργειας. Οι μεταβλητές του συστήματος αυτού μεταβάλλονται στον χρόνο, όμως λόγω των περιορισμένων διαστάσεών του, το σύστημα αυτό θεωρείται ότι δεν παρουσιάζει χωρικές διαφοροποιήσεις. Το οικοσύστημα ενός ποταμού αποτελεί παράδειγμα συστήματος που παρουσιάζει χρονική μεταβλητότητα αλλά ταυτόχρονα και χωρική μεταβλητότητα σε μία διάσταση, αν θεωρήσουμε ότι δεν παρατηρούνται διαφοροποιήσεις κατά πλάτος ή κατά βάθος. Ένα αβαθές θαλάσσιο ή λιμναίο οικοσύστημα αποτελεί παράδειγμα συστήματος που παρουσιάζει χρονική μεταβλητότητα και χωρική σε δύο διαστάσεις, θεωρώντας και πάλι ότι δεν υφίστανται διαφοροποιήσεις με το βάθος. Τέλος ένα θαλάσσιο οικοσύστημα σχετικά μεγάλου βάθους είναι χαρακτηριστικό παράδειγμα συστήματος με χρονική μεταβλητότητα και χωρική σε τρεις διαστάσεις.

2. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ (0-D MODELS)

2.1. Μεταβλητές κατάστασης

Το πρώτο και ίσως το πιο σημαντικό βήμα στην ανάπτυξη ενός μοντέλου προσομοίωσης ενός συστήματος είναι η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης (state variables). Οι μεταβλητές κατάστασης είναι σημαντικές μεταβλητές για το σύστημα και για τον τρόπο με τον οποίο αυτό προσεγγίζεται, την εξέλιξη των οποίων στον χρόνο ή και στον χώρο επιλέγει να μελετήσει ο ερευνητής. Η εξέλιξη των μεταβλητών κατάστασης στον χρόνο ορίζεται με την χρήση διαφορικών εξισώσεων, μια διαφορική εξίσωση για κάθε μεταβλητή κατάσταση σε κάθε ένα χωρικό διαμέρισμα.

Για παράδειγμα, αν αναπτύσσεται ένα μοντέλο εξέλιξης του ανθρώπινου πληθυσμού, ως μεταβλητή κατάστασης θα επιλεγεί οπωσδήποτε ο ανθρώπινος πληθυσμός. Αν η κατασκευή ενός μοντέλου γίνεται για την μελέτη των διεργασιών που αφορούν στους θαλάσσιους μικροοργανισμούς, ως μεταβλητές κατάστασης ενδεχομένως θα επιλεγούν οι βιομάζες φυτοπλαγκτού, ζωοπλαγκτού και βακτηρίων και μεταβλητές που επηρεάζουν αυτές, όπως οι συγκεντρώσεις θρεπτικών αλάτων και οργανικής ύλης. Αν ενδιαφέρει η υδροδυναμική κυκλοφορία οι παραπάνω μεταβλητές θα αγνοηθούν και ως μεταβλητές κατάστασης θα επιλεγούν η ταχύτητα του νερού, η θερμοκρασία και η αλατότητα στα σημεία ενός πλέγματος. Τέλος αν το ενδιαφέρον του ερευνητή επικεντρώνεται στην εξέλιξη ενός ιχθυοπληθυσμού, ως μεταβλητές κατάστασης θα επιλεγούν ο ίδιος ο ιχθυοπληθυσμός και μεταβλητές που σχετίζονται με την ανάπτυξή του. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης δεν είναι μονοσήμαντη, δεν εξαρτάται από το φυσικό σύστημα που προσεγγίζεται αλλά από τις επιμέρους διεργασίες τις οποίες ο ερευνητής ενδιαφέρεται να μελετήσει.

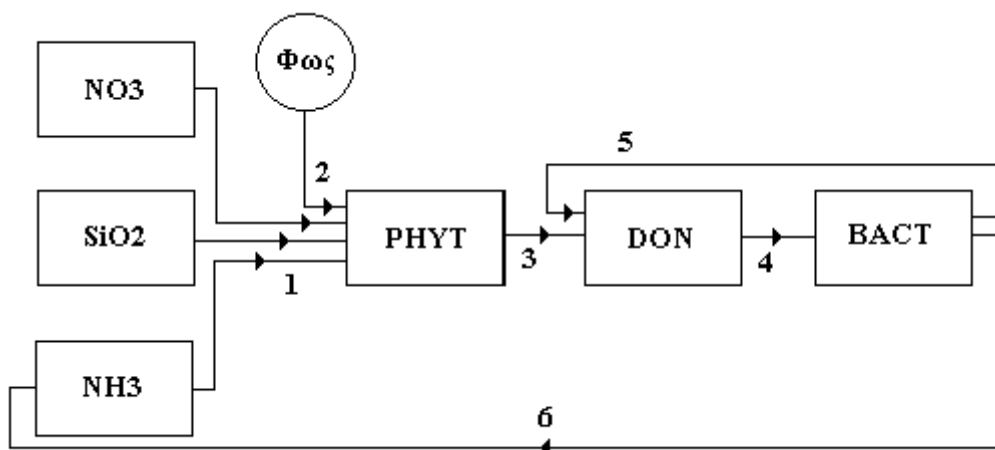
Σε ότι αφορά στον αριθμό των μεταβλητών κατάστασης, επιλέγεται ικανός αριθμός για την περιγραφή των κύριων λειτουργιών του προσομοιούμενου συστήματος, αλλά ταυτόχρονα περιορισμένος ώστε να μην αυξάνεται ιδιαίτερα η πολυπλοκότητα του μοντέλου. Μεγάλη πολυπλοκότητα οδηγεί σε μεγάλες απαιτήσεις υπολογιστικής ισχύος για την γρήγορη εκτέλεση της προσομοίωσης και ταυτόχρονα αυξάνει την αβεβαιότητα στην εκτίμηση των τιμών των μεταβλητών κατάστασης κατά την προσομοίωση.

Μεταβλητές που επηρεάζουν τις μεταβλητές κατάστασης αλλά δεν εξαρτώνται απ' αυτές, δηλαδή η εξέλιξή τους στον χρόνο είναι ανεξάρτητη της προσομοίωσης, καλούνται συναρτήσεις φόρτισης (forcing functions). Για το μοντέλο μελέτης των διεργασιών των μικροοργανισμών στην θάλασσα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως συναρτήσεις φόρτισης η ηλιακή ακτινοβολία και η θερμοκρασία. Οι μεταβλητές αυτές μεταβάλλονται στον χρόνο με ένα συγκεκριμένο τρόπο (υψηλές τιμές τους θερινούς μήνες, χαμηλές τον χειμώνα), επηρεάζουν την ανάπτυξη του φυτοπλαγκτού και του ζωοπλαγκτού αντίστοιχα, αλλά η μεταβολή τους δεν εξαρτάται από τις άλλες μεταβλητές και από την ροή του μοντέλου.

2.2. Διάγραμμα ροής

Οι διεργασίες που προσομοιώνονται και στις οποίες συμμετέχουν οι μεταβλητές κατάστασης και ενδεχομένως ένας αριθμός από συναρτήσεις φόρτισης, παριστάνονται συχνά με την μορφή ενός διαγράμματος ροής. Στο διάγραμμα ροής οι μεταβλητές κατάστασης παριστάνονται με παραλληλόγραμμα σχήματα, οι συναρτήσεις φόρτισης με κύκλους και οι σχετικές διεργασίες με βέλη που συνδέουν τα παραλληλόγραμμα και τους

κύκλους. Στο Σχήμα 2.1 παριστάνεται το διάγραμμα ροής ενός μοντέλου για την μελέτη των διεργασιών των μικροοργανισμών σε εργαστηριακό μικρόκοσμο. Οι μεταβλητές κατάστασης είναι έξι και παριστάνονται με τα παραλληλόγραμμα. Είναι η φυτοπλαγκτονική (PHYT) και η βακτηριακή (BACT) βιομάζα, οι συγκεντρώσεις αμμωνιακών (NH_3), νιτρικών (NO_3), πυριτικών (SiO_2) και διαλυμένου οργανικού άνθρακα (DOC). Η ένταση του προσπίπτοντος φωτός στον μικρόκοσμο χρησιμοποιείται ως συνάρτηση φόρτισης και συμβολίζεται με κύκλο. Στο Σχήμα φαίνονται επίσης οι διεργασίες που λαμβάνονται υπ' όψη στην προσομοίωση.



Σχήμα 2.1. Το διάγραμμα ροής μοντέλου εργαστηριακού μικροκόσμου. Με παραλληλόγραμμα συμβολίζονται οι μεταβλητές κατάστασης, με κύκλο η συνάρτηση φόρτισης και με αριθμούς οι διεργασίες.

Οι διεργασίες είναι η ανάπτυξη της βιομάζας φυτοπλαγκτού που εξαρτάται από την διαθεσιμότητα θρεπτικών αλάτων (Διεργασία 1) και φωτός (Διεργασία 2), η παραγωγή οργανικού αζώτου μέσω των φυτοπλαγκτονικών απεκκρίσεων και της θνησιμότητας (Διεργασία 3), η ανάπτυξη των ετερότροφων βακτηρίων με την κατανάλωση οργανικού αζώτου (Διεργασία 4), η αποδόμηση (ανοργανοποίηση) της οργανικής ύλης από τα βακτήρια προς αμμωνιακά ιόντα (Διεργασία 6) και η μετατροπή μέρους της βακτηριακής βιομάζας σε διαλυμένη οργανική ύλη (Διεργασία 5). Στην περίπτωση ενός μοντέλου που λαμβάνει υπ' όψη και χωρική μεταβλητότητα, το παραπάνω διάγραμμα ροής ισχύει σε κάθε ένα χωρικό διαμέρισμα, αφού προστεθούν και οι διεργασίες αλληλεπίδρασης με τα γειτονικά χωρικά διαμερίσματα.

2.3. Διαφορικές εξισώσεις

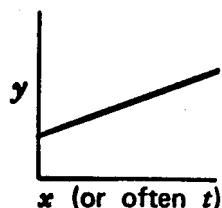
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως για την κάθε μεταβλητή κατάσταση ενός μοντέλου γράφεται η αντίστοιχη διαφορική εξίσωση. Αν το μοντέλο περιλαμβάνει χωρικά διαμερίσματα γράφεται μία διαφορική εξίσωση για κάθε μία μεταβλητή κατάσταση σε κάθε ένα χωρικό διαμέρισμα. Η διαφορική εξίσωση περιέχει στο πρώτο μέλος τον ρυθμό μεταβολής της μεταβλητής κατάστασης και στο δεύτερο μέλος αναλυτικές σχέσεις για τις διεργασίες που επηρεάζουν την μεταβολή της μεταβλητής κατάστασης. Στις σχέσεις αυτές

μπορεί να περιέχονται η ίδια η μεταβλητή κατάστασης, οι άλλες μεταβλητές κατάστασης, οι συναρτήσεις φόρτισης και ένας αριθμός παραμέτρων (parameters). Οι παράμετροι είναι ποσότητες που δεν μεταβάλλονται συνήθως στον χρόνο και οι τιμές τους προέρχονται κατ' αρχήν από την σχετική βιβλιογραφία. Παράδειγμα διαφορικής εξίσωσης είναι το ακόλουθο:

$$\frac{dDON}{dt} = (a_{DP} \times \varphi_{NA} + m_{DP}) \times PHYT + (m_{DB} - a_{DB} \times \varphi_D) \times BACT$$

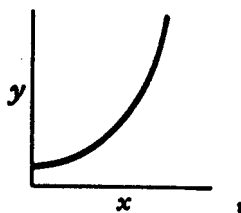
, που περιγράφει τον ρυθμό μεταβολής της συγκέντρωσης διαλυμένου οργανικού αζώτου (Dissolved Organic Nitrogen, DON) σε ένα εργαστηριακό σύστημα. Στο δεύτερο μέλος της διαφορικής εξίσωσης περιγράφονται με αναλυτικές σχέσεις οι διεργασίες από τις οποίες εξαρτάται η μεταβολή της μεταβλητής κατάστασης. Η εύρεση των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τις επιμέρους διεργασίες σε ένα μαθηματικό μοντέλο είναι μία από τις σημαντικότερες εργασίες κατά την ανάπτυξη ενός μοντέλου προσομοίωσης. Συνήθως η αναζήτηση των σχέσεων αυτών γίνεται στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Αναφέρεται ενδεικτικά ένας αριθμός μαθηματικών σχέσεων που συχνά χρησιμοποιούνται σε μοντέλα προσομοίωσης για την περιγραφή φυσικών διεργασιών.

Γραμμική σχέση εξάρτησης. Διαφορική εξίσωση του τύπου $\frac{dy}{dt} = k$, περιγράφει την γραμμική μεταβολή μεγέθους y σε συνάρτηση με το χρόνο t , δηλαδή σχέση της μορφής $y = a + kt$ (Σχήμα 2.2), όπου a και k σταθερές. Ως παράδειγμα αναφέρεται ο ρυθμός φωτοσύνθεσης σε σχέση με την φωτεινή ακτινοβολία σε χαμηλές εντάσεις ακτινοβολίας. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η ανεξάρτητη μεταβλητή t είναι ο χρόνος.



Σχήμα 2.2. Γραμμική σχέση εξάρτησης μεγέθους y από μέγεθος x (ή συνήθως τον χρόνο t).

Εκθετική αύξηση. Διαφορική εξίσωση του τύπου $\frac{dy}{dt} = ky$, περιγράφει την εκθετική αύξηση μεγέθους y σε συνάρτηση με μέγεθος t , δηλαδή σχέση της μορφής $y = y_0 \times e^{kt}$ (Σχήμα 2.3), όπου y_0 η τιμή του y για $t=0$ και k σταθερά. Ως παράδειγμα αναφέρεται η αύξηση ενός πληθυσμού χωρίς κανέναν περιορισμό.

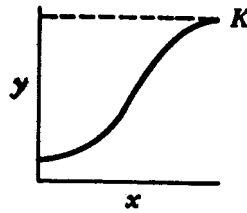


Σχήμα 2.3. Εκθετική αύξηση μεγέθους y σε συνάρτηση με μέγεθος x (συνήθως τον χρόνο t).

Λογιστική αύξηση. Διαφορική εξίσωση του τύπου $\frac{dy}{dt} = ky \left(\frac{C-y}{C} \right)$, περιγράφει την λογιστική αύξηση μεγέθους y σε συνάρτηση με μέγεθος t , δηλαδή σχέση της μορφής

$$y = \frac{C}{1 + y_0 e^{-kt}} \quad (\text{Σχήμα 2.4}), \text{ όπου } C, y_0 \text{ και } k \text{ σταθερές. Ως παράδειγμα αναφέρεται η αύξηση}$$

ενός πληθυσμού που περιορίζεται όμως από την πυκνότητα του ίδιου του πληθυσμού. Η σταθερά C στη διαφορική εξίσωση εκφράζει την μεγαλύτερη δυνατή τιμή του πληθυσμού και καλείται φέρουσα ικανότητα (carrying capacity) του συστήματος για τον πληθυσμό. Στην περίπτωση αυτή ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ο χρόνος.



Σχήμα 2.4. Λογιστική αύξηση μεγέθους y σε συνάρτηση με μέγεθος x (συνήθως τον χρόνο t).

Μηχανισμός *Monod*. Διαφορική εξίσωση του τύπου $\frac{dy}{dt} = \frac{kx}{x+k_h} y$, περιγράφει την

μεταβολή μεγέθους y στον χρόνο σε εξάρτηση από περιοριστικό παράγοντα x . Η σταθερά k_h ονομάζεται σταθερά ημικορεσμού (half-saturation constant). Ως παράδειγμα αναφέρεται η ανάπτυξη οργανισμού σε εξάρτηση με έναν περιοριστικό παράγοντα της ανάπτυξής του, όπως είναι η συγκέντρωση θρεπτικών αλάτων για το φυτοπλαγκτόν ή οργανικής ύλης για τα ετερότροφα βακτήρια.

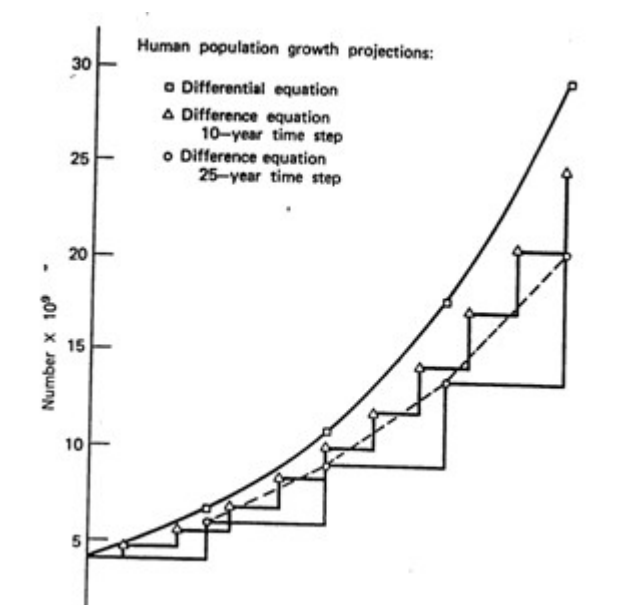
Σε ότι αφορά στις τιμές των παραμέτρων των διαφορικών εξισώσεων, προσεγγιστικές τιμές αναζητούνται στην διαθέσιμη βιβλιογραφία. Χρησιμοποιείται η λέξη 'προσεγγιστικές' γιατί μία παράμετρος που η τιμή της έχει υπολογιστεί με ακρίβεια σε ένα μοντέλο ή σε ένα πείραμα, ενδέχεται να έχει αρκετά διαφορετική τιμή σε ένα άλλο μοντέλο. Το γεγονός αυτό επιδέχεται την ακόλουθη ερμηνεία. Ένα μοντέλο αποτελεί μία απλουστευμένη έκφραση ενός πραγματικού συστήματος. Ένας αριθμός διεργασιών που δεν κρίνονται σημαντικές σε ένα μοντέλο αυτού του συστήματος, δεν συμπεριλαμβάνονται στις αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις. Η λειτουργία όμως των διεργασιών αυτών λαμβάνεται υπ' όψη στο μοντέλο, με την χρήση αυξημένων τιμών στις παραμέτρους συγγενικών διεργασιών. Για παράδειγμα σε ένα μοντέλο περιγραφής των αλληλεπιδράσεων θρεπτικών αλάτων, φυτοπλαγκτού, οργανικής ύλης και βακτηρίων είναι δυνατόν να μην συμπεριληφθεί ως μεταβλητή κατάσταση το ζωοπλαγκτόν και οι διεργασίες που το αφορούν. Η βόσκηση του φυτοπλαγκτού από το ζωοπλαγκτόν είναι μια διεργασία που δεν είναι δυνατόν να αγνοηθεί πλήρως και ένας τρόπος να ληφθεί υπ' όψη είναι χρησιμοποιώντας αυξημένη τιμή στην παράμετρο που περιγράφει την φυτοπλαγκτονική θνησιμότητα. Είναι προφανές ότι σε ένα άλλο μοντέλο στο οποίο συμμετέχει το ζωοπλαγκτόν ως μεταβλητή κατάσταση και αναλυτικά περιγράφεται η διεργασία της βόσκησης, η παράμετρος της φυτοπλαγκτονικής θνησιμότητας θα έχει μικρότερη τιμή. Η παραπάνω πρακτική έκφρασης διεργασιών μέσω

παραμέτρων συγγενικών διεργασιών καλείται παραμετροποίηση της διεργασίας. Όπως προαναφέρθηκε, λόγω της παραμετροποίησης οι τιμές της ίδιας παραμέτρου σε δύο διαφορετικά μοντέλα μπορεί να διαφέρουν σημαντικά. Για τον λόγο αυτό συχνά αναζητείται στην βιβλιογραφία μία περιοχή τιμών για την κάθε παράμετρο ενός μοντέλου αντί της ακριβούς τιμής. Η δε ακριβής τιμή υπολογίζεται στην συνέχεια κατά την βαθμονόμηση με βάση τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα.

3. ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ – ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ (ΣΔΕ)

Το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφει ένα μαθηματικό μοντέλο λύνεται και προκύπτουν ως αποτέλεσμα οι συναρτήσεις μεταβολής των μεταβλητών κατάστασης στον χρόνο και στον χώρο. Η λύση του συστήματος μπορεί να είναι αναλυτική ή αριθμητική. Η αναλυτική μέθοδος λύσης παρέχει μεν την ακριβή λύση αλλά παρουσιάζει συγκεκριμένα μειονεκτήματα. Κατ' αρχήν απαιτεί διαφορετική προσέγγιση κατά περίπτωση, γεγονός που προϋποθέτει την χρήση της ανθρώπινης λογικής στην λήψη αποφάσεων. Επίσης η εύρεση αναλυτικών λύσεων σε μερικές περιπτώσεις είναι εξαιρετικά δύσκολη ή και αδύνατη. Αντίθετα οι αριθμητικές μέθοδοι λύσης διαφορικών εξισώσεων είναι γενικές μέθοδοι που εφαρμόζονται σε κάθε περίπτωση χωρίς την μεσολάβηση δύσκολων λογικών αποφάσεων, γεγονός που τις καθιστά κατάλληλες για την εφαρμογή μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Το μειονέκτημα που παρουσιάζουν είναι ότι αποτελούν προσεγγιστικές λύσεις των ακριβών λύσεων.

Η αριθμητική λύση διαφορικών εξισώσεων βασίζεται στην διαίρεση του χρόνου και του χώρου σε μικρά υποδιαστήματα. Γνωρίζοντας τις αρχικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης υπολογίζονται οι νέες τιμές μετά από ένα βήμα χρόνου με την χρήση εξισώσεων που γενικά βασίζονται στο ανάπτυγμα Taylor, από τις νέες τιμές οι επόμενες, έως το τέλος του χρόνου ολοκλήρωσης. Η επιτυχία στην προσέγγιση της αναλυτικής λύσης μέσω της αριθμητικής λύσης, σε μεγάλο βαθμό βασίζεται στην επιλογή μικρού διαστήματος χρόνου και χώρου. Ως παράδειγμα αναφέρεται η αριθμητική λύση του μοντέλου της εξέλιξης του ανθρώπινου πληθυσμού, αν θεωρηθεί ότι αυξάνεται εκθετικά. Η αριθμητική λύση με βήμα χρόνου 10 ετών προσεγγίζει περισσότερο την αναλυτική λύση σε σχέση με την αριθμητική λύση με βήμα χρόνου 25 ετών (Σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5. Λύσεις της διαφορικής εξίσωσης της εκθετικής ανάπτυξης του ανθρώπινου πληθυσμού: με την συνεχή καμπύλη γραμμή φαίνεται η αναλυτική λύση (ακριβής λύση) και με τις τεθλασμένες γραμμές η αριθμητική λύση με βήμα χρόνου 10 έτη (μικρά τρίγωνα) και η αριθμητική λύση με βήμα χρόνου 25 έτη (μικροί κύκλοι).

3.1. Αριθμητικές μέθοδοι προσομοίωσης συστήματος που μεταβάλλεται στο χρόνο

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενες παραγράφους η ανάπτυξη ενός μοντέλου προσομοίωσης αναφέρεται στην ενδεχόμενη διαίρεση του υπό προσομοίωση συστήματος σε χωρικά διαμερίσματα, στην επιλογή των μεταβλητών κατάστασης, στην γραφή των διαφορικών εξισώσεων για κάθε χωρικό διαμέρισμα και τέλος στην επίλυση του συστήματος των εξισώσεων, με συνηθέστερο τελικό προϊόν την χρονική μεταβολή των μεταβλητών κατάστασης σε κάθε χωρικό διαμέρισμα. Στην απλούστερη περίπτωση μαθηματικού μοντέλου με ένα χωρικό διαμέρισμα, οι εξισώσεις μεταβολής των μεταβλητών κατάστασης είναι συνήθεις διαφορικές εξισώσεις και το πρόβλημα επίλυσης του συστήματος είναι ένα πρόβλημα αρχικών τιμών (Initial Value Problem, IVP).

3.2. Λύση προβλήματος αρχικών τιμών με μία μεταβλητή

Ένα μοντέλο ανάπτυξης του ανθρώπινου πληθυσμού που έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα στην διεθνή βιβλιογραφία είναι το μοντέλο της εκθετικής αύξησης. Στο μοντέλο αυτό μοναδική μεταβλητή κατάστασης είναι ο ανθρώπινος πληθυσμός και η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την μεταβολή του είναι: $\frac{dP}{dt} = kP$, όπου P ο ανθρώπινος πληθυσμός και k

ο ρυθμός μεταβολής αυτού. Αν δοθεί η αρχική τιμή του πληθυσμού P_0 κάποια χρονική στιγμή (π.χ. το έτος 1970) και το διάστημα ολοκλήρωσης (π.χ. 30 έτη), το μοντέλο μπορεί να επιλυθεί και να προκύψει η χρονική μεταβολή της μεταβλητής κατάστασης. Η αναλυτική λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι η ακριβής λύση και στην περίπτωση του παραδείγματος βρίσκεται εύκολα, αλλά γενικά η εύρεση αναλυτικών λύσεων είναι συχνά δύσκολη ή και αδύνατη. Για τον λόγο αυτό η επίλυση των εξισώσεων ενός μαθηματικού μοντέλου γίνεται κατά κανόνα με την χρήση αριθμητικών μεθόδων, που είναι γνωστές ως μέθοδοι διαφορών (Difference methods) ή μέθοδοι διακριτών μεταβλητών (Discrete variable methods). Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται στην διαίρεση του διαστήματος ολοκλήρωσης σε υποδιαστήματα με την χρήση σημείων-κόμβων και στην εύρεση των τιμών των μεταβλητών κατάστασης στα σημεία διαίρεσης. Η κάθε τιμή προκύπτει από την προηγούμενη με βάση σχέσεις που διαφέρουν μεταξύ των μεθόδων αλλά βασίζονται συνήθως στην χρήση του αναπτύγματος Taylor (Mathews 1992). Οι αριθμητικές μέθοδοι εκφράζονται μέσω αλγορίθμων και η εφαρμογή τους γίνεται εύκολα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Οι αριθμητικές μέθοδοι λύσης συνήθων διαφορικών εξισώσεων είναι πολλές και διαφέρουν στην ακρίβεια. Οι μέθοδοι που παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια απαιτούν μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο.

Θεώρημα Taylor. Έστω συνάρτηση $y(t)$ συνεχής και παραγωγίσιμη μέχρι $N+1$ τάξης στο διάστημα $[t_0, b]$. Το ανάπτυγμα Taylor τάξης N της συνάρτησης $y(t)$ περί το σημείο

$t_k \in [t_0, b]$ δίδεται από την σχέση $y(t_k+h) = y(t_k) + h \cdot T_N(t_k, y(t_k)) + O(h^{N+1})$, όπου

$$T_N(t_k, y(t_k)) = \sum_{j=1}^N \frac{y^{(j)}(t_k)}{j!} h^{j-1}$$

με $y^{(j)}(t_k) = f^{(j-1)}(t_k, y(t_k))$ να δηλώνει την

παράγωγο $j-1$ τάξης της συνάρτησης f στην θέση t_k . Ο όρος $O(h^{N+1})$ εκφράζει τους όρους του αναπτύγματος Taylor μεγαλύτερης της N τάξης και είναι ανάλογος της ποσότητας στην παρένθεση, δηλαδή αρκετά μικρός, εφ' όσον το βήμα h επιλέγεται συνήθως πολύ

μικρό. Ο όρος αυτός εκφράζει επίσης την τάξη μεγέθους του τελικού γενικού σφάλματος κατά την χρήση της μεθόδου Taylor για την επίλυση ενός προβλήματος αρχικών τιμών. Επιλέγοντας μεγάλη τιμή του N η ακρίβεια της μεθόδου μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλη. Σοβαρό μειονέκτημα της μεθόδου όμως αποτελεί ο υπολογισμός των παραγώγων μεγαλύτερης τάξης ο οποίος μπορεί να είναι ιδιαίτερα δύσκολος και χρονοβόρος.

Η αριθμητική επίλυση της διαφορικής εξίσωσης ενός μοντέλου βασίζεται ακριβώς στο ανάπτυγμα Taylor. Αν $y(t_k)$ είναι η τιμή της μεταβλητής κατάστασης μία χρονική στιγμή t_k μπορεί με το ανάπτυγμα Taylor να βρεθεί η τιμή της μεταβλητής $y(t_{k+h})$ τη στιγμή t_k+h μετά από χρονικό διάστημα h . Δηλαδή από την προηγούμενη τιμή βρίσκεται η επόμενη, ξεκινώντας από την αρχική τιμή της μεταβλητής y_0 στην αρχή των χρόνων. Οι διάφορες μέθοδοι επίλυσης διαφέρουν στον αριθμό των όρων του αναπτύγματος που χρησιμοποιούν άρα και στην ακρίβεια. Η απλούστερη μέθοδος που παρέχει όμως και το μεγαλύτερο σφάλμα, είναι η μέθοδος Euler.

Μέθοδος Euler. Έστω το πρόβλημα αρχικών συνθηκών $y' = f(t, y)$ για το οποίο αναζητείται λύση στο χρονικό διάστημα $[a, b]$ με $y(0)=y_0$. Αν σε ένα σύνολο σημείων t_k στο χρονικό διάστημα $[a, b]$ η ακριβής λύση της εξίσωσης έχει τιμές $y(t_k)$, θα αναζητηθεί στα αντίστοιχα σημεία ένα σύνολο τιμών y_k , όπου οι τιμές y_k θα προσεγγίζουν τις αντίστοιχες τιμές της αναλυτικής λύσης $y(t_k)$. Τα σημεία $\{(t_k, y_k)\}$ βρίσκονται ως εξής:

$$h = \frac{b-a}{M}$$

(α) Διαιρείται το διάστημα $[a, b]$ σε M ίσα υποδιαστήματα πλάτους h . Τα κομβικά σημεία διαίρεσης του διαστήματος (mesh points) έχουν τιμές $t_k=a+h \cdot k$ με $k=0, 1, \dots, M$. Το εύρος των υποδιαστημάτων h καλείται βήμα (step size) και στην περίπτωση που η ανεξάρτητη μεταβλητή t είναι ο χρόνος καλείται βήμα χρόνου (time step).

(β) Θεωρώντας ότι οι συναρτήσεις $y(t)$, $y'(t)$ και $y''(t)$ είναι συνεχείς στο διάστημα $[a, b]$ χρησιμοποιείται το θεώρημα Taylor για την ανάπτυξη της $y(t)$ κατ' αρχήν περί το σημείο $t_0=a$, δηλαδή περί το αριστερό άκρο του διαστήματος ολοκλήρωσης. Για κάθε τιμή t πλησίον

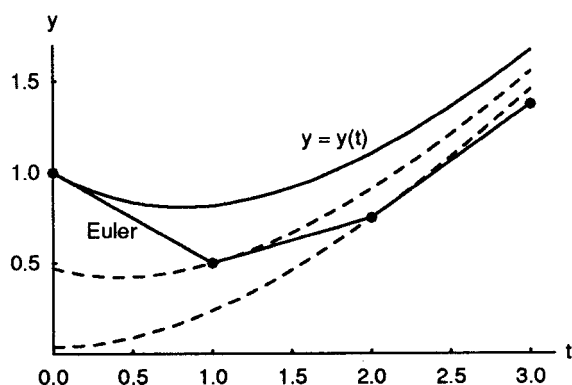
του t_0 , ισχύει
$$y(t) = y(t_0) + y'(t_0)(t-t_0) + \frac{y''(c_1)(t-t_0)^2}{2}$$
, όπου c_1 είναι μία τιμή μεταξύ t_0 και t . Αν η παραπάνω σχέση χρησιμοποιηθεί για τον πρώτο κόμβο t_1 , δηλαδή τεθεί

$y'(t_0)=f(t_0, y(t_0))$ και $h=t_1-t_0$, προκύπτει
$$y(t_1) = y(t_0) + h \cdot f(t_0, y(t_0)) + \frac{y''(c_1)h^2}{2}$$
. Αν το βήμα h επιλεγεί αρκετά μικρό ο όρος δεύτερης τάξης στο δεύτερο μέλος μπορεί να

αγνοηθεί και να προκύψει $y_1 = y_0 + h \cdot f(t_0, y_0)$, όπου y_1 μία προσέγγιση της ακριβούς λύσης την χρονική στιγμή t_1 και y_0 η αρχική τιμή της μεταβλητής y . Οι γενικές συντεταγμένες των σημείων ολοκλήρωσης στην παραπάνω μέθοδο έχουν τιμές $t_{k+1}=t_k+h$ και $y_{k+1}=y_k+h \cdot f(t_k, y_k)$ με $k=0, 1, \dots, M-1$. Η εύρεση προσεγγιστικών λύσεων $\{(t_k, y_k)\}$ με την παραπάνω διαδικασία λέγεται μέθοδος Euler ή προσέγγιση Euler (Euler's approximation).

Το σφάλμα κατά την εφαρμογή της μεθόδου Euler για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων του προβλήματος αρχικών τιμών, επιδέχεται γεωμετρική ερμηνεία. Όταν υπολογίζεται το αόριστο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης $y'(t)$ στον χρόνο, προκύπτει μία οικογένεια καμπυλών $y(t)$ αντί μίας μοναδικής καμπύλης, εφ' όσον η ολοκλήρωση περιέχει την σταθερά ολοκλήρωσης που της παρέχει έναν βαθμό ελευθερίας. Στην περίπτωση όμως ενός

προβλήματος αρχικών τιμών η σταθερά ολοκλήρωσης έχει συγκεκριμένη τιμή που υπολογίζεται από την αρχική τιμή της συνάρτησης $y(t_0)$ και κατά συνέπεια η λύση του προβλήματος συνίσταται στην εύρεση μίας συγκεκριμένης καμπύλης από την οικογένεια καμπυλών. Στο Σχήμα 3.1 φαίνεται με συνεχή γραμμή η καμπύλη $y(t)$ που παρέχει την ακριβή λύση ενός προβλήματος αρχικών τιμών με $y(0)=1$. Με την μέθοδο Euler ξεκινώντας από την αρχική τιμή (t_0, y_0) υπολογίζεται η κλίση στην θέση αυτή που είναι $m_0=f(t_0, y_0)$. Στην συνέχεια για την εύρεση του σημείου (t_1, y_1) γίνεται οριζόντια μετακίνηση κατά h και κατακόρυφη κατά $hf(t_0, y_0)$. Όπως φαίνεται από το Σχήμα, το σημείο (t_1, y_1) δεν βρίσκεται στην ίδια καμπύλη αλλά σε γειτονική καμπύλη της οικογένειας καμπυλών λύσεων της διαφορικής εξίσωσης και κατά συνέπεια αποτελεί προσεγγιστική λύση της ακριβούς λύσης της διαφορικής εξίσωσης.

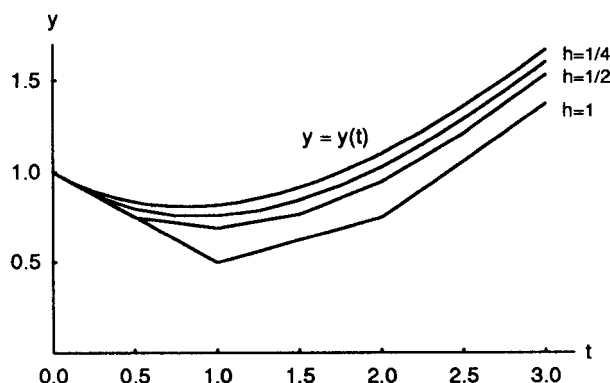


Σχήμα 3.1. Γεωμετρική ερμηνεία του σφάλματος στην εύρεση προσεγγιστικών λύσεων προβλήματος αρχικών τιμών με την μέθοδο Euler.

Η εφαρμογή της μεθόδου Euler και γενικότερα των μεθόδων διαφορών για την επίλυση προβλημάτων αρχικών τιμών βασίζεται στην διαίρεση του διαστήματος ολοκλήρωσης σε υποδιαστήματα εύρους h με την χρήση κόμβων t_k και στον υπολογισμό των τιμών $y_{k+1}=y_k+h\Phi(t_k, y_k)$ στους κόμβους. Η συνάρτηση Φ καλείται γενικά στις μεθόδους διαφορών συνάρτηση αύξησης (increment function) και ειδικά η τιμή της στην μέθοδο Euler δόθηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Όταν εφαρμόζονται οι μέθοδοι διαφορών για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων σε προβλήματα αρχικών τιμών, αναγνωρίζονται δύο είδη σφαλμάτων, τα σφάλματα διακριτότητας (discretization errors) και τα σφάλματα αποκοπής (round-off errors).

Αν $\{(t_k, y_k)\}$ με $k=0, 1, \dots, M$ είναι οι προσεγγίσεις των λύσεων προβλήματος αρχικών τιμών και $y=y(t)$ είναι η ακριβής λύση ορίζεται το γενικό σφάλμα διακριτότητας (global discretization error) ως $e_k=y(t_k)-y_k$ με $k=1, 2, \dots, M$. Εκφράζει την διαφορά μεταξύ της ακριβούς λύσης και της προσεγγιστικής λύσης με την μέθοδο διαφορών. Για την εκτίμηση του συνολικού σφάλματος σε μία προσεγγιστική λύση ενός προβλήματος αρχικών τιμών χρησιμοποιείται συνήθως το γενικό σφάλμα διακριτότητας στο τελευταίο βήμα που καλείται τελικό γενικό σφάλμα (Final Global Error, FGE). Για M υποδιαστήματα εύρους h του διαστήματος ολοκλήρωσης $[a, b]$, το τελικό γενικό σφάλμα είναι $E(y(b), h) = |y(b) - y_M|$. Για

την μέθοδο Euler το τελικό γενικό σφάλμα είναι ανάλογο του εύρους υποδιαστήματος h , δηλαδή μείωση του εύρους υποδιαστήματος στο μισό προκαλεί υποδιπλασιασμό του τελικού γενικού σφάλματος (Σχήμα 3.2).



Σχήμα 3.2. Σύγκριση των προσεγγίσεων Euler στο πρόβλημα αρχικών τιμών $y'=(t-y)/2$ στο διάστημα $[0, 3]$ με αρχική συνθήκη $y(0)=1$, για βήματα χρόνου 1, $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{4}$.

Μέθοδοι Runge-Kutta. Οι μέθοδοι Runge-Kutta (Mathews 1992) βασίζονται στο ανάπτυγμα Taylor και χρησιμοποιούν περισσότερους όρους από την Euler. Όμως στους επιπλέον όρους που περιέχουν παραγώγους δεύτερης, τρίτης τάξης κλπ, χρησιμοποιούνται κατάλληλες προσεγγίσεις που τελικά δεν απαιτούν τον υπολογισμό των τιμών των παραγώγων. Τελικά δηλαδή επιτυγχάνουν ακρίβεια αντίστοιχη του αναπτύγματος Taylor με περισσότερους όρους από την Euler, χωρίς όμως να απαιτούν τον υπολογισμό παραγώγων.

Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες μέθοδοι Runge-Kutta είναι της δεύτερης τάξης, RK2 (αντίστοιχη του αναπτύγματος Taylor μέχρι και τον όρο με τη δεύτερη παράγωγο) και της τέταρτης τάξης RK4 (αντίστοιχη του αναπτύγματος Taylor μέχρι και τον όρο με την τέταρτη παράγωγο). Αντί του υπολογισμού των παραγώγων, στις μεθόδους Runge-Kutta γίνονται πολλαπλοί υπολογισμοί της υπό ολοκλήρωση συνάρτησης σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης. Η τεχνική αυτή αυξάνει τον αριθμό των υπολογισμών αλλά δεν απαιτεί δύσκολους υπολογισμούς όπως είναι οι υπολογισμοί των παραγώγων στις μεθόδους Taylor. Κατά συνέπεια οι μέθοδοι Runge-Kutta ενδείκνυνται για την επίλυση προβλημάτων αρχικών τιμών με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η περισσότερο διαδεδομένη μέθοδος είναι η Runge-Kutta τέταρτης τάξης (RK4) που παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια, σταθερότητα και εκφράζεται εύκολα με την μορφή αλγορίθμου. Αν επιδιώκεται μεγαλύτερη ακρίβεια προτιμότερη είναι η μείωση του βήματος ολοκλήρωσης σε σχέση με την χρήση μεθόδου μεγαλύτερης τάξης.

Η μέθοδος Runge-Kutta τέταρτης τάξης προσομοιάζει την αντίστοιχης τάξης μέθοδο Taylor. Συγκεκριμένα ο άγνωστος όρος y_{k+1} γράφεται $y_{k+1} = y_k + w_1 \cdot k_1 + w_2 \cdot k_2 + w_3 \cdot k_3 + w_4 \cdot k_4$ με τους όρους $w_i \cdot k_i$ να χρησιμοποιούνται στην θέση των όρων που περιέχουν παραγώγους στο ανάπτυγμα Taylor τέταρτης τάξης. Οι ποσότητες k_1, k_2, k_3 και k_4 δίδονται από τις σχέσεις:

$$k_1 = h \cdot f(t_k, y_k)$$

$$k_2 = h \cdot f(t_k + a_1 \cdot h, y_k + b_1 \cdot k_1)$$

$$k_3 = h \cdot f(t_k + a_2 \cdot h, y_k + b_2 \cdot k_1 + b_3 \cdot k_2)$$

$$k_4 = h \cdot f(t_k + a_3 \cdot h, y_k + b_4 \cdot k_1 + b_5 \cdot k_2 + b_6 \cdot k_3)$$

. Οι Runge και Kutta εξισώνοντας τους όρους $w_i \cdot k_i$ με τους αντίστοιχους όρους του αναπτύγματος Taylor τέταρτης τάξης δημιούργησαν σύστημα εξισώσεων για τον υπολογισμό των αγνώστων w_i , a_i και b_i . Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν οι παρακάτω τιμές για τους αγνώστους: $a_1=1/2$, $a_2=1/2$, $a_3=1$, $b_1=1/2$, $b_2=0$, $b_3=1/2$, $b_4=0$, $b_5=0$, $b_6=1$, $w_1=1/6$, $w_2=1/3$, $w_3=1/3$ και $w_4=1/6$. Οπότε τελικά ξεκινώντας από την αρχική συνθήκη (t_0, y_0) υπολογίζονται διαδοχικά οι τιμές

$$y_{k+1} \text{ από την σχέση } y_{k+1} = y_k + \frac{h \cdot (f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4)}{6}, \text{ όπου } f_1 = f(t_k, y_k),$$

$$f_2 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_1\right), \quad f_3 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_2\right) \quad \text{και} \quad f_4 = f(t_k + h, y_k + h \cdot f_3).$$

Το τελικό γενικό σφάλμα στην επίλυση προβλήματος αρχικών τιμών με την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης είναι ανάλογο της τέταρτης δύναμης του h .

Η μέθοδος Runge-Kutta δεύτερης τάξης προσομοιάζει το ανάπτυγμα Taylor δεύτερης τάξης και το τελικό γενικό σφάλμα που παρέχει είναι ανάλογο της δεύτερης δύναμης του h . Αναπτύσσεται με την ίδια λογική και οδηγεί σε δύο τύπους λύσεων: Ο πρώτος τύπος παρέχει τον γενικό όρο y_{k+1} από την σχέση

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [f(t_k, y_k) + f(t_k + h, y_k + h \cdot f(t_k, y_k))]$$

. Ο δεύτερος τύπος λύσης παρέχει τον

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot f\left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f(t_k, y_k)\right)$$

γενικό όρο και η μέθοδος είναι γνωστή ως τροποποιημένη μέθοδος Euler-Cauchy (modified Euler-Cauchy method).

3.3. Λύση προβλήματος αρχικών τιμών με δύο ή περισσότερες μεταβλητές

Τα μοντέλα που αναπτύσσονται για την προσομοίωση φυσικών συστημάτων σπανίως περιέχουν μία μεταβλητή κατάστασης. Ενδεικτικά αναφέρονται τα μοντέλα τύπου Lotka-Volterra, που χρησιμοποιούνται συχνά στην μελέτη της δυναμικής πληθυσμών και περιγράφουν την εξέλιξη στον χρόνο ενός ζεύγους θηρευτή-θηράματος. Ένα μοντέλο του τύπου αυτού σε μαθηματική μορφή εκφράζεται με τις σχέσεις

$$x' = f(t, x, y) = x - x \cdot y - \frac{x^2}{10} \quad \text{και} \quad y' = g(t, x, y) = y \cdot x - y - \frac{y^2}{10},$$

όπου x και y οι μεταβλητές κατάστασης του μοντέλου (πχ θήραμα και θηρευτής). Όπως και στην περίπτωση των μοντέλων με μία μεταβλητή κατάστασης, αν δίδονται οι αρχικές συνθήκες, για παράδειγμα $x(0)=2$ και $y(0)=1$ και το διάστημα ολοκλήρωσης για παράδειγμα $0 \leq t \leq 30$, το σύστημα μπορεί να επιλυθεί και να προκύψει η χρονική μεταβολή των μεταβλητών κατάστασης. Οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι αυτές που αναλυτικά περιγράφηκαν παραπάνω για την περίπτωση μοντέλων με μία μεταβλητή, με την διαφορά ότι η λύση στην περίπτωση αυτή δεν αφορά μία εξίσωση αλλά ένα σύστημα εξισώσεων.

Ως παράδειγμα δίδεται το γενικό πρόβλημα αρχικών τιμών με δύο μεταβλητές $\frac{dx}{dt}=f(t,x,y)$, $\frac{dy}{dt}=g(t,x,y)$ με $x(t_0)=x_0$ και $y(t_0)=y_0$ για το οποίο αναζητείται λύση στο διάστημα $[a, b]$. Το σύστημα αυτό μπορεί να λυθεί με οποιαδήποτε από τις μεθόδους αναπτύχθηκαν παραπάνω και ενδεικτικά παρουσιάζεται η λύση με την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης, που είναι και η συχνότερα χρησιμοποιούμενη μέθοδος.

Το διάστημα $[a, b]$ υποδιαιρείται σε υποδιαστήματα εύρους h με την βοήθεια των κόμβων $t_{k+1}=t_k+h$. Οι γενικοί όροι της λύσης με την μέθοδο Runge-Kutta τέταρτης τάξης είναι

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6} (f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) \quad \text{και} \quad y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6} (g_1 + 2g_2 + 2g_3 + g_4), \quad \text{όπου:}$$

$$f_1 = f(t_k, x_k, y_k), \quad f_2 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} f_1, y_k + \frac{h}{2} g_1\right),$$

$$f_3 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} f_2, y_k + \frac{h}{2} g_2\right), \quad f_4 = f(t_k + h, x_k + h \cdot f_3, y_k + h \cdot g_3) \quad \text{και}$$

$$g_1 = g(t_k, x_k, y_k), \quad g_2 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} f_1, y_k + \frac{h}{2} g_1\right),$$

$$g_3 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} f_2, y_k + \frac{h}{2} g_2\right) \quad \text{και} \quad g_4 = g(t_k + h, x_k + h \cdot f_3, y_k + h \cdot g_3).$$

4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΔΕ

Όπως αναφέρθηκε η ακρίβεια στην λύση ενός προβλήματος αρχικών τιμών με τις μεθόδους που εκτέθηκαν παραπάνω, εκτιμάται με τον υπολογισμό του τελικού γενικού σφάλματος. Το σφάλμα αυτό αναφέρεται στην τελευταία τιμή της ολοκλήρωσης και βέβαια δεν παρέχει πληροφορία για το σφάλμα σε κάθε βήμα. Αύξηση της ακρίβειας σε κάθε βήμα επιτυγχάνεται με την μείωση του βήματος ολοκλήρωσης, όμως αυξάνεται δραστικά ο αριθμός των υπολογισμών. Μάλιστα σε πολλές περιπτώσεις παρά την μείωση του βήματος, η βελτίωση της ακρίβειας δεν είναι αξιόλογη. Για την βελτίωση της ακρίβειας σε κάθε βήμα και ταυτόχρονα τον έλεγχο της αναγκαιότητας μείωσης του βήματος χρησιμοποιούνται μέθοδοι οι οποίες δίδουν την δυνατότητα μεταβλητού βήματος (adaptive methods). Αυτές λειτουργούν με βάση την εξής αρχή. Για την μεταβλητή που ολοκληρώνεται ορίζονται εκ των προτέρων ένα μέγιστο σφάλμα σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης και το μέγιστο βήμα. Υπολογίζεται η νέα τιμή της μεταβλητής χρησιμοποιώντας το μέγιστο βήμα και το μισό συνήθως του μέγιστου βήματος. Αν η διαφορά μεταξύ των δύο τιμών της μεταβλητής είναι μικρότερη του μέγιστου σφάλματος χρησιμοποιείται το μέγιστο βήμα και η ολοκλήρωση συνεχίζεται στο επόμενο βήμα. Αν όχι το βήμα υποδιαιρείται περαιτέρω και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την επίτευξη του επιθυμητού σφάλματος. Με βάση την παραπάνω αρχή τροποποιούνται και λειτουργούν και οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν προηγουμένως (Taylor, Runge-Kutta), αλλά και άλλες μέθοδοι όπως η Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) και οι μέθοδοι Predictor-Corrector όπως οι μέθοδοι Adams-Bashforth-Moulton, Milne-Simpson και Hamming.

5. ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΟΠΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Στη συνέχεια δίνονται συνοπτικές οδηγίες για τις βασικές λειτουργίες του λογισμικού οπτικής προσομοίωσης VisSim (Visual Solutions Inc. 2010, <http://www.vissim.com>). Ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα περιεχόμενα της βοήθειας (Help) του ίδιου του VisSim για περαιτέρω εμβάθυνση.

Περιεχόμενα

Δημιουργία νέου αρχείου, άνοιγμα και αποθήκευση αρχείου

Εισαγωγή μεταβλητής

Εισαγωγή σταθεράς

Αριθμητικές πράξεις

Προσθήκη - αφαίρεση σύνδεσης σε πλαίσιο (Add-Remove Connector)

Επίλυση διαφορικής εξίσωσης και Ολοκλήρωση

Εισαγωγή διαγράμματος

Αντιγραφή – αποκοπή – επικόλληση

Δημιουργία compound block

Εισαγωγή σχολίου

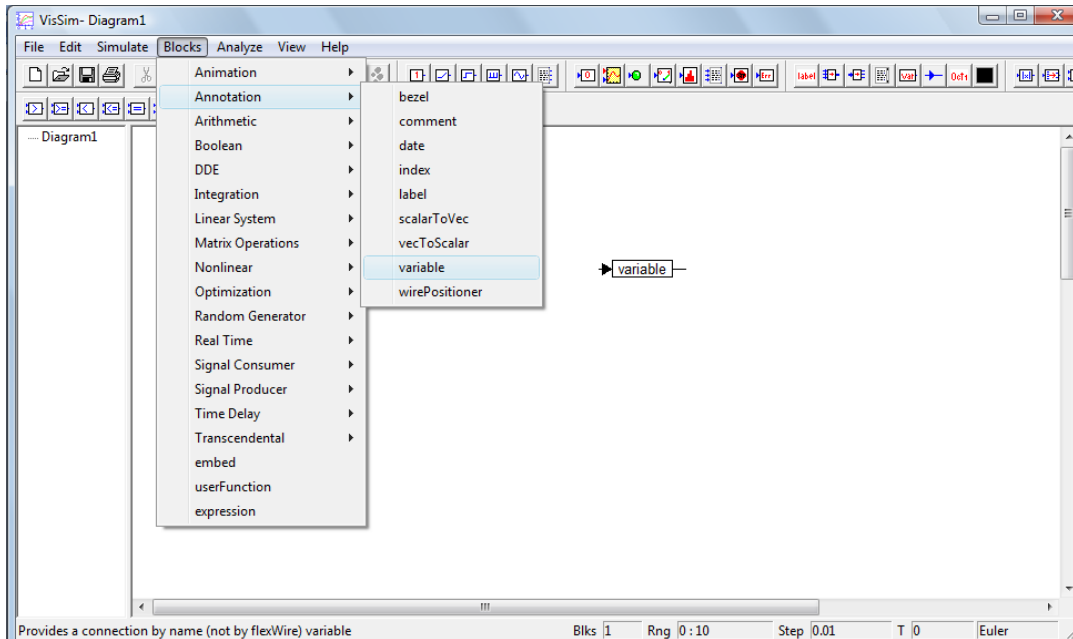
Εισαγωγή δεδομένων από αρχείο

Εξαγωγή δεδομένων σε αρχείο

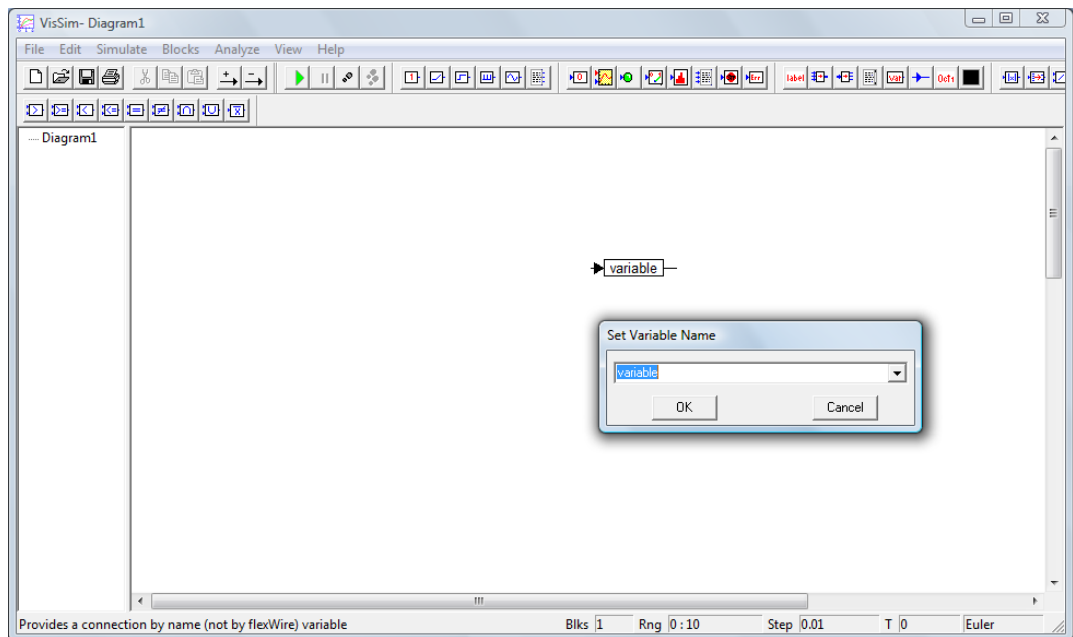
Οι λειτουργίες **Δημιουργία νέου αρχείου, άνοιγμα και αποθήκευση αρχείου** γίνονται με τον ίδιο τρόπο, όπως σε κάθε άλλο παραθυρικό λογισμικό (**File > ...**).

Εισαγωγή μεταβλητής

Στην οριζόντια μπάρα λειτουργιών: **Blocks > Annotation > variable**

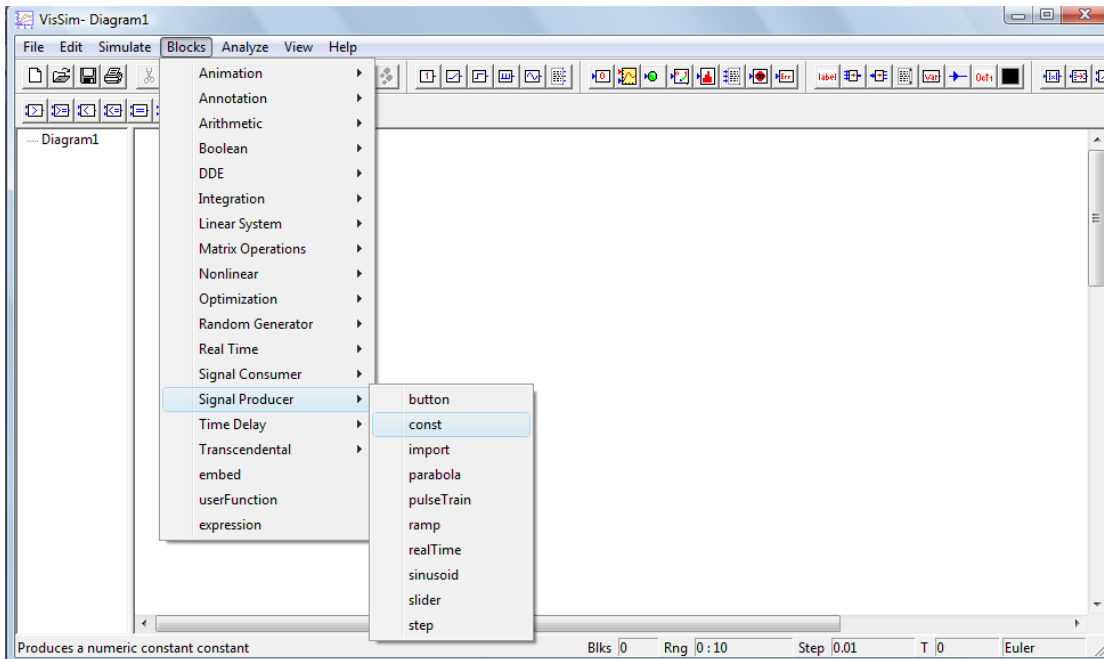


Με δεξί κλικ πάνω στο πλαίσιο της μεταβλητής, εισάγεται το όνομα της μεταβλητής:

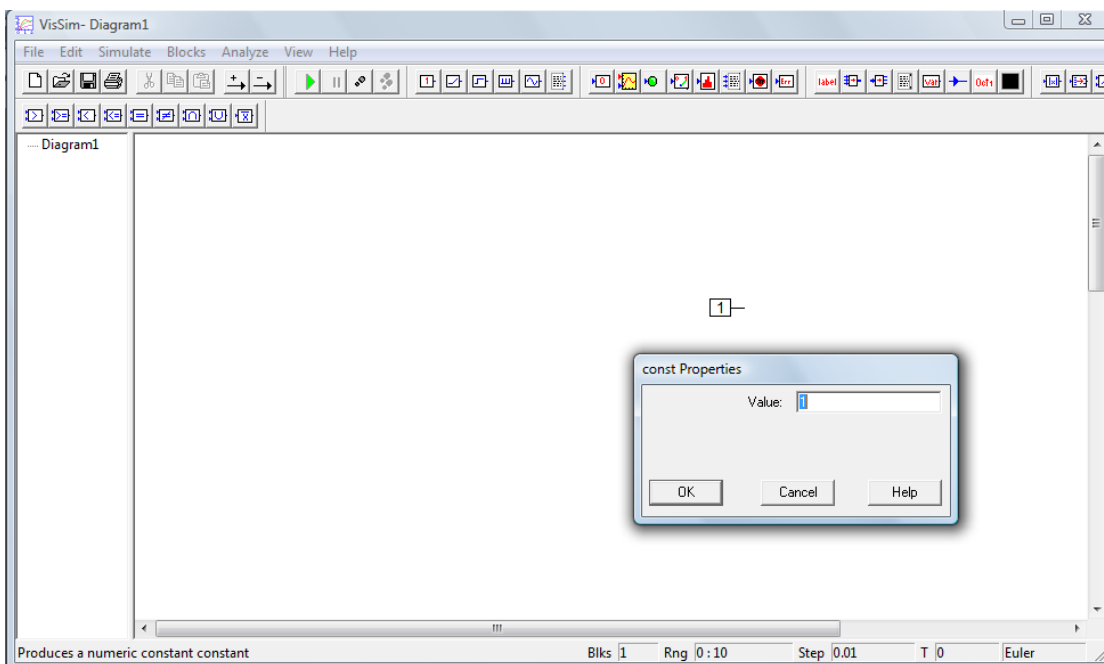


Εισαγωγή σταθεράς

Στην οριζόντια μπάρα λειτουργιών: **Blocks > Signal Producer > const**



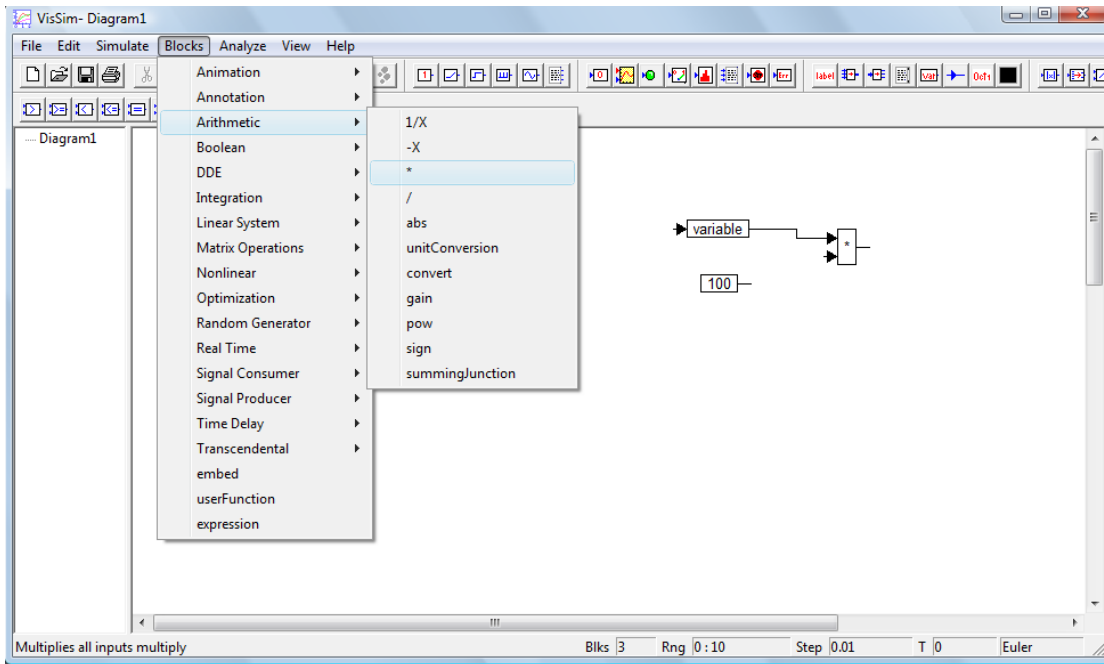
Με δεξί κλικ πάνω στο πλαίσιο της παραμέτρου, εισάγεται η τιμή της:



Αριθμητικές πράξεις

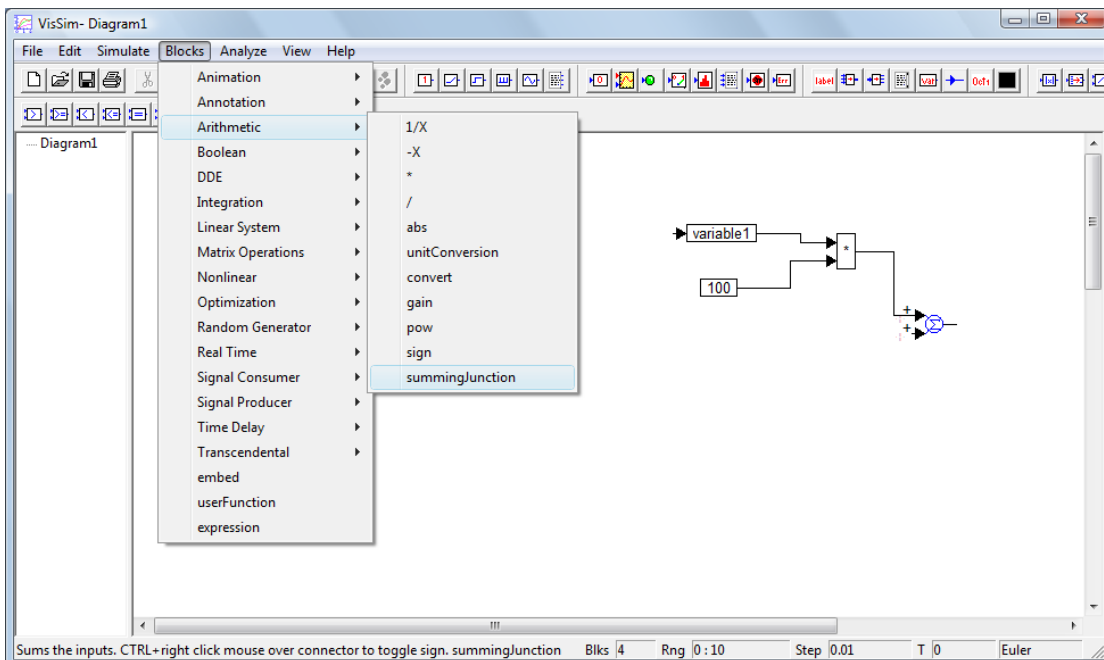
Οι βασικές αριθμητικές πράξεις βρίσκονται στο μενού **Blocks > Arithmetic**

Π.χ. για να **πολλαπλασιάσουμε** την μεταβλητή variable με τη σταθερά 100 (βλ σχήμα), επιλέγουμε το σύμβολο * και με δεξί κλικ τοποθετούμε το πλαίσιο του πολλαπλασιαστή στο σημείο την οθόνης που επιθυμούμε.

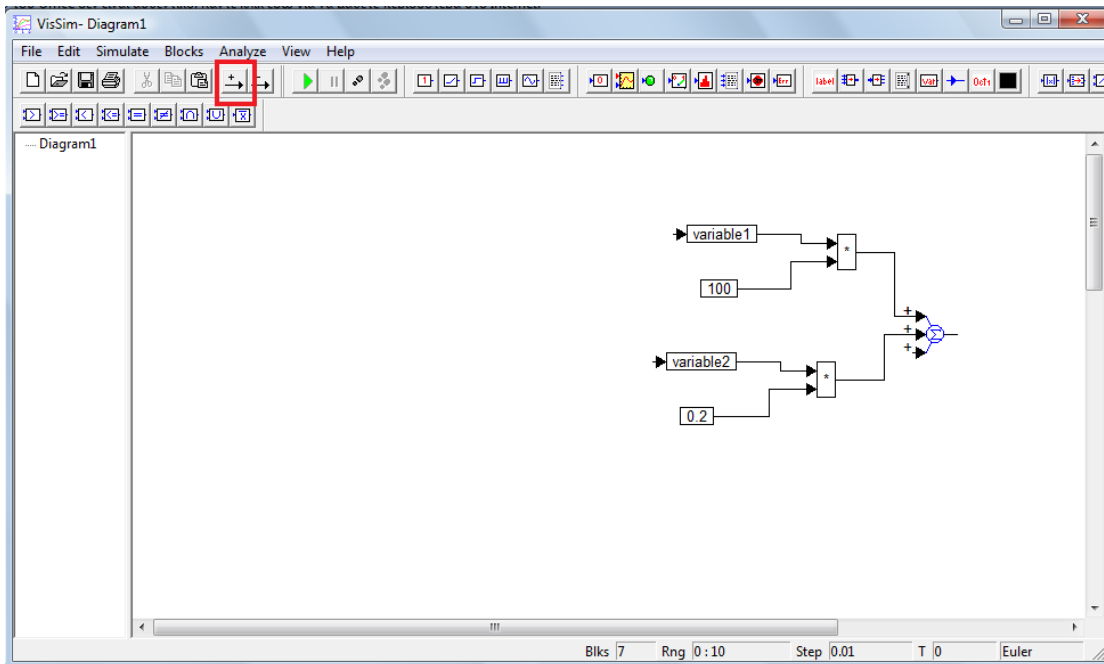


Τοποθετούμε τον κέρσορα στην άκρη του πλαισίου (γραμμή που προεξέχει) και όταν γίνει βέλος, με πατημένο το αριστερό πλήκτρο 'σέρνουμε' και ενώνουμε με μία ελεύθερη είσοδο του πολλαπλασιαστή.

Ομοίως, για να **προσθέσουμε** 2 ή περισσότερες ποσότητες, επιλέγουμε **Blocks > Arithmetic > summingJunction**.



Για να προσθέσουμε μία ακόμα ή περισσότερες εισόδους σε ένα πλαίσιο πράξης επιλέγουμε **Edit > Add Connector** (ή το αντίστοιχο πλήκτρο στην μπάρα, βλ σχήμα), τοποθετούμε το βελάκι στο πλαίσιο που μας ενδιαφέρει και πατάμε αριστερό κλικ.



Σημείωση: για τις περισσότερες λειτουργίες που περιγράφονται, υπάρχουν πλήκτρα συντόμευσης πάνω στην μπάρα εργασιών του VisSim.

Για να κάνουμε **αφαίρεση**, πρέπει να αλλάξουμε πρόσημο σε μια άκρη του summingJunction. Τοποθετούμε τον κέρσορα στην άκρη της οποίας θέλουμε να αλλάξουμε το πρόσημο, και πατάμε Ctrl + δεξί κλικ.

Επίλυση διαφορικής εξίσωσης και Ολοκλήρωση

Χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα το μοντέλο εκθετικής μεταβολής του πληθυσμού της Γης, θα δούμε πως υλοποιείται η επίλυση μιας συνήθους διαφορικής εξίσωσης.

Έστω η εξίσωση

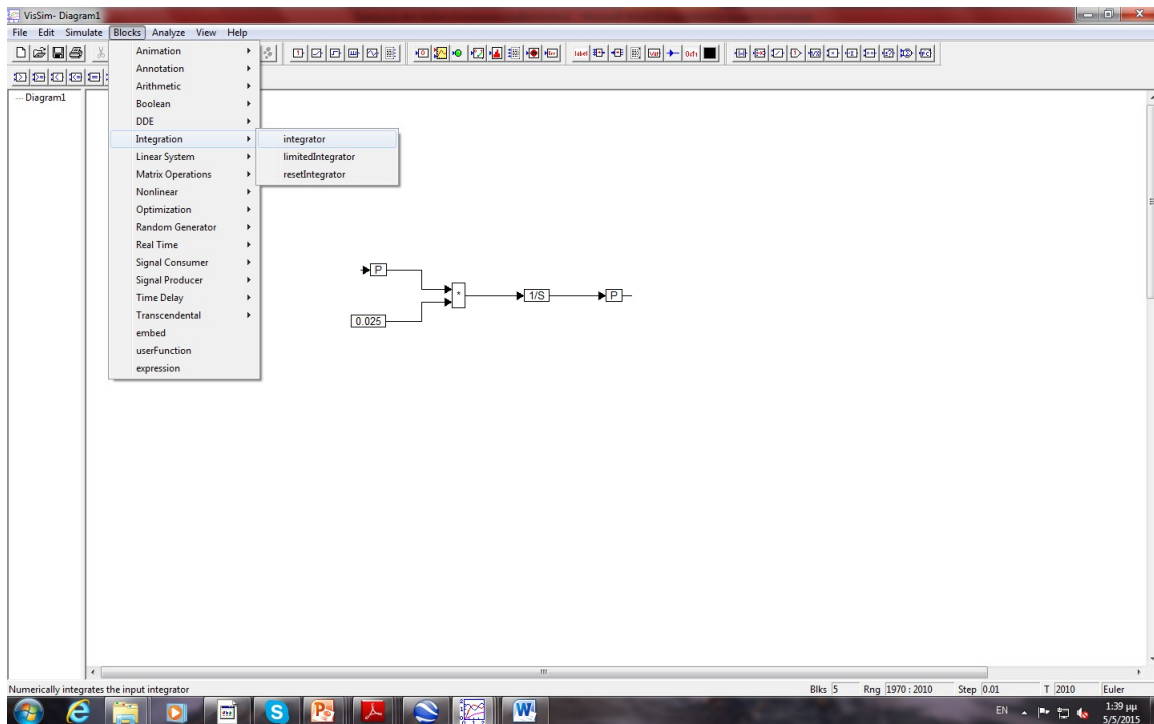
$$\frac{dP}{dt} = kP$$

όπου P ο πληθυσμός της Γης (η μεταβλητή κατάσταση) και $k=0.025 \text{ γ}^{-1}$ ο μέγιστος ρυθμός αύξησης του πληθυσμού.

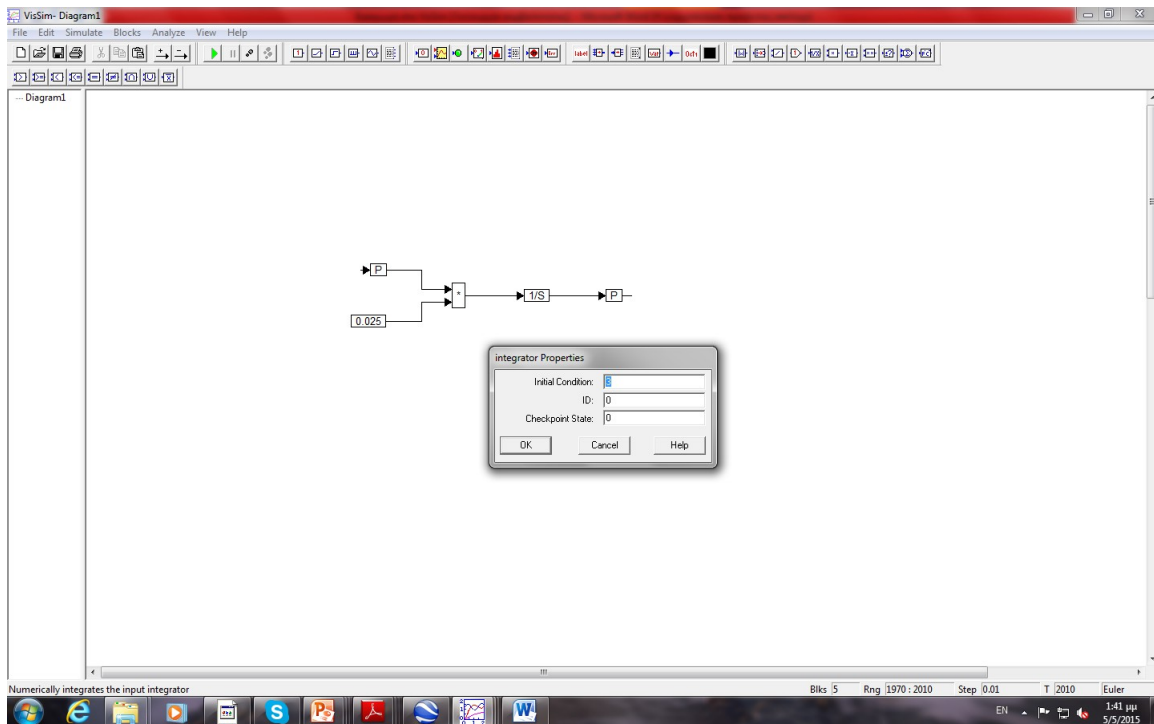
Ακολουθείται η εξής διαδικασία (Σχ):

1. Μορφοποιούμε το Β' μέλος της εξίσωσης,
2. Εισάγουμε το σύμβολο του ολοκληρωτή: **Blocks > Integration > Integrator**
3. συνδέουμε το Β' μέλος της διαφορικής εξίσωσης που θέλουμε να επιλύσουμε στον ολοκληρωτή (integrator),

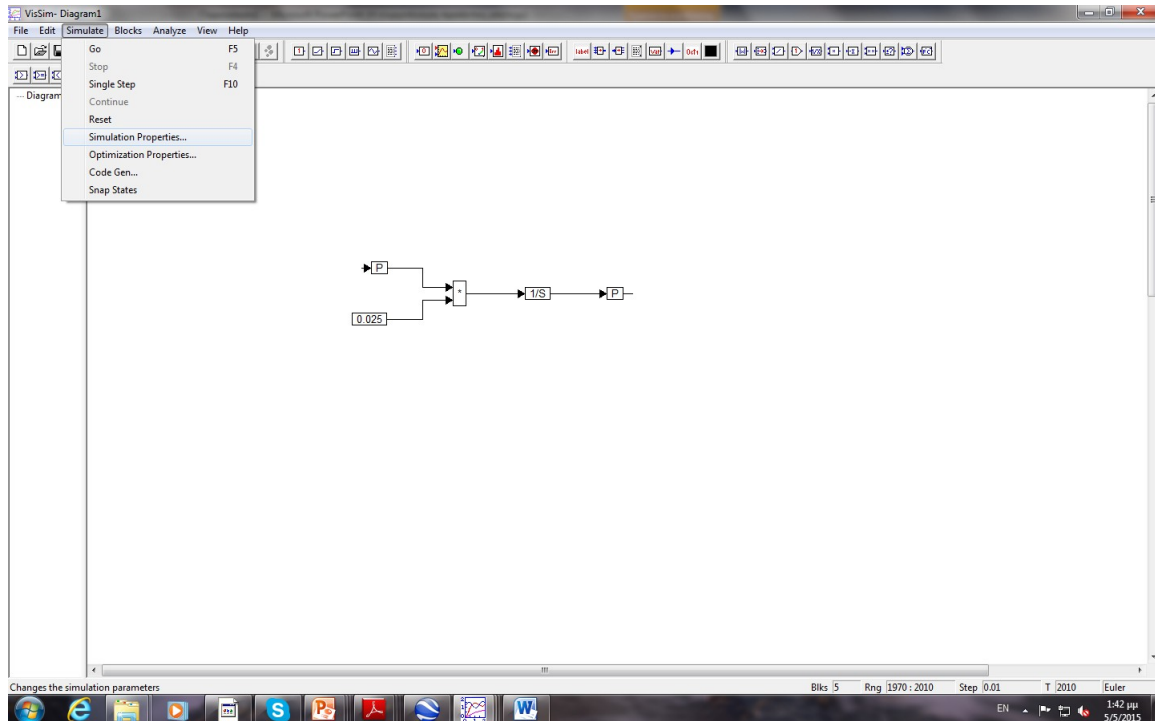
4. Το αποτέλεσμα την ολοκλήρωσης το συνδέουμε με την μεταβλητή που θέλουμε να υπολογίσουμε, στην περίπτωση μας η P.




Στη συνέχεια πρέπει να θέσουμε, την αρχική τιμή P₀ της μεταβλητής κατάστασης: δεξί κλικ πάνω στο εικονίδιο του ολοκληρωτή και εισάγουμε την τιμή.



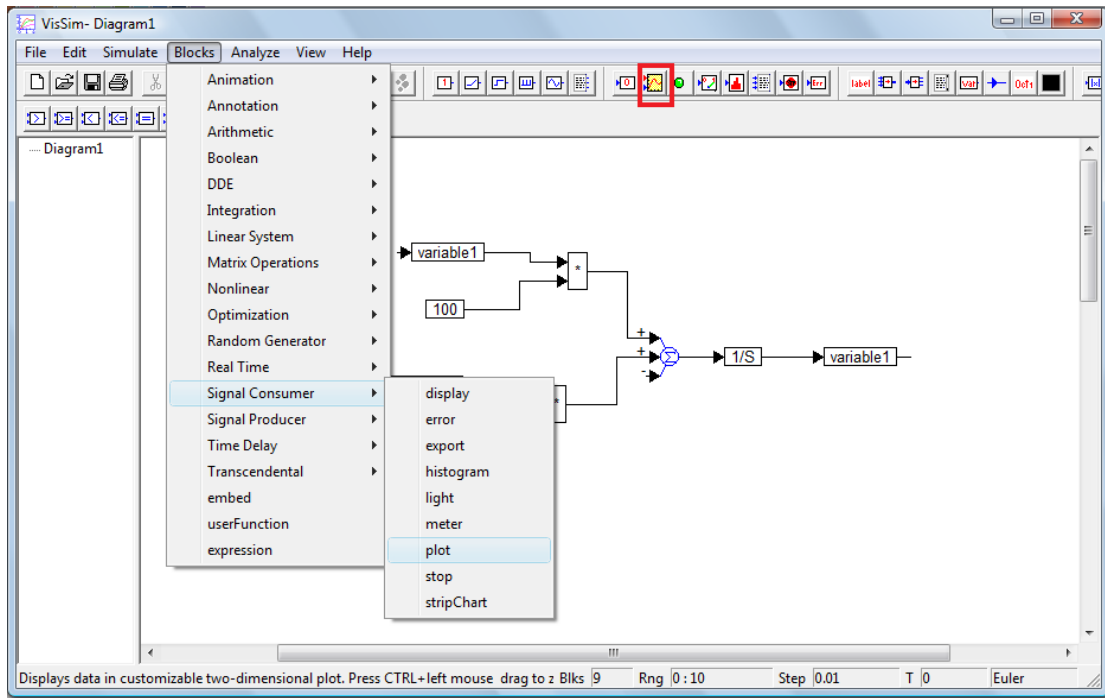
Τέλος, θέτουμε ιδιότητες απαραίτητες για την ολοκλήρωση (**Simulation > Simulation Properties**), όπως το χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης (start – stop), το βήμα χρόνου (time step) και τη μέθοδο ολοκλήρωσης (integration method: Euler's, Runge-Kutta, κλπ)



Αφού θέσουμε όλα τα παραπάνω, για την εκτέλεση της προσομοίωσης επιλέγουμε **Simulation > Go** ή το εικονίδιο  στην μπάρα εργασιών.

Εισαγωγή διαγράμματος

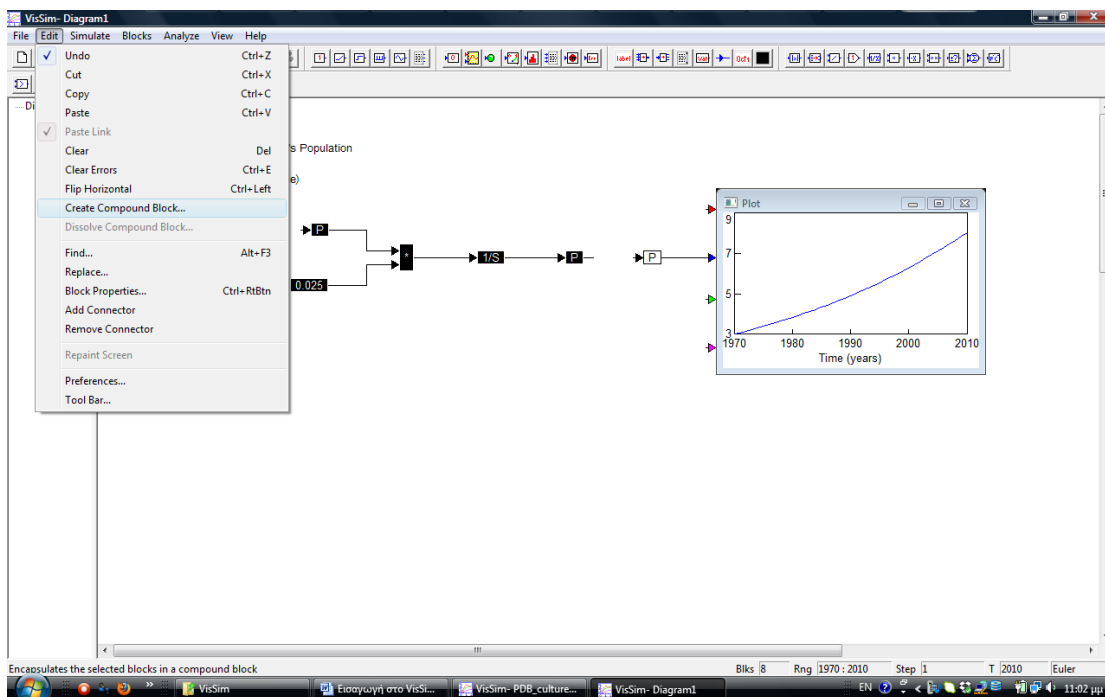
Blocks > Signal Consumer > plot (ή πατώντας το αντίστοιχο πλήκτρο στην μπάρα, βλ. σχήμα). Στις εισόδους του διαγράμματος που δημιουργείται, συνδέουμε μία ή περισσότερες μεταβλητές.

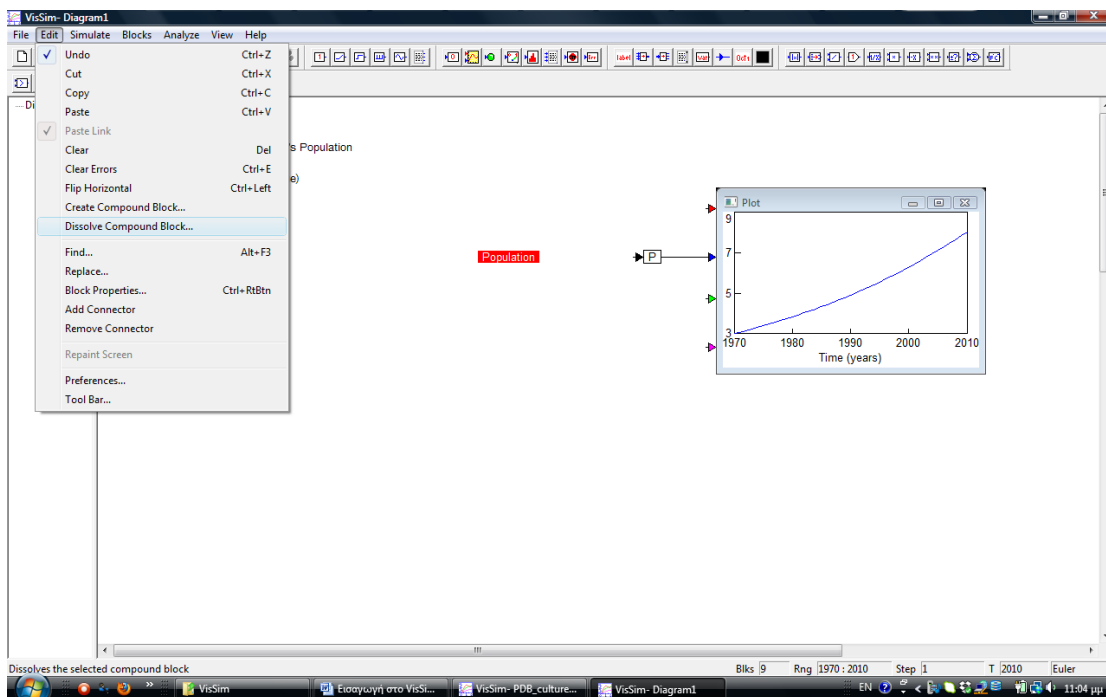
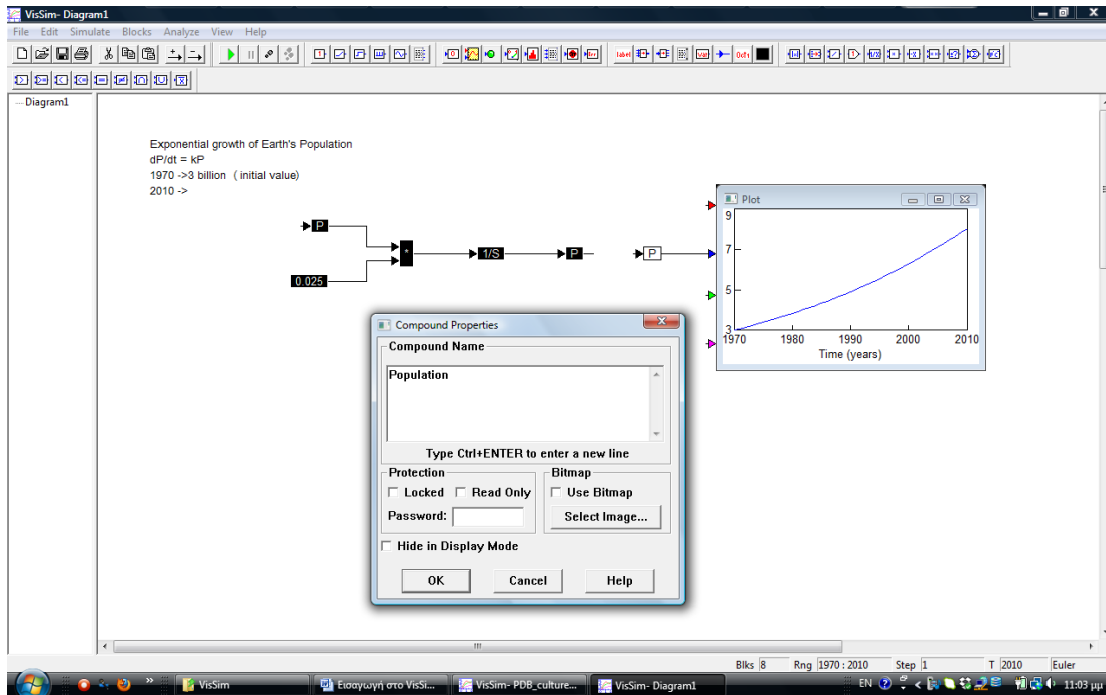


Αντιγραφή – αποκοπή – επικόλληση

Μαρκάρουμε με το ποντίκι (αριστερό κλικ και σέρνουμε το ποντίκι με πατημένο το πλήκτρο) το πλαίσιο ή την περιοχή (π.χ. τμήμα ενός μοντέλου) που επιθυμούμε να αντιγράψουμε ή να αποκόψουμε. Στην οριζόντια μπάρα λειτουργιών: **Edit >** και επιλέγουμε την επιθυμητή λειτουργία, και πατώντας **επικόλληση**, μπορούμε να επικολλήσουμε στο σημείο που επιθυμούμε (επικόλληση γίνεται και μέσα σε compound block ή και σε άλλο αρχείο .svn).

Δημιουργία compound block

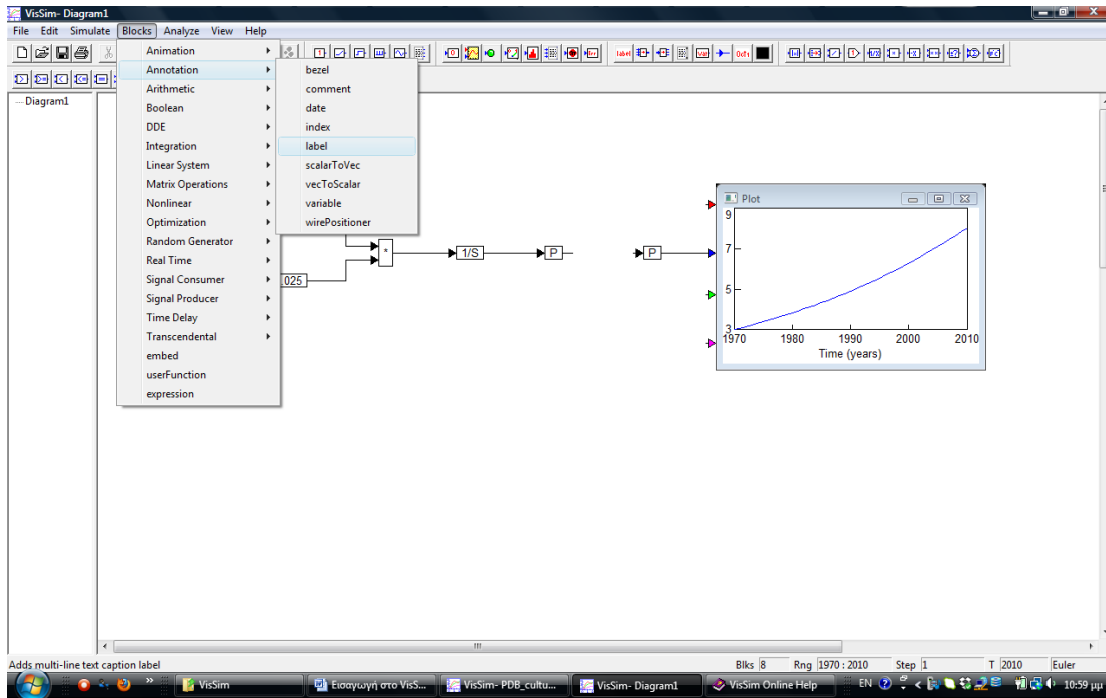




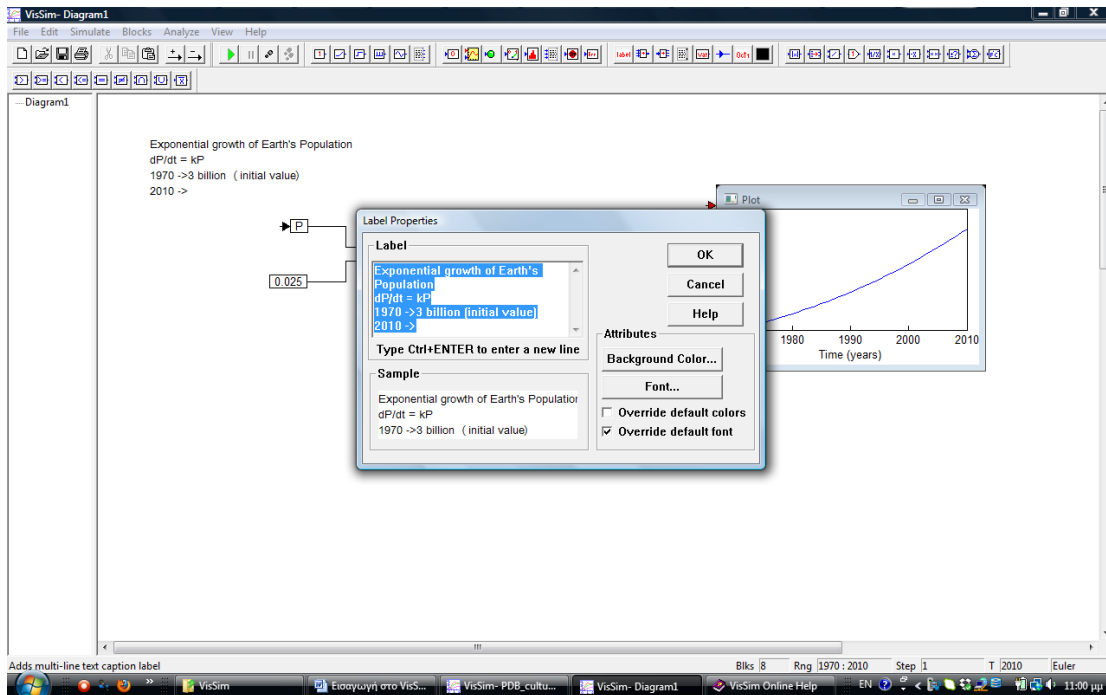
Εισαγωγή σχολίου

Μπορούμε να εισάγουμε σχόλιο (comment) ή ετικέτα (label) σε κάποιο σημείο στην επιφάνεια εργασίας του αρχείου μας ως εξής:

Blocks > Annotation > comment (ή label αντίστοιχα)

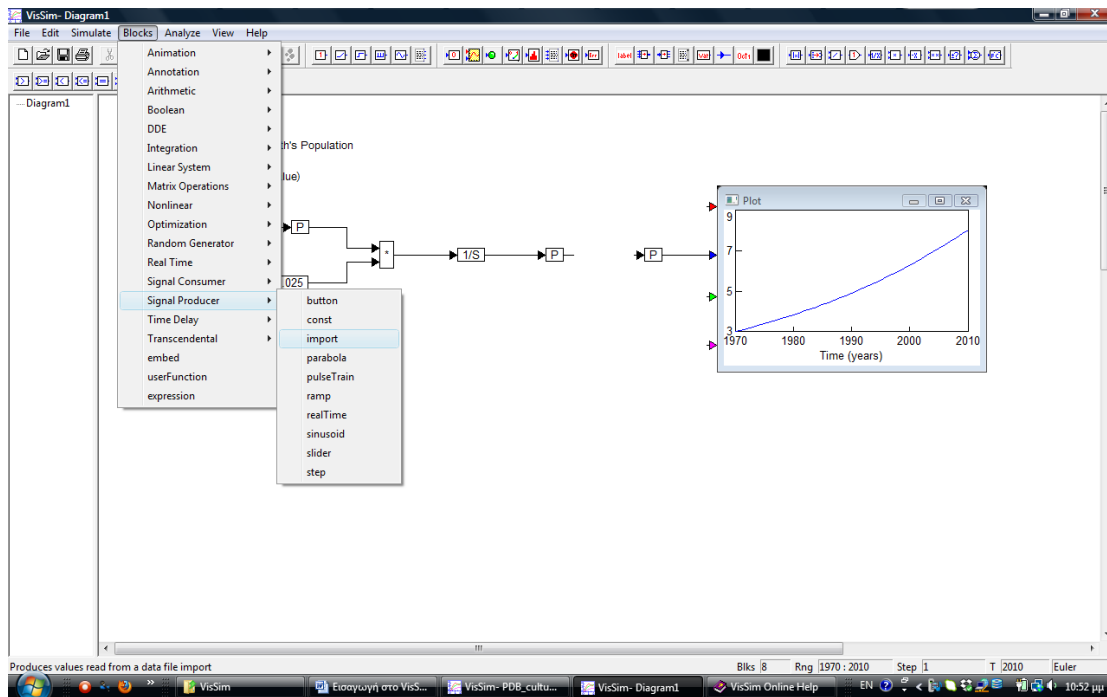


Στο μενού που ανοίγει, πληκτρολογούμε το κείμενο που επιθυμούμε, ενώ μπορούμε να ρυθμίσουμε, γραμματοσειρά, χρώματα, κ.α.



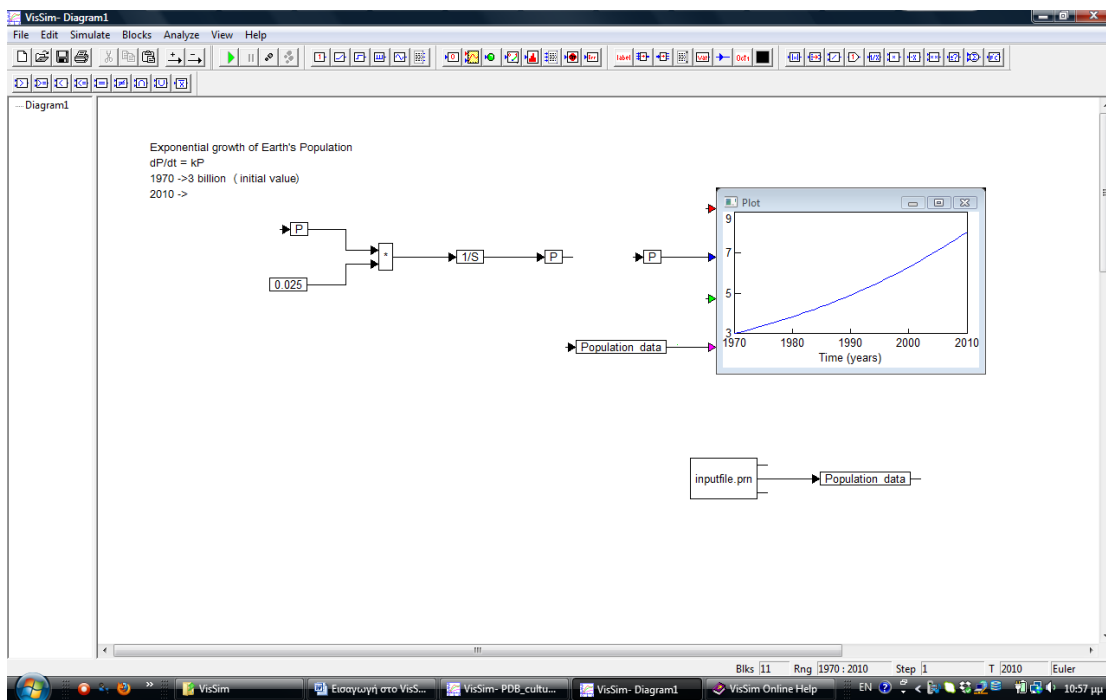
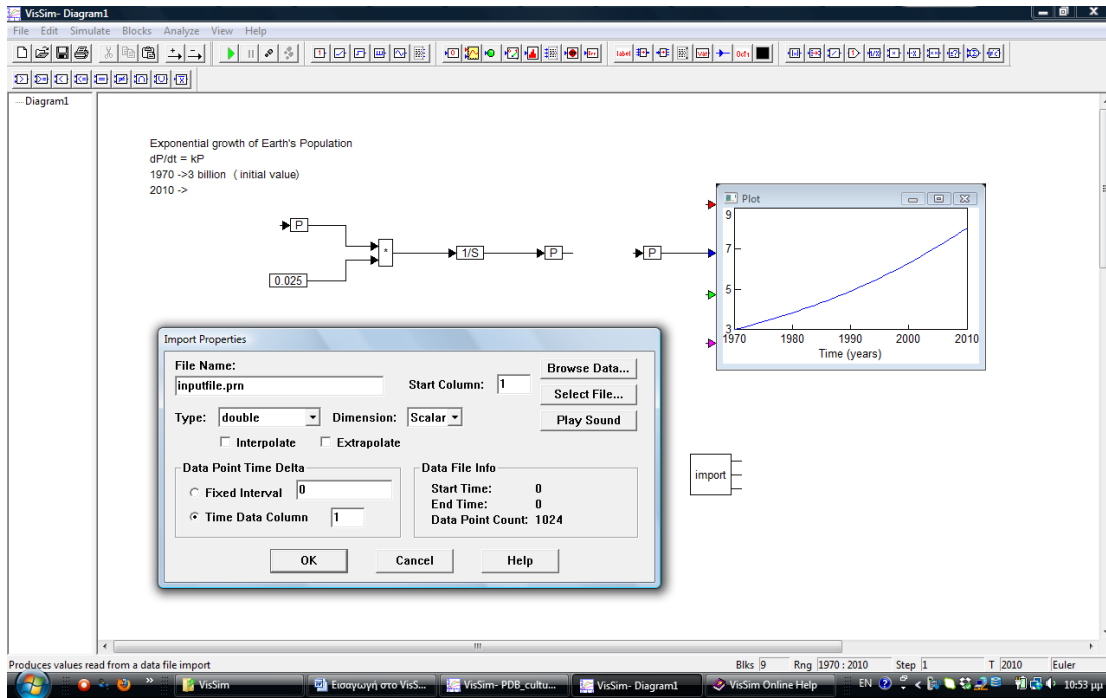
Εισαγωγή δεδομένων από αρχείο

Για να εισάγουμε δεδομένα στο VisSim: **Blocks > Signal Producer > import**



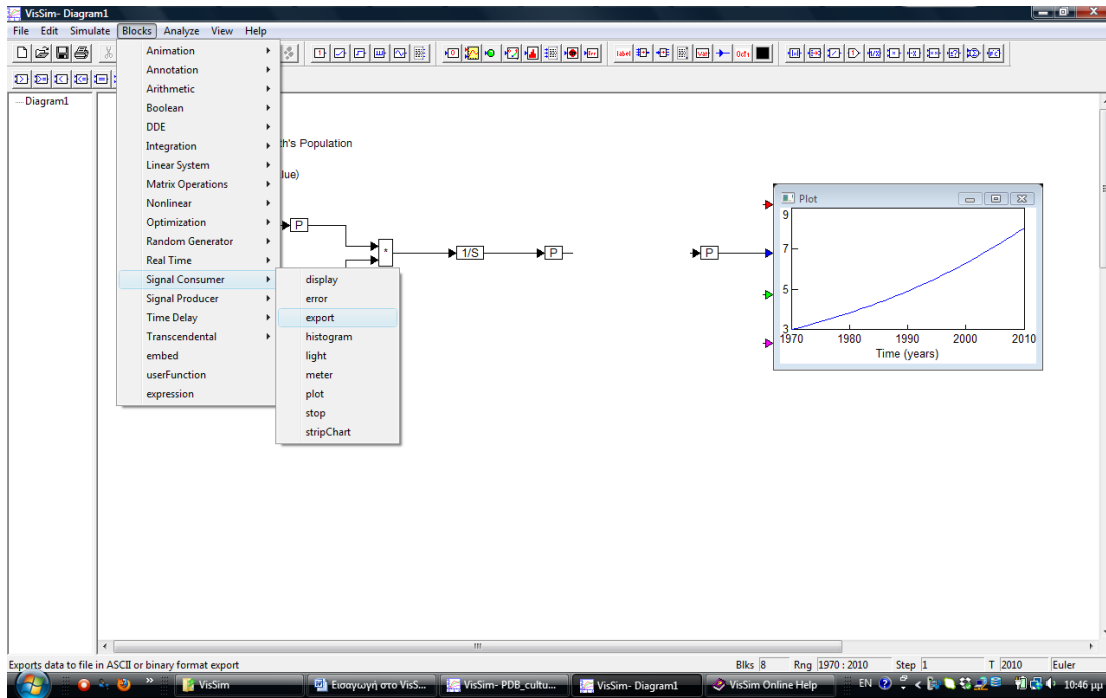
Στο πλαίσιο με το όνομα `import` που δημιουργείται κάνουμε δεξί κλικ και εισάγουμε το όνομα του αρχείου στο οποίο βρίσκονται τα δεδομένα που θέλουμε να εισάγουμε (συνήθως με προέκταση `.prn` ή `.txt`). Εναλλακτικά επιλέγουμε το αρχείο μας πατώντας `Select File`. Πατώντας `Browse Data` μπορούμε να δούμε τα δεδομένα μας. Αν τα δεδομένα μας βρίσκονται π.χ. στην πρώτη στήλη υπάρχει ο χρόνος, επιλέγουμε `Time Data Column : 1`, ελέγχουμε να μην είναι μαρκαρισμένες οι επιλογές `Interpolate – extrapolate` και τέλος συνδέουμε τον connector (π.χ. τον 2^ο) με μια νέα μεταβλητή που εισάγουμε (με όνομα π.χ. `input_var2`).

Προσοχή: Οι connectors αντιστοιχίζονται με στήλες μέσα στο αρχείο. Αν για παράδειγμα η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει να εισάγουμε βρίσκεται στη δεύτερη στήλη του αρχείου, τότε θα συνδέσουμε τον 2^ο connector με την μεταβλητή `input_var2`.

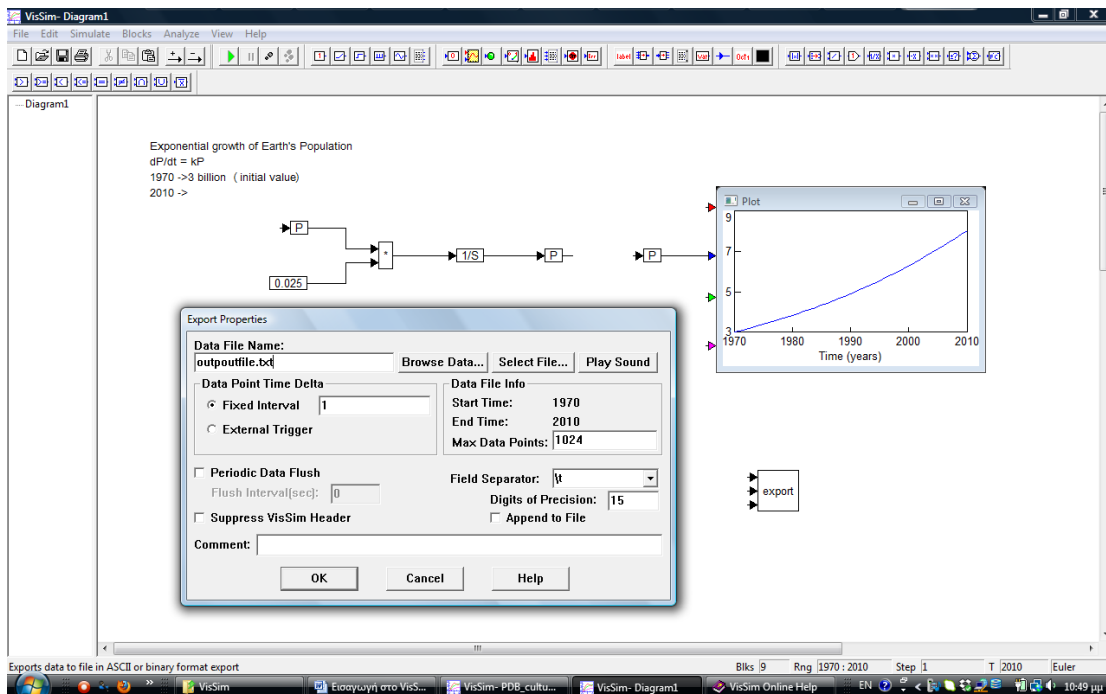


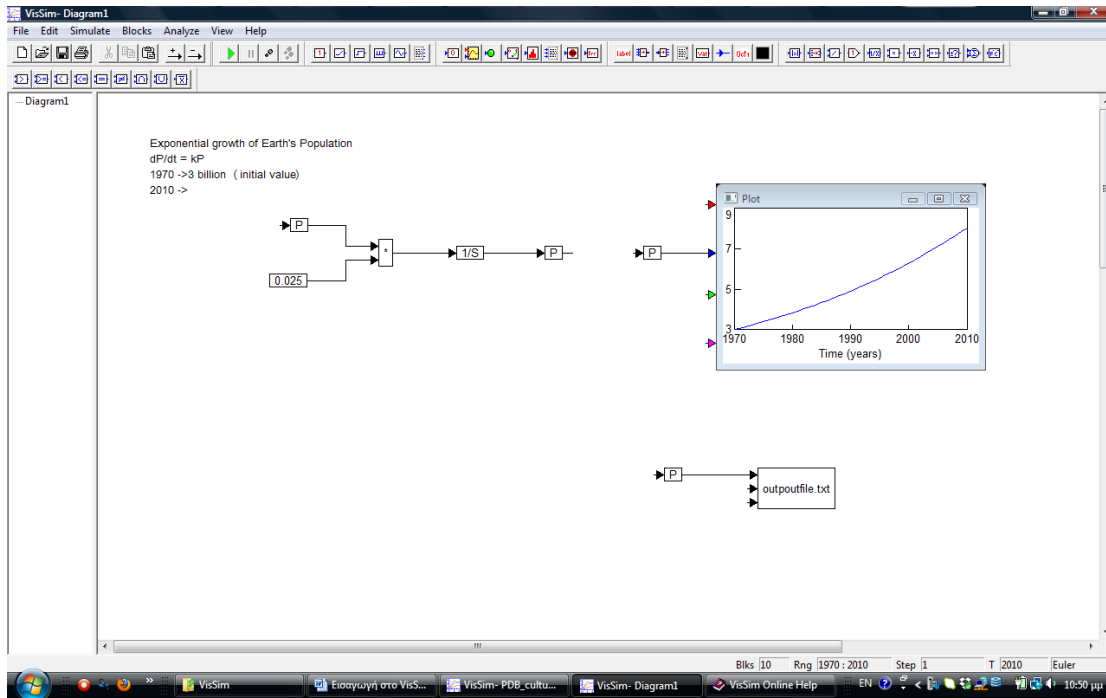
Εξαγωγή δεδομένων σε αρχείο

Για να εξαγάμουμε δεδομένα από μια προσομείωση (π.χ. για περαιτέρω επεξεργασία ή γραφικά) κάνουμε τα εξής: **Blocks > Signal Consumer > export**



Στο πλαίσιο που δημιουργείται, με δεξί κλικ δίνουμε όνομα στο αρχείο (συνήθως με προέκταση .txt). Στη συνέχεια, ενώνουμε τις μεταβλητές που μας ενδιαφέρει να εξάγουμε με τους connectors εισόδου. Με την επιλογή Fixed Interval μπορούμε να ρυθίσουμε τη συχνότητα εξόδου δεδομένων στο αρχείο, π.χ. κάθε 1h, ή 1 day προσομοίωσης, κ.ο.κ.

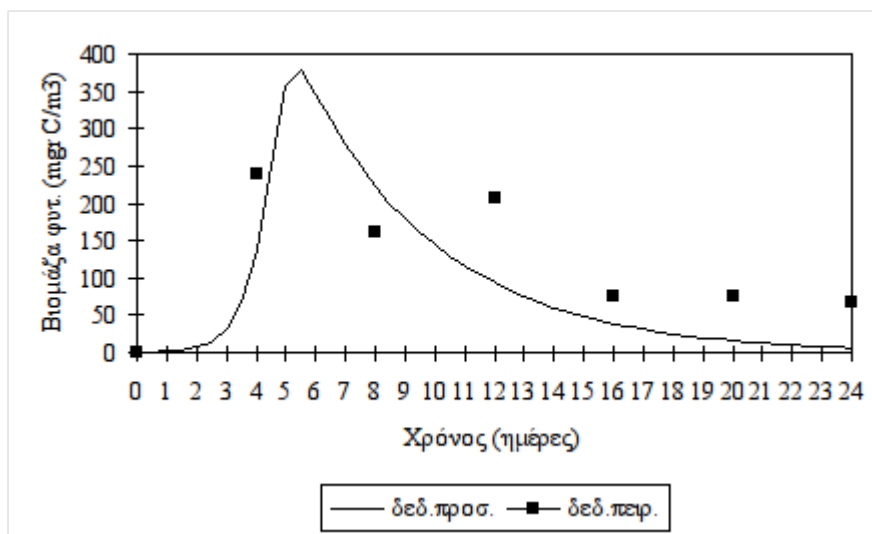




6. ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

6.1. Επιτυχία προσαρμογής

Η επιτυχία προσαρμογής (goodness-of-fit) των αποτελεσμάτων ενός μοντέλου σε διαθέσιμα δεδομένα για ένα πραγματικό σύστημα εκτιμάται με ποικίλες προσεγγίσεις. Η απλούστερη προσέγγιση αναφέρεται στην σύγκριση των τιμών της προσομοίωσης και των πειραματικών τιμών όταν αυτές σχεδιαστούν στο ίδιο διάγραμμα σε συνάρτηση με τον χρόνο (Σχήμα 6.1). Αν και η αξιολόγηση της επιτυχίας προσαρμογής στην περίπτωση αυτή είναι καθαρά ποιοτική και σαφώς εμπεριέχει υποκειμενικότητα, χρησιμοποιείται συχνά στην διεθνή βιβλιογραφία.



Σχήμα 6.1. Αποτελέσματα της προσομοίωσης και πειραματικές τιμές για την βιομάζα φυτοπλαγκτού σε μοντέλο προσομοίωσης εργαστηριακού μικροκόσμου.

Πέραν της ποιοτικής προσέγγισης, διατίθενται στην διεθνή βιβλιογραφία και ποσοτικές μέθοδοι εκτίμησης της προσαρμογής ενός μοντέλου στα πειραματικά δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από ένα πραγματικό σύστημα. Ενδεικτικά περιγράφεται στην συνέχεια η μέθοδος εκτίμησης προσαρμογής που έχει προταθεί από τους Hoop et al. (1992) και έχει ενσωματωθεί στο περιβάλλον ανάπτυξης οικολογικών μοντέλων SENECA. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μέτρα προσαρμογής που περιγράφονται παρακάτω εκτιμούν στην πραγματικότητα την απόκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης και των πειραματικών δεδομένων, όπως άλλωστε φαίνεται και από τους μαθηματικούς τύπους που ορίζονται. Επειδή όμως στην βιβλιογραφία εμφανίζονται σαν μέτρα καλής προσαρμογής (goodness-of-fit measures), με αυτόν τον όρο θα ονομαστούν στις παραγράφους που ακολουθούν.

Σύμφωνα με την μέθοδο των Hoop et al. (1992), η εκτίμηση της προσαρμογής γίνεται κατ' αρχήν για την κάθε μεταβλητή κατάστασης χωριστά και κατόπιν εκτιμάται η προσαρμογή του μοντέλου συνολικά. Για τον υπολογισμό της προσαρμογής της κάθε μεταβλητής κατάστασης, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

(α) Υπολογίζονται τα τυποποιημένα υπόλοιπα (normalized residuals), με τον τύπο

$$\Theta_{ij} = \left| \frac{y_{ij} - d_{ij}}{s_i} \right|$$

, όπου y_{ij} η προσομοιωμένη τιμή της i μεταβλητής την χρονική στιγμή j , d_{ij} η αντίστοιχη πειραματική τιμή και s_i η τυπική απόκλιση των πειραματικών τιμών της μεταβλητής. Ο αριθμός των τυποποιημένων υπολοίπων είναι ίσος με τον αριθμό των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων για την κάθε μεταβλητή. Η κάθε διαφορά διαιρείται με την τυπική απόκλιση με στόχο να προτυποποιηθούν οι τιμές των υπολοίπων, να γίνουν δηλαδή ανεξάρτητες της χρησιμοποιούμενης μονάδας και να αποκτήσουν το ίδιο βάρος για όλες τις μεταβλητές.

(β) Για την ποσοτική εκτίμηση της προσαρμογής της κάθε μεταβλητής προτείνονται τρεις μέθοδοι. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιεί την μέση τιμή των τυποποιημένων υπολοίπων και ονομάζεται L_1 -norm (Tarantola 1987). Η προσαρμογή της i μεταβλητής ($GoFV_i$) με την

$$GoFV_i^{mean} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \Theta_{ij}$$

μέθοδο αυτή δίνεται από την σχέση , όπου n_i είναι το πλήθος πειραματικών τιμών που είναι διαθέσιμες για την μεταβλητή i . Η δεύτερη μέθοδος εκτίμησης της προσαρμογής της i μεταβλητής χρησιμοποιεί μόνον το μεγαλύτερο τυποποιημένο υπόλοιπο, είναι γνωστή ως L_∞ -norm και είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στην ύπαρξη έστω και μίας ακραίας τιμής μεταξύ των τυποποιημένων υπολοίπων. Δίνεται από

την σχέση $GoFV_i^{max} = \max(\Theta_{i1}, \Theta_{i2}, \dots, \Theta_{in})$, όπου Θ_{in} τα τυποποιημένα υπόλοιπα για τις n διαθέσιμες πειραματικές τιμές. Τέλος η τρίτη μέθοδος χρησιμοποιεί την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των τυποποιημένων υπολοίπων, είναι σχετικά ευαίσθητη στην ύπαρξη ακραίων τιμών και λαμβάνει υπ' όψη την προσαρμογή στο σύνολο των πειραματικών τιμών, όπως και η πρώτη μέθοδος. Δίνεται από την σχέση

$$GoFV_i^{quadr} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_i} \frac{\Theta_{ij}^2}{n_i}}$$

(Klepper 1989).

Αφού εκτιμηθεί η προσαρμογή της κάθε μεταβλητής κατάστασης χωριστά, υπολογίζεται στην συνέχεια η προσαρμογή ολόκληρου του μοντέλου προσομοίωσης. Η κάθε μεταβλητή κατάστασης συμμετέχει στην προσαρμογή του μοντέλου με την τιμή της επιτυχίας προσαρμογής της $GoFV_i$, που υπολογίστηκε με τις μεθόδους που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, πολλαπλασιασμένη με έναν συντελεστή βαρύτητας w_i , με τιμή μεταξύ 0 και 1. Με την χρήση του συντελεστή βαρύτητας δίνεται η δυνατότητα η επιτυχία προσαρμογής της κάθε μεταβλητής να βαρύνει διαφορετικά στην επιτυχία προσαρμογής του μοντέλου. Για παράδειγμα μία μεταβλητή για την οποία εκτιμάται ότι τα σφάλματα μέτρησης των τιμών της είναι αυξημένα, είναι δυνατόν να συμμετάσχει με μειωμένο συντελεστή βαρύτητας στην επιτυχία προσαρμογής του μοντέλου.

Παρουσιάζονται ενδεικτικά δύο μέθοδοι ποσοτικής εκτίμησης της προσαρμογής του μοντέλου. Η πρώτη λαμβάνει υπ' όψη την μέση τιμή των προσαρμογών των επιμέρους

$$GoFM^{mean} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v w_i \cdot GoFV_i$$

μεταβλητών και δίνεται από την σχέση , όπου $GoFM$ η επιτυχία προσαρμογής του μοντέλου, v το πλήθος των μεταβλητών κατάστασης, $GoFV_i$ η

επιτυχία προσαρμογής της i μεταβλητής και w_i ο αντίστοιχος συντελεστής βαρύτητας. Η δεύτερη μέθοδος λαμβάνει υπ' όψη μόνον την μέγιστη των επιτυχιών προσαρμογής των i μεταβλητών, δηλαδή $GoFM^{max} = \max(w_1 \cdot GoFV_1, w_2 \cdot GoFV_2, \dots, w_v \cdot GoFV_v)$. Για τις δύο παραπάνω μεθόδους πρέπει και πάλι να σημειωθεί ότι η ποσότητα που τελικά προκύπτει ως μέτρο προσαρμογής είναι στην πραγματικότητα μέτρο απόκλισης μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των πειραματικών τιμών. Δηλαδή η προσαρμογή του μοντέλου στα πειραματικά δεδομένα είναι τόσο καλύτερη, όσο μικρότερη είναι η ποσότητα $GoFM$.

6.2. Βαθμονόμηση των παραμέτρων του μοντέλου

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, λόγω της παραμετροποίησης διεργασιών στα μαθηματικά μοντέλα, είναι δυνατόν οι τιμές της ίδιας παραμέτρου να διαφέρουν από μοντέλο σε μοντέλο. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι ενδέχεται η τιμή μιας παραμέτρου να είναι μοναδική για ένα μοντέλο, εφ' όσον μέσω αυτής εκφράζονται διεργασίες που δεν συμπεριλαμβάνονται σε αντίστοιχες παραμέτρους συγγενικών μοντέλων. Η διαδικασία που αποσκοπεί στην εύρεση των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων ενός μοντέλου, δηλαδή αυτών που οδηγούν στην καλύτερη δυνατή προσαρμογή του μοντέλου στα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα, λέγεται βαθμονόμηση των παραμέτρων του μοντέλου (calibration). Κατά την βαθμονόμηση συχνά προσδιορίζεται, πέραν της βέλτιστης τιμής της κάθε παραμέτρου, μία περιοχή τιμών μέσα στην οποία μπορεί να μεταβάλλεται η παράμετρος αυτή.

Η βαθμονόμηση των παραμέτρων ενός μοντέλου είναι δυνατόν να γίνει κατ' αρχήν με την μέθοδο της δοκιμής και επιτυχίας (trial-and-error). Μεταβάλλεται η τιμή μιας παραμέτρου, εκτελείται η προσομοίωση και αξιολογείται η προσαρμογή του μοντέλου στις πειραματικές τιμές με μία από τις μεθόδους που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Το ίδιο γίνεται για όλες τις παραμέτρους αλλάζοντας μία κάθε φορά. Η μέθοδος αυτή είναι χρονοβόρα, περιέχει υποκειμενικότητα και οπωσδήποτε δεν συνιστάται για την βαθμονόμηση σύνθετων μοντέλων με μεγάλο αριθμό παραμέτρων.

Εναλλακτικά διατίθενται αντικειμενικές μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην μεγιστοποίηση της συνάρτησης προσαρμογής των αποτελεσμάτων του μοντέλου στα πειραματικά δεδομένα. Ενδεικτικά αναφέρεται η μέθοδος της ελεγχόμενης τυχαίας αναζήτησης (Price 1979, Klepper 1989, Klepper et al. 1990). Για την κάθε παράμετρο ορίζεται μία περιοχή τιμών μέσα στην οποία κυμαίνεται, καθώς και η κατανομή που ακολουθούν οι τιμές αυτές εντός της περιοχής. Στη συνέχεια, σχηματίζονται N πίνακες-στήλες με μέλη τιμές των παραμέτρων που προήλθαν τυχαία απ' την επιτρεπόμενη περιοχή τιμών της κάθε παραμέτρου, με την μέθοδο των τυχαίων αριθμών. Για το κάθε σύνολο τιμών των παραμέτρων εκτελείται η προσομοίωση και υπολογίζεται η επιτυχία προσαρμογής μεταξύ των προσομοιωμένων και των πειραματικών τιμών. Επιλέγονται οι πίνακες-στήλες που δίνουν την καλύτερη προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα και ορίζεται κατ' αυτόν τον τρόπο μια νέα περιοχή τιμών για την κάθε παράμετρο, καθώς και η βέλτιστη τιμή της. Για τον πλήρη έλεγχο του χώρου μέσα στον οποίο κυμαίνονται οι παράμετροι και την αποφυγή τοπικών ελάχιστων στην δοκιμή προσαρμογής, πρέπει ο αριθμός των πινάκων-στηλών που επιλέγεται στην αρχή, να είναι πολύ μεγαλύτερος απ' τον αριθμό των υπό βαθμονόμηση παραμέτρων. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την εκτέλεση μεγάλου

αριθμού προσομοιώσεων, γεγονός που απαιτεί πολύ χρόνο, αλλά παρέχει με αντικειμενικότητα τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ενός μοντέλου.

Θα πρέπει να τονιστεί στο σημείο αυτό ότι η βαθμονόμηση των παραμέτρων ενός μοντέλου δεν οδηγεί οπωσδήποτε σε επιτυχή προσαρμογή του μοντέλου στα πειραματικά δεδομένα. Ενδέχεται η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης ή η διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων να μην είναι επιτυχείς και το μοντέλο να μην προσομοιώνει ικανοποιητικά το φυσικό σύστημα. Στην περίπτωση, που η βαθμονόμηση δεν οδηγεί σε επιτυχή προσαρμογή, πρέπει να επανεξεταστεί η συνολική δομή του μοντέλου, δηλαδή η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης και η διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων μεταβολής αυτών.

6.3. Η αβεβαιότητα ενός μοντέλου

Τα αποτελέσματα ενός μοντέλου προσομοίωσης παρουσιάζουν αβεβαιότητα, εφ' όσον η ανάπτυξη ενός μοντέλου βασίζεται σε παραδοχές, αφαιρέσεις και απλοποιήσεις (Loehle 1987). Οι αιτίες που προκαλούν αβεβαιότητα στα αποτελέσματα ενός μοντέλου έχουν ταξινομηθεί σε τρεις κατηγορίες σύμφωνα με τους O'Neil and Gardner (1979) και Walters (1986):

- (α) αβεβαιότητα προερχόμενη από την δομή του μοντέλου,
- (β) αβεβαιότητα προερχόμενη από την αβεβαιότητα των τιμών των παραμέτρων και
- (γ) αβεβαιότητα προερχόμενη από σφάλματα των αρχικών τιμών, των οριακών συνθηκών και των συναρτήσεων φόρτισης.

Στην πρώτη περίπτωση η αβεβαιότητα είναι δύσκολο να ποσοτικοποιηθεί. Οφείλεται σε σφάλματα που προκύπτουν από την αφαίρεση διεργασιών που κρίνονται ως όχι ιδιαίτερα σημαντικές για το μοντέλο, από την μαθηματική έκφραση των διεργασιών και από την χρησιμοποιούμενη χρονική και χωρική διακριτότητα. Στην δεύτερη περίπτωση η αβεβαιότητα οφείλεται στην έλλειψη της γνώσης των ακριβών τιμών των παραμέτρων και αντιμετωπίζεται σε ένα σημαντικό ποσοστό κατά την βαθμονόμηση. Τέλος στην τρίτη περίπτωση, η αβεβαιότητα οφείλεται σε σφάλματα στις αρχικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης, στις τιμές των συναρτήσεων φόρτισης και στις τιμές των οριακών συνθηκών. Αν οι τιμές αυτές προέρχονται από πειραματικές μετρήσεις τα σφάλματα είναι σφάλματα μετρήσεων. Στην περίπτωση όμως μοντέλων πρόγνωσης οι παραπάνω τιμές προέρχονται επίσης από μοντέλα προσομοίωσης οπότε εμπεριέχουν την αβεβαιότητα του ίδιου του μοντέλου από το οποίο προέρχονται.

6.4. Ανάλυση ευαισθησίας του μοντέλου

Η διαδικασία της ανάλυσης ευαισθησίας (sensitivity analysis) στοχεύει στην εκτίμηση της ευαισθησίας των αποτελεσμάτων του μοντέλου στην μεταβολή των τιμών των παραμέτρων. Ένα μοντέλο παρουσιάζει ευαισθησία σε μία παράμετρο, όταν μία έστω και μικρή μεταβολή της τιμής της παραμέτρου αυτής προκαλεί μεγάλη μεταβολή στα αποτελέσματα της προσομοίωσης.

Η ανάλυση ευαισθησίας ενός μοντέλου συνήθως διεξάγεται με την χρήση δύο κατηγοριών μεθόδων. Οι μέθοδοι της πρώτης κατηγορίας καλούνται αναλύσεις ευαισθησίας (sensitivity analyses) ή αναλύσεις σφάλματος πρώτης τάξης (first order error analyses) (Scavia et al.

1981, Van de Kamer 1983). Βασίζονται στην μεταβολή της τιμής της κάθε παραμέτρου χωριστά και στην εκτίμηση των επιπτώσεων στα αποτελέσματα του μοντέλου. Παρέχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα στην περίπτωση που η αβεβαιότητα στις τιμές των παραμέτρων είναι σχετικά περιορισμένη. Οι μέθοδοι της δεύτερης κατηγορίας καλούνται αναλύσεις σφάλματος (error analyses) ή προσομοιώσεις Monte Carlo (Monte Carlo simulations) (Gardner et al. 1981). Βασίζονται στην ταυτόχρονη μεταβολή όλων των παραμέτρων θεωρώντας ότι αυτές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Οι μέθοδοι αυτές παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια αλλά απαιτούν μεγάλο αριθμό προσομοιώσεων και κατά συνέπεια υπολογιστικό χρόνο και ισχύ.

Στην συνέχεια ενδεικτικά περιγράφεται μία μέθοδος της πρώτης κατηγορίας που προτάθηκε από τους Fasham et al. (1990). Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή υπολογίζεται η επίδραση της μεταβολής της τιμής της κάθε παραμέτρου p του μοντέλου επί σειράς μεταβλητών E του μοντέλου. Οι μεταβλητές E είναι αποτελέσματα της προσομοίωσης και επιλέγονται γιατί θεωρούνται από τα πλέον σημαντικά αποτελέσματα της προσομοίωσης. Η ακριβής διαδικασία είναι η παρακάτω:

(α) Υπολογίζεται η τιμή E_s της μεταβλητής E του μοντέλου, όταν η υπό μελέτη παράμετρος p έχει την βέλτιστη τιμή της p_s , όπως αυτή προέκυψε απ' την βαθμονόμηση.

(β) Υπολογίζονται οι τιμές $E(p)$ της μεταβλητής E όταν η παράμετρος p αυξηθεί στο διπλάσιο και μειωθεί στο μισό της τιμής που προέκυψε απ' την διαδικασία της βαθμονόμησης.

(γ) Η επίδραση της μεταβολής της παραμέτρου p επί της μεταβλητής E ποσοτικοποιείται με τον υπολογισμό μιας τυπικής ευαισθησίας $S(p)$, που ορίζεται ως:

$$S(p) = \left(\frac{E(p) - E_s}{E_s} \right) / \left(\frac{p - p_s}{p_s} \right)$$
, όπου p η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της παραμέτρου και $E(p)$ οι αντίστοιχες τιμές της εξεταζόμενης μεταβλητής.

7. ΜΟΝΤΕΛΑ ΧΩΡΙΚΩΝ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ (BOX MODELS)

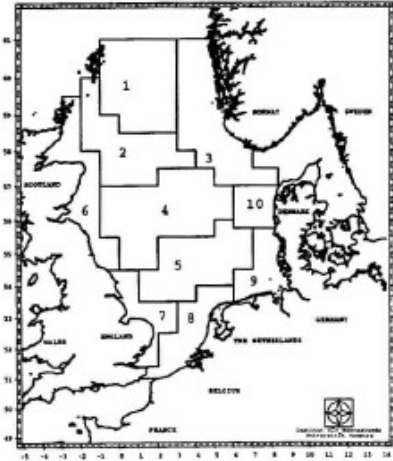
7.1. Μοντέλα μηδενικών διαστάσεων (0-D)

Πέραν της μεταβλητότητας στο χρόνο, ένα θαλάσσιο σύστημα σχεδόν πάντα παρουσιάζει και χωρική μεταβλητότητα σε 1, 2 ή και 3 διαστάσεις. Μια πρώτη προσέγγιση στη χωρική διακριτοποίηση παρέχει μια παραλλαγή των 0-D μοντέλων, τα λεγόμενα box models, στα οποία η περιοχή μελέτης χωρίζεται σε διαμερίσματα που θεωρείται ότι διαφέρουν μεταξύ τους ως προς κάποια χαρακτηριστικά (π.χ. εισροές ύλης από χέρσο, γειτνίαση με ανοιχτή θάλασσα). Εισάγεται έτσι κάποιου είδους χωρική διαφοροποίηση. Το σύστημα των εξισώσεων του μοντέλου επιλύεται ξεχωριστά για κάθε διαμέρισμα, που μπορεί να αντιπροσωπεύει μια θαλάσσια περιοχή αρκετών Km² και μεταβλητού βάθους, αλλά που αντιμετωπίζεται ως ομογενής όπως στα 0-D μοντέλα. Οι ανταλλαγές ύλης μεταξύ των διαμερισμάτων θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και να υπολογιστούν οι ροές μέσω των διεπιφανειών των διαμερισμάτων. Αυτό σημαίνει ότι η φυσική κυκλοφορία δεν μπορεί να αγνοηθεί και οι ροές είτε παραμετροποιούνται με σχετικά απλές σχέσεις μεταφοράς-διάχυσης είτε υπολογίζονται με ακρίβεια από μοντέλο κυκλοφορίας.

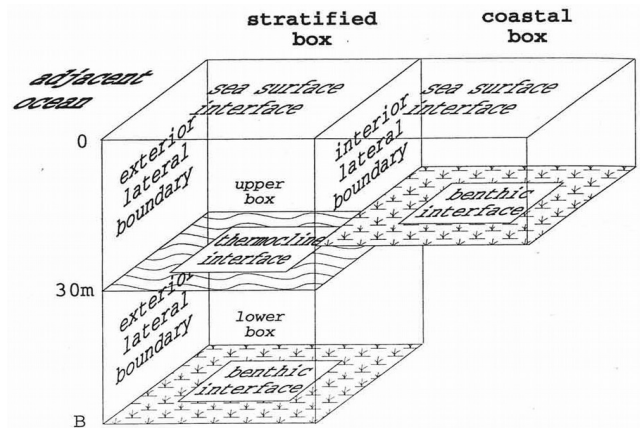
Παραδείγματα μοντέλων διαμερισμάτων: Ο Tsirtsis (1995) μελέτησε στοιχεία της δυναμικής του παράκτιου οικοσυστήματος της πόλης της Μυτιλήνης (Λέσβος) με τη χρήση box-model 2 διαμερισμάτων, αντιπροσωπευτικών ολιγότροφης και εύτροφης περιοχής αντίστοιχα. Το οικολογικό μοντέλο ERSEM, που περιγράφεται παρακάτω, εφαρμόστηκε αρχικά στη Βόρεια Θάλασσα ως σύστημα 2 στρωμάτων – η άνω στήλη νερού έως 30μ βάθος και η βαθύτερη στήλη έως πυθμένα, με κατακόρυφες αλλά και οριζόντιες ανταλλαγές υπολογιζόμενες από ξεχωριστό μοντέλο υδροδυναμικής (Σχήμα 2.15 α-β) (Lenhart et al. 1995). Οι Arhonditsis et al. (2000) χώρισαν τον κόλπο της Γέρας (Λέσβος) σε 4 διαμερίσματα, χαρακτηριστικά των εισροών που δέχονταν από τη λεκάνη απορροής, σε μια μελέτη της επίδρασης μη-σημειακών πηγών θρεπτικών στη δυναμική του οικοσυστήματος του κόλπου. Μια 2-D εκδοχή του υδροδυναμικού μοντέλου POM χρησιμοποιήθηκε για να υπολογιστούν οι ροές μέσα και έξω από τα διαμερίσματα (Σχήμα 2.15γ). Με την ίδια λογική, οι Chapelle et al. (2000) εφάρμοσαν ένα σύστημα προσομοίωσης οικολογικού box-model και μοντέλου 2-D κυκλοφορίας στη λιμνοθάλασσα Thau, στις μεσογειακές ακτές της Γαλλίας (Σχήμα 7.1).

Τα μειονεκτήματα του διαχωρισμού μιας περιοχής σε διαμερίσματα είναι η δημιουργία τεχνητά-αριθμητικά ενισχυμένων ροών ανταλλαγής μεταξύ των διαμερισμάτων και η αδυναμία περιγραφής φαινομένων της στήλης νερού, όπως ο σχηματισμός μέγιστων συγκεντρώσεων χλωροφύλλης (OSPAR Commission 2008). Βεβαίως, όσο πιστότερα περιγράφονται οι ανταλλαγές π.χ. με τη παράλληλη χρήση ενός υδροδυναμικού μοντέλου, όσο μικρότερο είναι το ύψος ενός διαμερίσματος, όσο περισσότερα είναι τα διαμερίσματα στα οποία έχει καταταμηθεί η στήλη νερού, τόσο ελαχιστοποιούνται τα μειονεκτήματα αυτά. Για το λόγο αυτό, η προσέγγιση του διαχωρισμού μιας περιοχής σε διαμερίσματα ή πολύγωνα τα οποία θεωρείται ότι παρουσιάζουν διαφορετικά χαρακτηριστικά (βιογεωγραφικά, οικολογικά, βαθυμετρικά) υιοθετείται από σύγχρονες εφαρμογές μοντέλων οικοσυστήματος (π.χ. Σχήμα 7.1ε-στ, Fulton et al. 2010, Ainsworth et al. 2012, Macias et al. 2012) κυρίως για λόγους υπολογιστικής αποδοτικότητας.

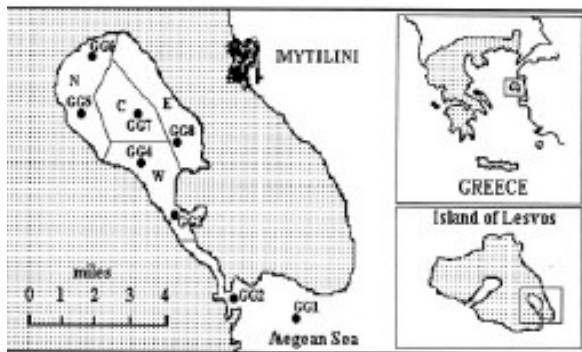
(α)



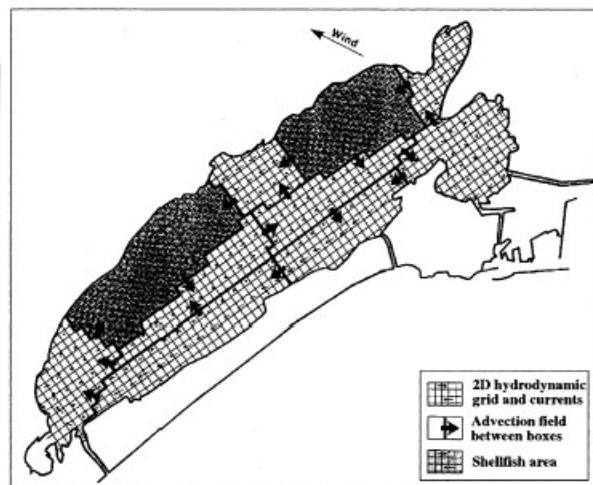
(β)



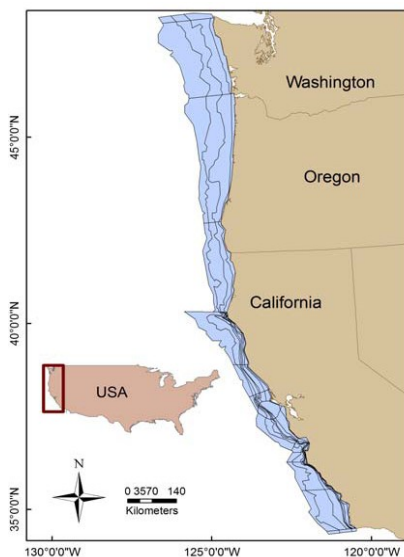
(γ)



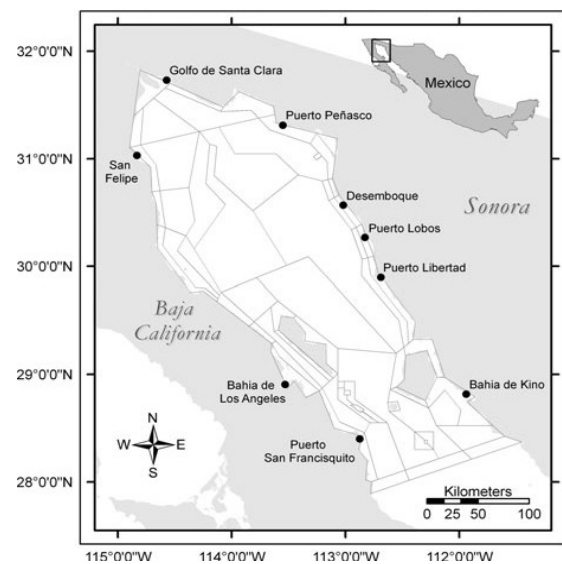
(δ)



(ε)



(σ)

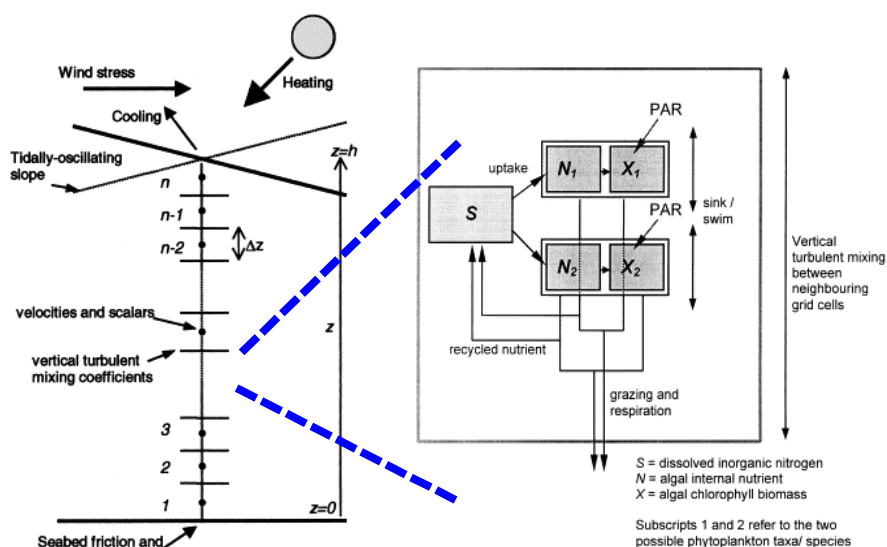


Σχήμα 7.1. (α) Η διαίρεση της περιοχής μελέτης σε διαμερίσματα και (β) η δομή των διαμερισμάτων σε μια εφαρμογή του μοντέλου ERSEM στη Βόρεια Θάλασσα (από Lenhart et al. 1995). (γ) Ο Κόλπος Γέρος και η διαίρεσή του σε 5 διαμερίσματα (Arhonditsis et al.

2000). (δ) Box-model για την λιμνοθάλασσα Thau, Γαλλία (Chapelle et al 2000). (ε) και (στ) Εφαρμογές του μοντέλου Atlantis στις δυτικές ακτές των Η.Π.Α. (Fulton et al. 2010, Ainsworth et al. 2012).

7.2. Μοντέλα μίας διάστασης (1-D)

Το κίνητρο για την ανάπτυξη 1-D μοντέλων (στήλης νερού - κατακόρυφη διάσταση) ήταν η κατανόηση των μηχανισμών που οδηγούν στην εαρινή έξαρση του φυτοπλαγκτού και η ενιαία αντιμετώπιση του φαινομένου από την σκοπιά της βιολογίας και της φυσικής ταυτόχρονα, στην ίδια χωρική διάσταση και κάτω από τους ίδιους μηχανισμούς διέγερσης (Radach and Moll 2001). Τα περισσότερα 1-D ομοιώματα περιλαμβάνουν ένα απλό σχετικά οικολογικό μοντέλο, 3-15 μεταβλητών κατάστασης και αναπτύσσονται συνήθως στα πλαίσια προγράμματος για μια συγκεκριμένη περιοχή. Βιβλιογραφική ανασκόπηση μεγάλου αριθμού 1-D οικολογικών μοντέλων μπορεί να βρεθεί στους Evans and Garçon (1997) που εστιάζουν σε βιογεωχημικές διεργασίες σε ωκεάνιες περιοχές και στους Radach and Moll (2001).



Σχήμα 7.1. Σχηματική παράσταση 1D οικολογικού μοντέλου: το κατακόρυφο πλέγμα του φυσικού μοντέλου και τα μεγέθη που υπολογίζει και η δομή του απλού βιοχημικού μοντέλου που επιλύεται σε κάθε σημείο του πλέγματος (δηλ. σε κάθε διαμέρισμα). Τροποποιημένο από Sharples (1999).

Από τεχνικής άποψης, τα 1-D μοντέλα εφαρμόζονται σε σημεία στο θαλάσσιο χώρο όπου μελετάται η διακύμανση των οικολογικών μεταβλητών σε συνάρτηση με το βάθος. Το Σχήμα 2.16 είναι παράδειγμα της δομής ενός μοντέλου στήλης νερού: η στήλη χωρίζεται σε n διαμερίσματα από κατακόρυφο πλέγμα (grid), ένα φυσικό μοντέλο (όπως π.χ. το τμήμα του POM των Blumberg and Mellor (1987) που υπολογίζει την κατακόρυφη ανάμιξη με το τυρβώδες μοντέλο των Mellor and Yamada (1982)) οδηγούμενο από μηχανισμούς διέγερσης αναλαμβάνει να υπολογίσει κατακόρυφες ταχύτητες και συντελεστές κατακόρυφης

τυρβώδους ανάμιξης. Τα δεδομένα αυτά αποτελούν το δυναμικό φυσικό περιβάλλον μέσα στο οποίο λειτουργεί το οικοσύστημα που προσομοιώνει το βιοχημικό μοντέλο. Έτσι προκύπτει ένα συζευγμένο μονοδιάστατο σύστημα προσομοίωσης με πλεονέκτημα την σχετική απλότητα και μειονέκτημα την έλλειψη της οριζόντιας φυσικής κυκλοφορίας και της επίδρασης που ασκεί, καθώς και την έλλειψη της οριζόντιας χωρικής διάστασης στην διερεύνηση οικολογικών διεργασιών.

Θα αναφερθούν ενδεικτικά ορισμένες εφαρμογές αυτού του τύπου, από αυτές που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία για διάφορες περιοχές. Τα NPZ(D) μοντέλα, συνδεδεμένα με μοντέλα κατακόρυφων φυσικών διεργασιών έχουν το μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών, με στόχους που ποικίλουν από αναπαραγωγή και εξήγηση παρατηρήσεων πεδίου, κατανόηση βασικών δομών και διεργασιών μέχρι ποσοτικοποίηση ισοζυγίων αζώτου και φωσφόρου.

Ο Moll (1997c) χρησιμοποίησε ένα μοντέλο NPZD πρωτογενούς παραγωγής για να αναπαράγει την -περιοριζόμενη από φωσφόρο- ανάπτυξη και έξαρση ενός φυτοπλακτονικού είδους στα ανοιχτά των γερμανικών ακτών (German Bight) στη Βόρεια Θάλασσα. Για να προσομοιωθεί με επιτυχία ο ετήσιος κύκλος της δυναμικής του φυτοπλακτού, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι μηχανισμοί αναγέννησης των θρεπτικών και κατ' επέκταση, ο μικροβιακός κύκλος στο τροφικό πλέγμα. Ακολουθώντας αυτή τη γραμμή σκέψης, οι Fasham et al. (1990) επέκτειναν το μοντέλο NPZD περιλαμβάνοντας έναν απλό μικροβιακό κύκλο. Το μοντέλο τους, που αποτέλεσε σημείο αναφοράς για πλήθος εφαρμογών, αποτελείται από ένα φυσικό μοντέλο επιφανειακού αναμειγμένου στρώματος και 7 οικολογικές μεταβλητές: φυτοπλακτόν, ζωοπλακτόν, βακτήρια, νιτρικά και αμμωνιακά ιόντα, διαλυτό οργανικό άζωτο και θρύμματα (detritus) και ποσοτικοποιούσε ικανοποιητικά τον κύκλο αζώτου στα επιφανειακά ωκεάνια στρώματα. Η εφαρμογή των Oguz et al. (1999) στη Μαύρη Θάλασσα περιλάμβανε ως μεταβλητές τα νιτρικά, αμμωνιακά, σωματιδιακή ύλη (θρύμματα), δύο ομάδες φυτοπλακτού και δυο ομάδες ζωοπλακτού. Τα νεκρά κύτταρα και η σωματιδιακή ύλη που βυθιζόταν από την εύφωτη ζώνη ανοργανοποιούνταν σε αμμωνιακά, που μετατρέπονταν με οξείδωση σε νιτρικά, ενώ η κατακόρυφη τυρβώδης διάχυση τροφοδοτούσε το επιφανειακό στρώμα με θρεπτικά. Με το μοντέλο αυτό και περιλαμβάνοντας τον κύκλο αζώτου, οι ερευνητές πέτυχαν την αναπαραγωγή της θερινής πρωτογενούς παραγωγής.

Οι Tett and Walne (1995) σε μια εφαρμογή τους στη Βόρεια Θάλασσα πρότειναν μια σειρά από βελτιώσεις για να αυξηθεί η ικανότητα αναπαραγωγής των οικολογικών μεταβλητών από τα 1-D ομοιώματα: (1) αύξηση της κατακόρυφης διακριτικής ικανότητας, (2) παραμετροποίηση και συνυπολογισμός της οριζόντιας κυκλοφορίας, (3) αύξηση της τροφικής διακριτικής ικανότητας με διαίρεση του 'φυτοπλακτού' - 'ζωοπλακτού' σε επιμέρους λειτουργικές ομάδες και προσθήκη κύκλων και άλλων θρεπτικών - φωσφόρος, πυρίτιο, διαλυμένες οργανικές ενώσεις, (4) σύνδεση στήλης - πυθμένα με περιγραφή βιογεωχημικών διεργασιών του ιζήματος και επαναχώρησης. Η Μεσόγειος έχει επίσης υπάρξει αντικείμενο μελέτης πολλών ερευνητών. Οι Allen et al. (2002) χρησιμοποίησαν μια μονοδιάστατη έκδοση του ERSEM, την οποία εφάρμοσαν σε 7 σημεία-σταθμούς κατά μήκος της Μεσογείου. Στόχος ήταν να μελετηθεί η πρωτογενής και βακτηριακή παραγωγή κατά μήκος της τροφικής βαθμίδας που παρατηρείται στη θάλασσα αυτή, και να προσδιοριστούν βιογεωχημικοί και φυσικοί μηχανισμοί που οδηγούν σε αυτήν την οριζόντια βαθμίδα μεταξύ δυτικής-ανατολικής Μεσογείου. Ανάμεσα στα συμπεράσματα ήταν ο σημαντικός ρόλος που διαδραματίζουν οι φυσικές διεργασίες κατακόρυφης ανάμιξης στον καθορισμό των

επιπέδων ετήσιας πρωτογενούς και βακτηριακής παραγωγής, ο διαλυμένος οργανικός άνθρακας έχει περισσότερο αυτότροφη παρά ετερότροφη προέλευση, η ανατολική λεκάνη χαρακτηρίζεται από έντονο ανταγωνισμό για θρεπτικά μεταξύ φυτοπλαγκτού και βακτηρίων, ενώ η δυτική λεκάνη χαρακτηρίζεται από υψηλά επίπεδα ετερότροφης δραστηριότητας. Οι Shigemitsu et al. (2012) χρησιμοποίησαν ένα κατακόρυφο μονοδιάστατο μοντέλο 14 μεταβλητών κατάστασης για να περιγράψουν ποσοτικά τον ετήσιο κύκλο της δυναμική του διαλυτού σιδήρου και άλλων θρεπτικών στη στήλη νερού σε περιοχή ανοιχτά της Ιαπωνίας στον βορειοδυτικό Ειρηνικό. Τα μονοδιάστατα μοντέλα χρησιμοποιούνται και σε οικοσυστήματα λιμνών (π.χ. Prokorkin et al. 2010).

Βασικό πλεονέκτημα ενός κατακόρυφου 1-D μοντέλου έναντι πιο σύνθετων μοντέλων (π.χ. τρισδιάστατων) είναι η απλότητα σε σχέση με (1) τις ανάγκες αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων και (2) τις ανάγκες για δεδομένα σε ανοιχτά όρια, τα οποία ενδέχεται να είναι εκτενή και ανεπαρκώς ορισμένα λόγω της ποιότητας και ποσότητας των δεδομένων αυτών. Ωστόσο, τα κατακόρυφα 1-D μοντέλα κρίνονται ανεπαρκή για περιοχές με έντονες οριζόντιες βαθμίδες και σημαντικές οριζόντιες ανταλλαγές μάζας, όπως τα παράκτια συστήματα που επηρεάζονται από ανθρωπογενή δραστηριότητα (OSPAR Commission 2008).

7.3. Μοντέλα δύο διαστάσεων (2-D)

Η ανάπτυξη και ωρίμανση ρεαλιστικών μοντέλων κυκλοφορίας για τους ωκεανούς και τις περιφερειακές θάλασσες και η ανάγκη να εξηγηθούν και να προσομοιωθούν οι χωρικές κατανομές των οικο-μεταβλητών έδωσε νέα ώθηση στα οικολογικά μοντέλα. Αναπτύχθηκαν δυο προσεγγίσεις: η κατακόρυφη τομή και το οριζόντιο δισδιάστατο πεδίο (Radach and Moll 2001). Στην κατακόρυφη τομή, το μοντέλο προσομοίωνε τη δυναμική ενός οικοσυστήματος σε κατακόρυφο επίπεδο κάθετα προς την ακτή (cross-shelf vertical plane), κυρίως σε περιοχές ανάβλυσης νερού. Οι εξισώσεις του συζευγμένου πλέον μοντέλου ήταν της μορφής 'μεταφορά-διάχυση-βιοχημεία', ενώ οι απλές σχέσεις που ποσοτικοποιούν τη 'βιοχημεία' θεωρήθηκαν επαρκείς για να περιγράψουν την κατακόρυφη δυναμική του οικολογικού συστήματος, καθώς αυτό καθορίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τη δυναμική της ανάβλυσης. Χαρακτηριστικό τέτοιο μοντέλο ήταν του Wroblewski (1977) για την θαλάσσια περιοχή του Oregon, Η.Π.Α.

Η δεύτερη προσέγγιση μελετάει την οριζόντια δισδιάστατη δομή και δυναμική ενός οικοσυστήματος. Για να προσομοιωθεί η χωρική κατανομή του φυτοπλαγκτού, για παράδειγμα, απαιτείται να περιγραφούν τα πεδία ροής και οι μέσες κατά βάθος ταχύτητες, δηλαδή η υδροδυναμική μιας περιοχής ολοκληρωμένη στην κατακόρυφη διάσταση. Οι οικολογικές εξισώσεις επιλύονται στο ίδιο οριζόντιο πλέγμα με το φυσικό μοντέλο. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών είναι των Vested et al. (1996) που συνδύασαν ένα 2D μοντέλο κυκλοφορίας με ένα μοντέλο 12 οικολογικών μεταβλητών για να προσομοιώσουν έναν ετήσιο κύκλο στη Βόρεια Θάλασσα ενώ παράλληλα, συνέκριναν τη συμπεριφορά διαφόρων σχημάτων αριθμητικής επίλυσης της οριζόντιας μεταφοράς και διάχυσης, το μοντέλο FYFY που χρησιμοποίησαν οι van den Berg et al. (1996a) για να μελετήσουν την κατανομή και διακύμανση της φυτοπλαγκτονικής βιομάζας στη Β. Θάλασσα και το μοντέλο των Chen et al. (1997), ένας συνδυασμός 2D μοντέλου κυκλοφορίας πρωτογενών εξισώσεων και NPZ οικολογικού μοντέλου για τη μελέτη της επίδρασης ποτάμιων απορροών στο οικοσύστημα της υφαλοκρηπίδα του Texas, Η.Π.Α. Πιο πρόσφατα παραδείγματα περιλαμβάνουν την εφαρμογή των Salalacinska et al. (2010), οι οποίοι μελέτησαν τη

συμπεριφορά ενός δισδιάστατου μοντέλου οικοσυστήματος και τις δυνατότητές του στην περιγραφή της δυναμικής τοξικών φυτοπλαγκτονικών εξάρσεων (HAB, harmful algal blooms) στην ευρύτερη περιοχή της Βόρειας Θάλασσας και την πιο μικρής κλίμακας εφαρμογή των Arndt et al. (2011), οι οποίοι διερεύνησαν τη ροή και το μετασχηματισμό άνθρακα και θρεπτικών στο ρηχό παράκτιο σύστημα των εκβολών Scheldt μεταξύ νοτιοδυτικής Ολλανδίας και Βελγίου.

8. ΜΟΝΤΕΛΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΜΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Η κατανόηση των υδροδυναμικών μηχανισμών των θαλάσσιων μαζών αποτελεί προϋπόθεση για το σύνολο των μελετών που σχετίζονται με το θαλάσσιο περιβάλλον (Nihoul 1999). Ωστόσο, η αναλυτική λύση των εξισώσεων της θαλάσσιας κίνησης είναι εξαιρετικά δύσκολη ή και αδύνατη για πραγματικές ροές στη θάλασσα. Αυτό συμβαίνει λόγω των μη-γραμμικών όρων της τυρβώδους ροής και της ανάγκης για ρεαλιστική αναπαράσταση του πυθμένα και της ακτογραμμής. Επιπρόσθετα, η εικόνα της δυναμικής της θάλασσας, όπως προκύπτει μόνο από μετρήσεις είναι ατελής και αποσπασματική: οι μετρήσεις πεδίου με πλοία είναι αραιές στο χώρο και το χρόνο, ενώ οι δορυφορικές εικόνες παρέχουν μεγάλη χωρική κάλυψη και επαναληψιμότητα, αλλά σε μικρό αριθμό μεταβλητών και μόνο κοντά στην επιφάνεια (Stewart 2004). Το 'κενό' μπορούν να καλύψουν τα υδροδυναμικά αριθμητικά μοντέλα, τα οποία παρέχουν λεπτομερή και αρκετά ακριβή εικόνα για τη δυναμική ενός θαλάσσιου συστήματος. Έχουν ως βασικό στόχο να περιγράψουν τη χρονικά μεταβαλλόμενη κατανομή των ρευμάτων και φυσικών μεταβλητών όπως η θερμοκρασία, η αλατότητα και η πυκνότητα σε μια θαλάσσια περιοχή. Ενσωματώνοντας όλες τις σημαντικές διεργασίες και μηχανισμούς, προσομοιώνουν ρεαλιστικά τη θαλάσσια κίνηση, κάνουν παρεμβολή των μεταβλητών που προσδιορίζουν στο χώρο και το χρόνο και υπολογίζουν μελλοντικές κατανομές των μεταβλητών αυτών (πρόγνωση) (Kantha and Clayson 2000, Stewart 2004, Kämpf 2010).

Φυσικά, όπως σε όλα τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην έρευνα, υπάρχουν μειονεκτήματα. Τα αριθμητικά υδροδυναμικά μοντέλα δεν μπορούν να δώσουν πλήρη και απόλυτη περιγραφή των πεδίων ροής της θάλασσας και αυτό οφείλεται σε μια σειρά από λόγους (π.χ. Kantha and Clayson 2000, Griffies et al. 2010) και οι οποίοι επιγραμματικά παρουσιάζονται στη συνέχεια:

- Είναι απλοποιήσεις των πολυσύνθετων μηχανισμών που προκαλούν την κυκλοφορία στη θάλασσα, και κάνουν παραδοχές (όπως η υδροστατική προσέγγιση ή η μέση κατά βάθος κυκλοφορία) για λόγους διευκόλυνσης.
- Ένα συνεχές μέσο, όπως η θάλασσα, 'μεταπίπτει' και αντιμετωπίζεται ως διακριτό μέσο, που αποτελείται από διακριτά σημεία (σημεία πλέγματος – grid points), ενώ ο χρόνος αποτελείται από μικρά βήματα χρόνου Δt . Στα σημεία αυτά πραγματοποιούνται όλοι οι υπολογισμοί, από διακριτές εξισώσεις πλέον (discrete equations), η φύση των οποίων διαφέρει από τις 'αρχικές', συνεχείς εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη δυναμική ενός συνεχούς μέσου. Για τα υπόλοιπα σημεία του χώρου δεν είναι τίποτα γνωστό. Αυτή η διακριτοποίηση επιβάλλεται από τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών.
- Εξαιτίας της διακριτοποίησης, είναι δύσκολο να υπολογιστούν οι τυρβώδεις ροές (turbulence) σε όλες τις χωρικές και χρονικές κλίμακες. Οι τυρβώδεις διεργασίες, η φύση των οποίων είναι ούτως ή άλλως αντικείμενο μελέτης και ποσοτικοποίησης, χρειάζεται να παραμετροποιηθούν στις κλίμακες που δεν επιλύονται από το μοντέλο (subgrid-scale parameterization).
- Είναι πρακτικά πολύ δύσκολο να εξαλειφθούν όλων των ειδών τα λάθη που υπάρχουν στις χιλιάδες γραμμές κώδικα από τις οποίες αποτελείται συχνά ένα αριθμητικό μοντέλο. Επιπρόσθετα, η ακρίβεια στους υπολογισμούς

(στρογγυλοποιήσεις, αριθμός δεκαδικών ψηφίων) επηρεάζει σε μικρό ή μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματα.

- Η ατελής γνώση των συνθηκών που επικρατούν στα σημεία που τελειώνει το υπολογιστικό πεδίο του μοντέλου (ανοιχτά όρια) και των ανταλλαγών θερμότητας, νερού και ορμής με την ατμόσφαιρα οδηγεί πολλές φορές σε αποτελέσματα που απέχουν από την πραγματικότητα. Τα υδροδυναμικά μοντέλα έχουν μεγάλες απαιτήσεις σε δεδομένα πεδίου για την εκκίνηση, εκτέλεση και επαλήθευσή τους.

9. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΟ ΘΑΛΑΣΣΙΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΣΕ 1 ΚΑΙ 2 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Χωρίς να επιχειρείται εξαντλητική ανασκόπηση, γίνεται μια επιλεκτική παρουσίαση υδροδυναμικών μοντέλων, αντιπροσωπευτικών των διαφόρων κατηγοριών, με μεγάλη συχνότητα εμφάνισης στη διεθνή βιβλιογραφία. Στην διεύθυνση http://stommel.tamu.edu/~baum/ocean_models.html (Ocean/Atmosphere Circulation Modeling Projects, Department of Oceanography, Texas AandM University) παρατίθεται λίστα με τους δικτυακούς τόπους περίπου 50 αριθμητικών μοντέλων. Εκεί μπορούν να βρεθούν πληροφορίες για κάθε ένα πρόγραμμα προσομοίωσης της θαλάσσιας κυκλοφορίας, σχετική βιβλιογραφία, και σε πολλές περιπτώσεις ακόμα και ο κώδικας του μοντέλου και οδηγίες για την χρήση του. Επίσης, ολοκληρωμένες και σε βάθος προσεγγίσεις πάνω στην μοντελοποίηση θαλάσσιων διεργασιών δίνονται από τους Haidvogel and Beckmann (1999), Kantha and Clayson (2000), Dyke (2001), Hearn (2008) και Kämpf (2010).

Υπάρχουν μοντέλα γενικής κυκλοφορίας (ocean general circulation models, OGCM) που σχεδιάστηκαν να προσομοιώνουν τη δυναμική του παγκόσμιου ωκεανού και διεργασίες σε επιμέρους ωκεάνιες λεκάνες, με πρώτο και πιο δημοφιλές μοντέλο αυτό του Bryan (1969). Οι Bryan and Cox (1972) θεώρησαν σταθερή την πυκνότητα και μελέτησαν φαινόμενα μεταφοράς στον παγκόσμιο ωκεανό με ένα βαροτροπικό, διςδιάστατο ομοίωμα. Έκτοτε, τα μοντέλα των Bryan and Cox αποτέλεσαν τη βάση και εξελίχθηκαν σε πλήθος και ποικιλία μοντέλων. Ένα από τα πλέον δημοφιλή μοντέλα που προέκυψαν από αυτά των Bryan and Cox είναι το MOM (Modular Ocean Model) που αναπτύχθηκε και εξελίσσεται από ερευνητές στο Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL) στις Η.Π.Α. Το μοντέλο OCCAM που αναπτύχθηκε στο Southampton Oceanography Center (Ηνωμένο Βασίλειο) και στηρίζεται στο MOM είναι ένα τρισδιάστατο ομοίωμα πρωτογενών εξισώσεων που εντάσσεται σε ένα ευρύτερο πρόγραμμα έρευνας της κυκλοφορίας του Παγκόσμιου ωκεανού. Εφαρμόζεται σε μελέτες παγκόσμιας κυκλοφορίας και κλιματικών αλλαγών (Webb et al. 1998), ενώ έχει μελετηθεί και η δυναμική επιμέρους ωκεάνιων μαζών, όπως ο Ειρηνικός (Saunders et al. 1999).

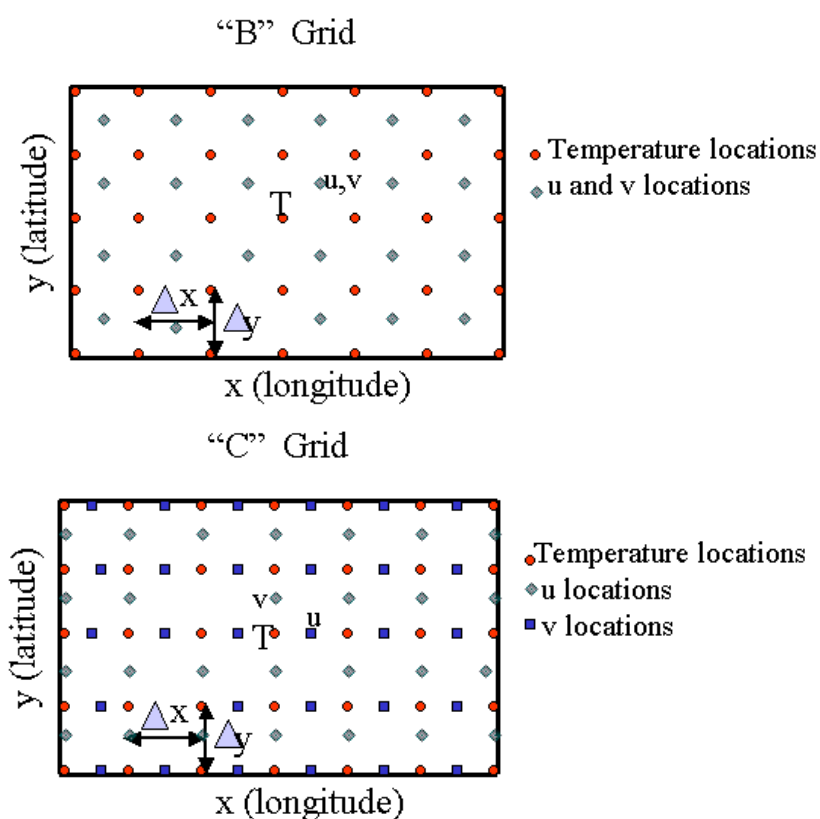
Οι Nihoul and Jamart (1987) και Lynch and Davies (1995) παρουσίασαν μια σειρά από τρισδιάστατα μοντέλα, κατάλληλα για περιφερειακές θάλασσες, ημίκλειστες θάλασσες, κόλπους και παράκτιες περιοχές. Σε αυτά περιλαμβάνονται το γνωστό Princeton Ocean Model (POM) των Blumberg-Mellor (1987) και το μοντέλο του Backhaus (1985). Οι διεργασίες που πρέπει να είναι ικανά να περιγράψουν τα ομοιώματα αυτά - επίδραση εκβολών ποταμών και οριζόντιες βαθμίδες πυκνότητας, δημιουργία - υποχώρηση θερμοκλινούς, παλίρροιες, τυρβώδεις διεργασίες από πυθμένα και από επιφάνεια (διατμητικές τάσεις ανέμου), αναδύσεις νερού και κινήσεις Ekman, δημιουργία βαθιών νερών, κύματα καταιγίδας, μεταφορά ρυπαντών - καλύπτουν χωρικές κλίμακες από δεκάδες μέτρα μέχρι 100km και χρονικές κλίμακες από ώρες μέχρι μήνες (Σχήματα 2.2 και 2.4). Η δυναμική της Βόρειας Θάλασσας, και γενικότερα η υφαλοκρηπίδα της βορειοδυτικής Ευρώπης, έχει μελετηθεί συστηματικά από πλήθος ερευνητών και μοντέλων (π.χ. Backhaus 1985, Oey and Chen 1992, Lenhart et al. 1995, Pohlman 1996a, b, c, Hjøllø et al. 2009). Η Μεσόγειος επίσης αποτελεί πεδίο έρευνας μέσω εφαρμογής μιας σειράς αριθμητικών προσομοιώσεων, τόσο ολόκληρη η λεκάνη όσο και τμήματά της. Ο Beckers (1991) χρησιμοποίησε ένα τρισδιάστατο ομοίωμα με πλέγμα 15km για να μελετήσει την εποχικότητα στη Δυτική Μεσόγειο. Οι Zavatarelli and Mellor (1995) εφάρμοσαν το μοντέλο POM σε ολόκληρη τη Μεσόγειο με μεταβλητό μέγεθος κελιών (curvilinear grid) ενώ το ίδιο

μοντέλο χρησιμοποιήθηκε και από τους Drakopoulos and Lascaratos (1999) και Lascaratos and Nittis (1998) που διερεύνησαν τη δημιουργία του λεγόμενου ενδιάμεσου νερού στη θάλασσα της Λεβαντίνης στην Ανατολική Μεσόγειο και Skliris et al. (2007) που μελέτησαν την αντίδραση της Μεσογείου και των επιμέρους λεκανών της στις μεταβολές του ισοζυγίου γλυκού νερού που έχουν καταμετρηθεί τις τελευταίες δεκαετίες. Το μοντέλο MOM εφαρμόστηκε από αρκετούς ερευνητές, οι οποίοι διερεύνησαν τη γενική κυκλοφορία σε ολόκληρη τη λεκάνη (Roussenon et al. 1995), την επίδραση της τοπογραφίας (Alvarez et al. 1994) και τους μηχανισμούς λειτουργίας ενδιάμεσων και βαθιών νερών (Haines and Wu 1998). Το πρόγραμμα MEDMEX (Mediterranean Model Evaluation Experiment), στο οποίο συμμετείχαν ερευνητικά ινστιτούτα και πανεπιστήμια από αρκετές ευρωπαϊκές χώρες, είχε ως στόχο τη σύγκριση της λειτουργίας και των αποτελεσμάτων μιας σειράς μοντέλων και την περαιτέρω βελτίωσή τους (Beckers et al. 2002). Στο πείραμα αυτό, τα μοντέλα GHER, POM, ORA και δυο εκδόσεις του MOM εφαρμόστηκαν στη Μεσόγειο σε κοινή βάση (ίδια χωρική ανάλυση και οδηγούμενα από τα ίδια ατμοσφαιρικά δεδομένα). Κανένα μοντέλο δεν έδειξε να λειτουργεί 'καλύτερα' από τα άλλα: ορισμένα περιγράφουν πιστότερα τη μεταβλητότητα, άλλα περιγράφουν καλύτερα τα χαρακτηριστικά των βαθιών νερών κ.ο.κ. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι όλα τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν, αναπαράγουν ικανοποιητικά τη γενική κυκλοφορία της Μεσογείου, δίνοντας σε γενικές γραμμές παρόμοια αποτελέσματα όταν βαθμονομηθούν κατάλληλα οι πλέον ευαίσθητες παράμετροι, οι συντελεστές κατακόρυφης τυρβώδους ανάμιξης. Πιο πρόσφατες αριθμητικές προσομοιώσεις σε επιμέρους θαλάσσιες περιοχές της Μεσογείου περιλαμβάνουν τη διερεύνηση της κυκλοφορίας στη βορειοδυτική υφαλοκρηπίδα της Μεσογείου από τους Garreau et al. (2011), τη διερεύνηση της επίδρασης της τοπογραφίας στην ανεμογενή κυκλοφορία στη βόρεια Αδριατική από τους Malačič et al. (2012), ενώ, όπως θα αναφερθεί και στη συνέχεια, η υδροδυναμική πολλών περιοχών μέσης και μικρής κλίμακας έχει μελετηθεί σε συνάρτηση με την οικολογία και τη γεωχημεία.

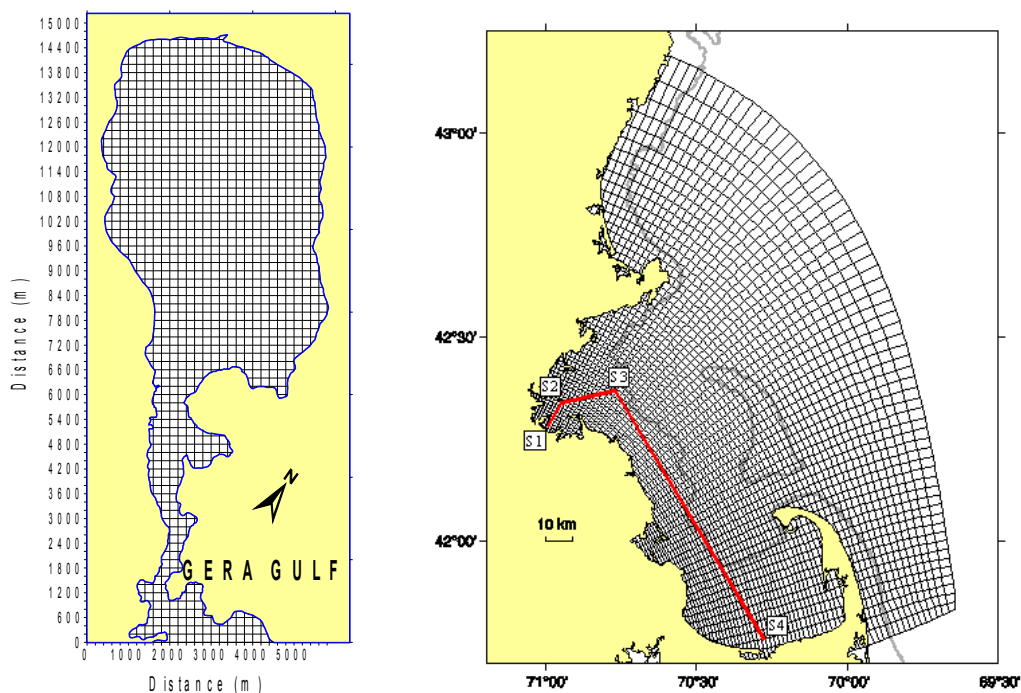
10. ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ - ΠΛΕΓΜΑΤΑ

Τέλος, τα μοντέλα διαφοροποιούνται ανάλογα με το πλέγμα και τη μέθοδο που χρησιμοποιούν για την επίλυση των εξισώσεων. Συνηθέστερα χρησιμοποιούνται οι πεπερασμένες διαφορές (finite differences) σε αριθμητικό σχήμα διάφορων μορφών στην οριζόντια διάσταση (π.χ. Aracawa B, C – Σχήμα 10.1). Το είδος του πλέγματος που χρησιμοποιείται για την οριζόντια διακριτοποίηση του μοντέλου μπορεί να είναι είτε ορθογώνιο (rectilinear–orthogonal) είτε καμπυλόγραμμο (curvilinear) (Σχήμα 10.2). Επίσης χρησιμοποιούνται σε μικρότερο βαθμό και τα πεπερασμένα στοιχεία (finite elements) για την οριζόντια διακριτοποίηση (για παράδειγμα το μοντέλο ADCIRC, <http://adcirc.org/>), κυρίως για διεργασίες της παράκτιας ζώνης. Σε ένα πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, οι μεταβλητές υπολογίζονται σε στοιχειώδεις όγκους τριγωνικού σχήματος.

Εκτός από τα συγγράμματα των Kantha and Clayson (2000), Dyke (2001), Hearn (2008) και Kämpf (2010), οι βασικές έννοιες και τα στάδια ανάπτυξης ενός υδροδυναμικού μοντέλου προσομοίωσης περιγράφονται στις ιστοσελίδες <http://www.oc.nps.navy.mil/nom/modeling> (Numerical Ocean Modeling Concepts, 2013) και <http://www.phy.ornl.gov/csep/CSEP/OM/OM.html> (Ocean Models, 2013).



Σχήμα 10.1. Πεπερασμένες διαφορές: οριζόντιο πλέγμα τύπου B και C (Numerical Ocean Modeling Concepts, <http://www.oc.nps.edu/nom/modeling/>).



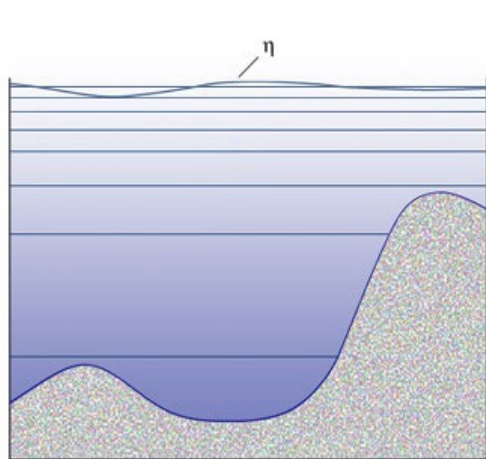
Σχήμα 10.2. Παραδείγματα οριζόντιας διακριτοποίησης (πλέγματος): αριστερά, ορθογώνιο πλέγμα (Kolonoyiannis and Tsirtsis 2005) και δεξιά, καμπυλόγραμμο πλέγμα (Signell et al. 2000).

Ο τρόπος διακριτοποίησης της κατακόρυφης διάστασης (του βάθους) διαφοροποιεί τα μοντέλα σε τέσσερις κατηγορίες. Τα μοντέλα των Bryan-Cox, το MOM και γενικά τα ομοιώματα που φιλοδοξούν να περιγράψουν με ακρίβεια τις διεργασίες στο επιφανειακό στρώμα του ωκεανού χρησιμοποιούν το σύστημα των Ζήτα – συντεταγμένων, δηλαδή οριζόντια επίπεδα με σταθερή ή μεταβλητή απόσταση μεταξύ τους. Έτσι, διατηρείται επαρκής ανάλυση για τη ρεαλιστική προσομοίωση των θερμο-υδροδυναμικών διεργασιών στο τμήμα αυτό της θάλασσας που έρχεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα (Σχήμα 10.3α). Οι Blumberg and Mellor (1983, 1987) και Haidvogel et al. (1991) εισήγαγαν ένα μετασχηματισμένο σύστημα κατακόρυφης διακριτοποίησης, που αναφέρεται ως σύστημα σίγμα – συντ/ων (σ ή terrain following). Γενικά, ορίζεται ως $\sigma = z/D$ με z το βάθος και D το ολικό βάθος της στήλης του νερού, υιοθετήθηκε από την μετεωρολογία και τη μοντελοποίηση ατμοσφαιρικών διεργασιών και αποδεικνύεται ιδιαίτερα κατάλληλο για παράκτιες εφαρμογές αφού διατηρείται η ανάλυση της στήλης πάνω από απότομες μεταβολές της βαθυμετρίας (Σχήμα 10.3β). Μια τρίτη προσέγγιση ακολουθείται από μοντέλα που στοχεύουν να περιγράψουν τη λειτουργία βαθιών ωκεάνιων μαζών και στηρίζεται στο γεγονός ότι ο ωκεανός είναι ρηχός (αν συγκρίνει κανείς τις οριζόντιες με τις κατακόρυφες κλίμακες) και στρωματοποιημένος. Αυτό έχει ως συνέπεια, οι κινήσεις στο εσωτερικό των ωκεανών να γίνονται πολύ ευκολότερα κατά μήκος των ισόπυκνων επιφανειών (επιφανειών ίσης πυκνότητας), καθώς έτσι χρειάζεται πολύ λιγότερη ενέργεια, παρά διαμέσου αυτών (Knauss 1997). Παραδείγματα μοντέλων που χρησιμοποιούν το σύστημα των ισόπυκνων συντεταγμένων (isopycnal ή isopycnal models) είναι τα μοντέλα MICOM και OCCAM. Οι ισόπυκνες συντεταγμένες (Σχήμα 10.3γ), η θέση και το πάχος των

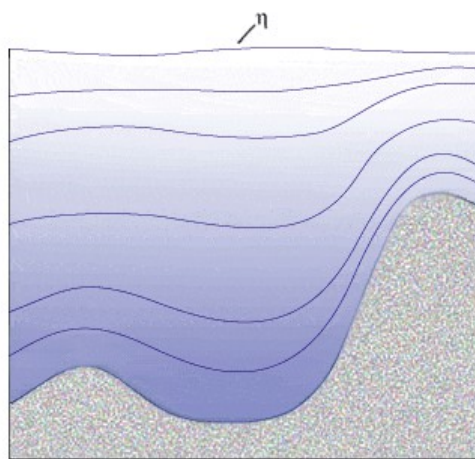
οποίων μεταβάλλονται συναρτήσει της δυναμικής, είναι πιο κατάλληλες και για προσομοιώσεις μεγάλων περιόδων, όπου η διατήρηση - συνέχεια των χαρακτηριστικών των μαζών νερού είναι σημαντική (Kantha and Clayson 2000, Griffies et al. 2010).

Τα τελευταία χρόνια διαφαίνεται μια τάση ενοποίησης των τριών αυτών συστημάτων κατακόρυφης διακριτοποίησης και δημιουργίας μιας νέας γενιάς υδροδυναμικών μοντέλων με υβριδικό σύστημα κατακόρυφων συντεταγμένων. Ένα τέτοιο μοντέλο είναι ισόπυκνο στις ανοιχτές, βαθιές ωκεάνιες περιοχές, ενώ το σύστημα συντεταγμένων μετασχηματίζεται ομαλά σε σίγμα πάνω από ρηχές, παράκτιες ζώνες και σε ζήτα συντεταγμένες στο επιφανειακό, αναμεμιγμένο στρώμα της θάλασσας (Σχήμα 10.3δ). Συνδυάζονται έτσι τα πλεονεκτήματα και των τριών προσεγγίσεων. Παράδειγμα μοντέλου υβριδικών συντεταγμένων αποτελεί το HYCOM (Halliwell 2001, Androulidakis and Kourafalou 2011).

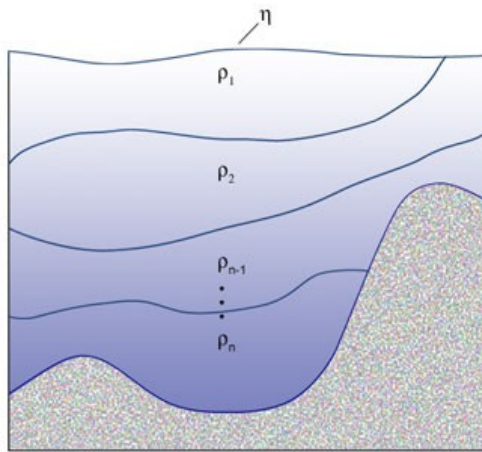
Ένα ακόμα κριτήριο διαχωρισμού των υδροδυναμικών μοντέλων είναι το πώς προσεγγίζουν τις κατανομές πυκνότητας στο εσωτερικό του ωκεανού. Στα βαροτροπικά μοντέλα (π.χ. Bryan and Cox 1972) αγνοούνται οι μεταβολές πυκνότητας: η προσομοιωμένη θάλασσα μάζα θεωρείται ότι έχει σταθερή πυκνότητα, υπολογίζονται οι μεταβολές της θάλασσας στάθμης, οι μέσες κατά βάθος οριζόντιες ταχύτητες και οι οριζόντιες ροές ενός συστήματος που θεωρείται δισδιάστατο. Στα βαροκλινικά ή τρισδιάστατα μοντέλα, όπου λαμβάνονται υπόψη οι μεταβολές της πυκνότητας, οι εξισώσεις λύνονται σε τρεις διαστάσεις και υπολογίζονται οι κατανομές των μεταβλητών συναρτήσει του βάθους ρευμάτων όπως και οι κατανομές της θερμοκρασίας και της αλατότητας (Σχήμα 10.4). Στα σύγχρονα αριθμητικά ομοιώματα έχει καθιερωθεί η τεχνική διαχωρισμού του βήματος χρόνου (mode splitting techniques) (Luyten et al. 1999): το δισδιάστατο – βαροτροπικό κομμάτι της δυναμικής (ανύψωση της ελεύθερης θάλασσας επιφάνειας και μέσα κατά βάθος ρεύματα) υπολογίζεται ξεχωριστά σε ένα μικρό βήμα χρόνου, ενώ το τρισδιάστατο – βαροκλινικό κομμάτι της δυναμικής (κατακόρυφη δομή των ρευμάτων, θερμοκρασίας, αλατότητας) υπολογίζεται σε ένα πολύ μεγαλύτερο βήμα χρόνου.



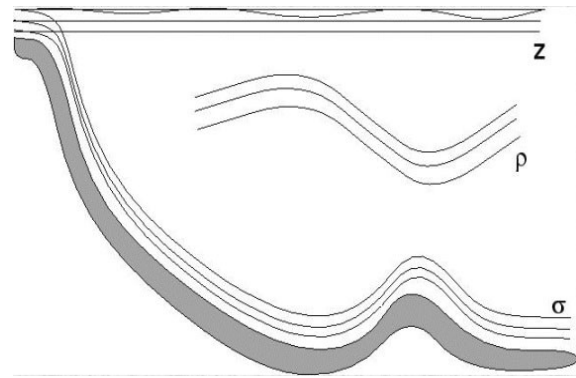
(α) Z - συντεταγμένες



(β) σίγμα – συντεταγμένες

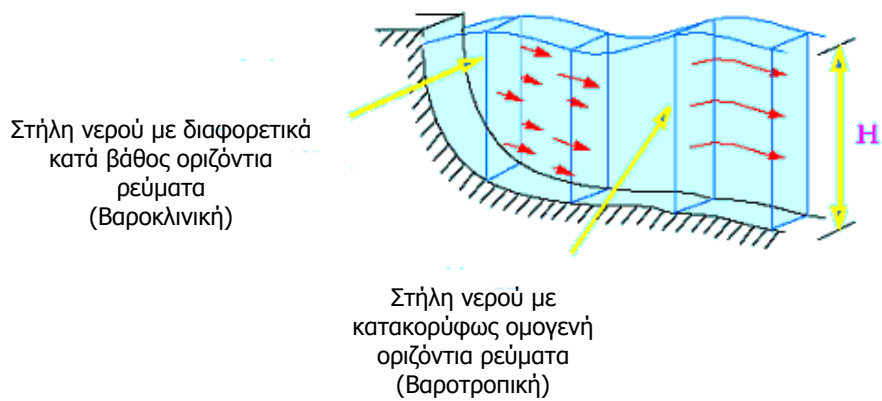


(γ) ισόπυκνες συντεταγμένες



(δ) υβριδικές συντεταγμένες

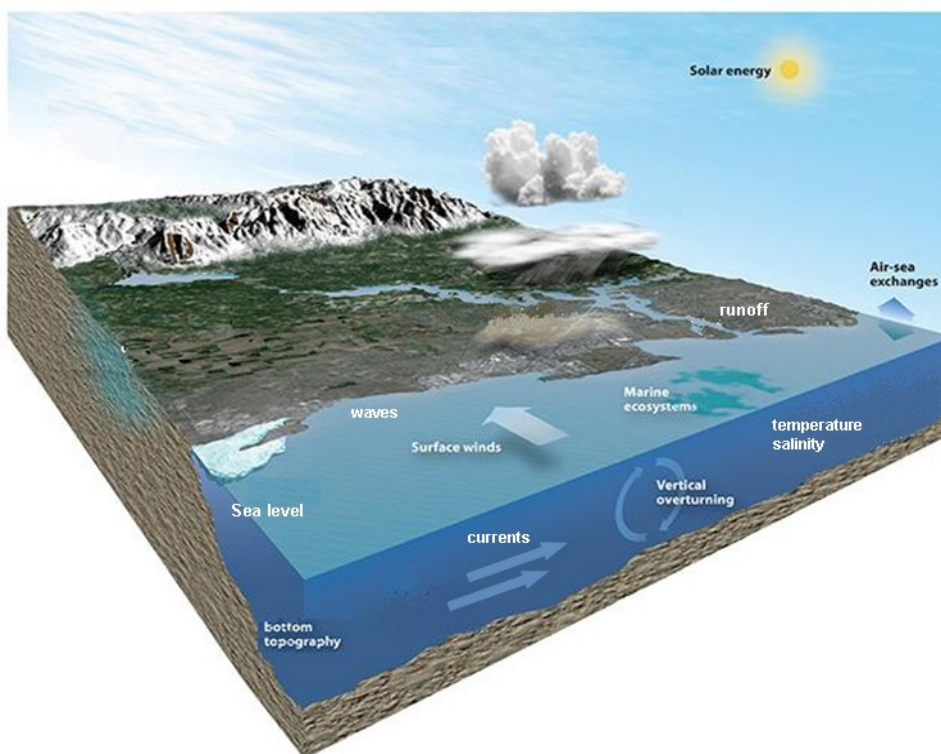
Σχήμα 10.3. Απεικόνιση των συστημάτων συντεταγμένων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή – διακριτοποίηση του κατακόρυφου άξονα (Numerical Ocean Modeling Concepts, <http://www.oc.nps.edu/nom/modeling/>).



Σχήμα 10.4. Σχηματική παράσταση βαροκλινικού και βαροτροπικού μοντέλου (Ocean Models, 2013, τροποποιημένο). Ορισμοί για βαροτροπικό/βαροκλινικό υγρό μπορούν να βρεθούν στους Pond and Pickard (1983).

11. ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ

Βασική επιδίωξη των μοντέλων προσομοίωσης της θαλάσσιας δυναμικής είναι η ρεαλιστική περιγραφή και αναπαραγωγή των κατανομών στο χώρο και το χρόνο των πεδίων ταχυτήτων και άλλων φυσικών μεταβλητών όπως η θερμοκρασία και η αλατότητα (Kantha and Clayson 2000, Kämpf 2010). Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται (οι πρωτογενείς εξισώσεις – primitive equations), δανεισμένες από την ρευστομηχανική, είναι δοκιμασμένες και κοινά αποδεκτές (Nihoul 1999). Οι μεταβλητές κατάστασης των μοντέλων αυτών είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας V στους τρεις άξονες, η θερμοκρασία T , η αλατότητα S , και σε ορισμένες περιπτώσεις η ανύψωση της ελεύθερης στάθμης η . Υπομοντέλα περιγραφής της τύρβης (π.χ. Mellor and Yamada 1982) χρησιμοποιούνται για την παραμετροποίηση της κατακόρυφης τυρβώδους ανάμιξης-διάχυσης και για τον υπολογισμό μεγεθών που σχετίζονται με την τυρβώδη ροή, όπως η τυρβώδης κινητική ενέργεια k , ο ρυθμός απόσβεσης (dissipation rate) αυτής ϵ ή η τυπική κλίμακα τύρβης ℓ (turbulent mixing length). Ο τύπος των αριθμητικών σχημάτων που χρησιμοποιούνται, ο τρόπος διακριτοποίησης στην κατακόρυφο (z -επίπεδα, σίγμα-συντεταγμένες, ισόπυκνα), ο τρόπος υπολογισμού της τυρβώδους ανάμιξης - διάχυσης, η χρήση ή μη της υδροστατικής προσέγγισης είναι μερικές από τις διαφορές των βασικότερων μοντέλων αλλά και τομείς συνεχούς εξέλιξής τους (Ezer et al. 2002, Griffies et al. 2010).



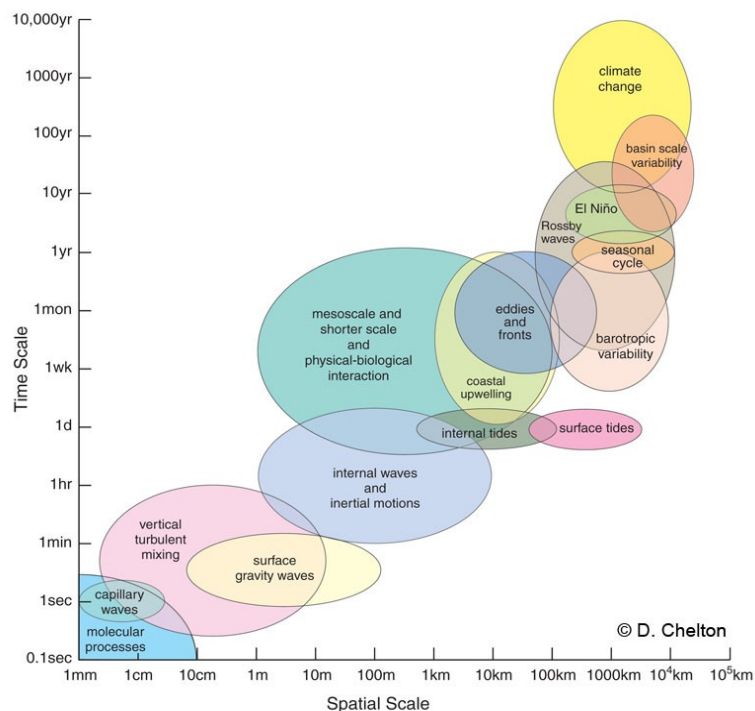
Σχήμα 11.1. Σχηματική αναπαράσταση μερικών από τις διεργασίες και μεταβλητές που λαμβάνει υπόψη του ένα υδροδυναμικό μοντέλο για τον παράκτιο χώρο (University Corporation for Atmospheric Research, 2013, τροποποιημένο).

Οι διαφορικές εξισώσεις της κίνησης, της συνέχειας και της διατήρησης της θερμότητας και του άλατος γράφονται σε μορφή πεπερασμένων διαφορών συνήθως, για να λυθούν με αριθμητικές μεθόδους (Mathews 1992) σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού, συνηθέστερα σε FORTRAN (Kantha and Clayson 2000). Η επιλογή της περιοχής εφαρμογής του μοντέλου και η διακριτοποίησή του στο χώρο και το χρόνο αποτελούν κρίσιμο στάδιο στην ανάπτυξη μιας αριθμητικής προσομοίωσης (Hearn 2008). Η περιοχή χωρίζεται σε στοιχειώδη χωρικά βήματα dx , dy - και dz αν το μοντέλο είναι τρισδιάστατο (χωρική διακριτοποίηση – ανάλυση). Δημιουργείται έτσι ένα πλέγμα (κάναβος), στο κάθε κελί του οποίου επιλύονται οι εξισώσεις και ανανεώνονται οι τιμές των μεταβλητών σε κάθε βήμα χρόνου dt (χρονική διακριτοποίηση). Απαραίτητος είναι ο υπολογισμός του βάθους σε κάθε σημείο του πλέγματος, δηλαδή η βαθυμετρία της περιοχής μελέτης είναι ένα από τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου.

Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων του μοντέλου αποτελεί ουσιαστικά ένα πρόβλημα αρχικών και οριακών τιμών (Mathews 1992, Griebel et al. 1998). Επομένως, η επαρκής περιγραφή των αρχικών και κυρίως των οριακών συνθηκών αποτελεί ένα ακόμα βασικό στάδιο και είναι καθοριστικής σημασίας για μία επιτυχή αριθμητική προσομοίωση. Πρέπει να παρέχονται τιμές θερμοκρασίας, αλατότητας και ταχύτητας στα ανοιχτά όρια που γειτνιάζουν με τη θαλάσσια μάζα που είναι εκτός υπολογιστικού πεδίου, όπως επίσης τιμές θερμοκρασίας και αλατότητας στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας. Για τον προσδιορισμό των οριακών συνθηκών, λαμβάνονται υπόψη οι μηχανισμοί διέγερσης του συστήματος (forcing functions): (α) στην διεπιφάνεια θάλασσας-ατμόσφαιρας πρέπει να καθοριστούν οι ροές θερμότητας, νερού (εξάτμιση μείον βροχόπτωση) και ορμής (τάση ανέμου), (β) στα κλειστά όρια θάλασσας-στεριάς όπου οι ανταλλαγές τίθενται ίσες με μηδέν (εκτός αν έχουμε παροχές, π.χ. από ποτάμια), (γ) στα ανοιχτά όρια του υπολογιστικού πεδίου, όπου υπάρχει επίδραση της ευρύτερης θαλάσσιας περιοχής με την περιοχή ενδιαφέροντος. Οι αρχικές συνθήκες περιγράφουν το σύστημα όταν $t=0$. Οι αρχικές κατανομές θερμοκρασίας και αλατότητας μπορεί να είναι ομοιόμορφες στο εσωτερικό της θαλάσσιας μάζας ή τρισδιάστατες, που προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματικότητα.

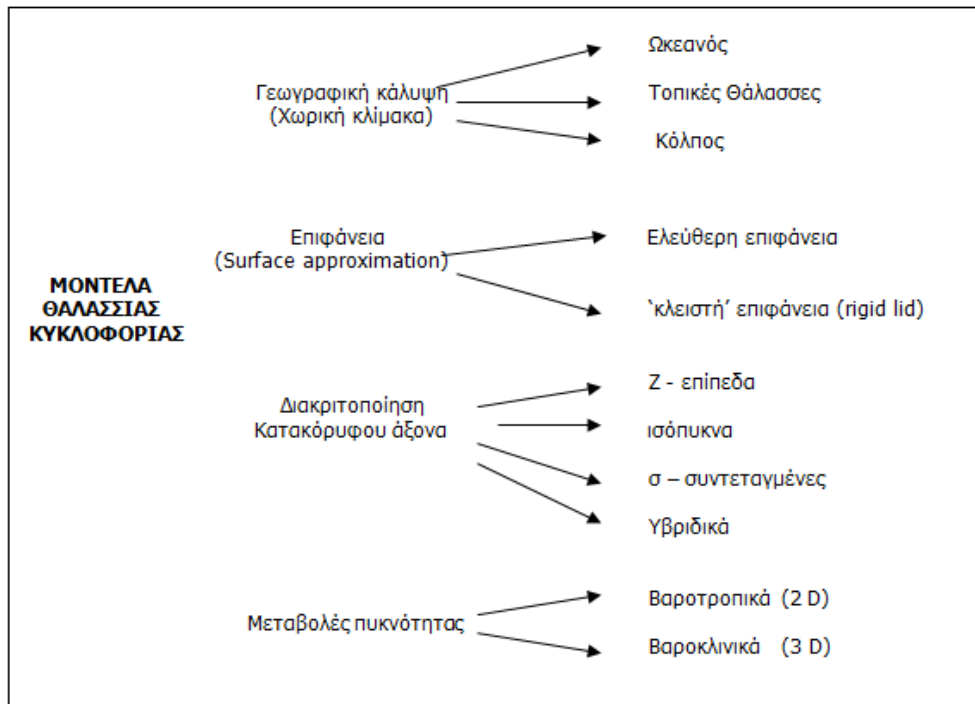
Το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων συμπληρώνεται (κλείνει) με τη χρήση πρόσθετων εξισώσεων που περιγράφουν την τυρβώδη φύση των κινήσεων του θαλασσινού νερού (αν και οι μηχανισμοί των τυρβωδών φαινομένων δεν είναι ακόμα απόλυτα κατανοητοί). Στα πιο εκλεπτυσμένα μοντέλα χρησιμοποιείται συνήθως ένα υπομοντέλο τύρβης για τον υπολογισμό της τυρβώδους διάχυσης (π.χ Mellor and Yamada 1982). Ο υπολογισμός των τιμών των μεταβλητών σε κάθε βήμα χρόνου dt (ο υπολογισμός δηλαδή των νέων πεδίων ταχυτήτων, θερμοκρασίας, αλατότητας κ.ο.κ) γίνεται με την ολοκλήρωση του συστήματος των εξισώσεων στο χρόνο ή αλλιώς, την εκτέλεση του μοντέλου.

Η κυκλοφορία των υδάτινων μαζών στη θάλασσα είναι αποτέλεσμα πλήθους διεργασιών και φαινομένων, όπως οι επιφανειακές ανταλλαγές θερμότητας, νερού και ορμής (δράση ανέμου) με την ατμόσφαιρα, οι μεταβολές πυκνότητας που σχετίζονται με διαφορετικές μάζες νερού, η επίδραση αστρονομικών δυνάμεων (παλίρροιες) και φαινόμενα διατμητικών τάσεων (Pond and Pickard 1983, Knauss 1997). Αυτοί οι μηχανισμοί διέγερσης προκαλούν κινήσεις στους ωκεανούς και τις θάλασσες που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα από χωρικές και χρονικές κλίμακες: από λίγα εκατοστά και μέτρα έως εκατοντάδες χιλιόμετρα και από δευτερόλεπτα - ώρες έως υπερδεκαετίες - εκατονταετίες (Σχήμα 11.2).



Σχήμα 11.2. Χωρικές και χρονικές κλίμακες φυσικών διεργασιών και φαινομένων στη θάλασσα (Oregon State University 2013).

Στις σχεδόν τέσσερις δεκαετίες που χρησιμοποιούνται τα υδροδυναμικά μοντέλα για τη διερεύνηση της λειτουργίας των θαλασσών έχει γίνει κατανοητό ότι κανένα μοντέλο δεν μπορεί να περιγράψει και να αναπαράγει με ακρίβεια όλα τα φαινόμενα κυκλοφορίας σε όλες τις κλίμακες (James 2002). Αυτό συμβαίνει τόσο λόγω περιορισμών που εξακολουθεί να επιβάλλει η διαθέσιμη ισχύς των υπολογιστικών συστημάτων μέχρι σήμερα, όσο και λόγω της ατελούς γνώσης και άρα περιγραφής ορισμένων φυσικών φαινομένων, όπως οι τυρβώδεις ροές. Έτσι, οι προσπάθειες μοντελοποίησης έχουν διαφοροποιηθεί: κάποια μοντέλα περιγράφουν καλύτερα την ωκεάνια θερμόαλη κυκλοφορία μεγάλης κλίμακας και τους μέσης κλίμακας σχηματισμούς (mesoscale eddies), άλλα εστιάζουν στο επιφανειακό αναμεμιγμένο στρώμα της θάλασσας, ενώ άλλα έχουν αναπτυχθεί πρωτίστως για παράκτιες εφαρμογές πάνω από την ηπειρωτική υφαλοκρηπίδα (Kantha and Clayson 2000). Στο Σχήμα 11.3 παρουσιάζεται μια ταξινόμηση των υδροδυναμικών μοντέλων σύμφωνα με τα κυριότερα κριτήρια που έχουν επικρατήσει στην ωκεανογραφία (Ocean Models 2013).

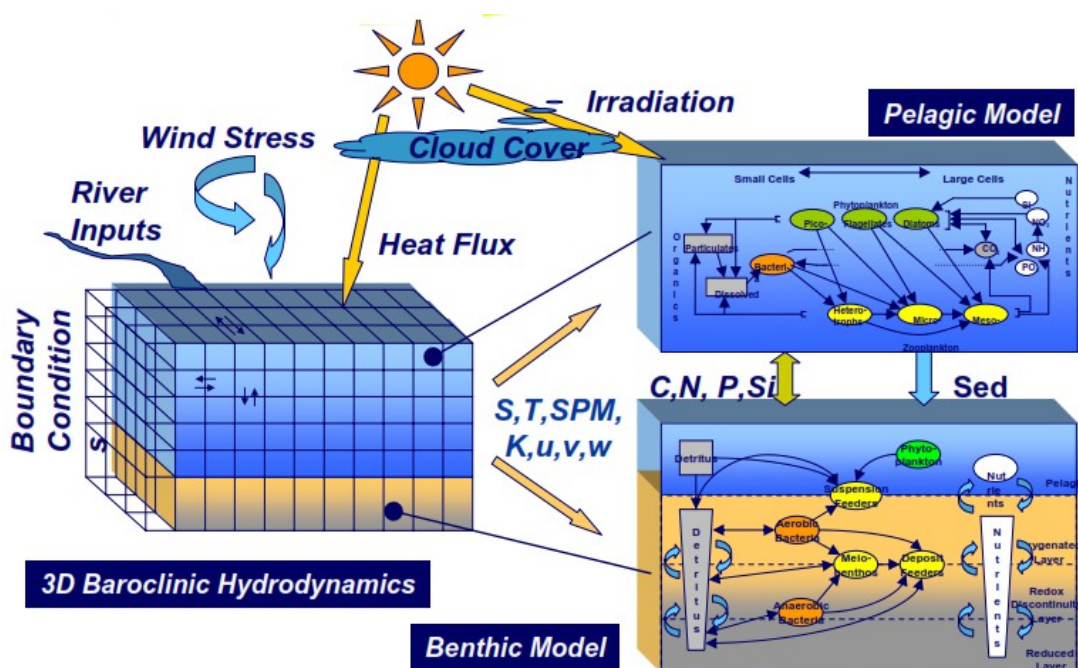


Σχήμα 11.3. Κατηγοριοποίηση υδροδυναμικών μοντέλων ανάλογα με τα χαρακτηριστικά που τα διαφοροποιούν (Ocean Models 2013, τροποποιημένο).

12. ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ – ΟΙΚΟΛΟΓΙΑΣ

12.1. Εισαγωγή

Σκοπός των συζευγμένων υδροδυναμικών – οικολογικών μοντέλων (ή αλλιώς των μοντέλων οικοσυστήματος) είναι η ρεαλιστική περιγραφή και πρόβλεψη της λειτουργίας ενός θαλάσσιου οικοσυστήματος και η παρακολούθηση του πώς, οι συγκεντρώσεις και οι ροές στοιχείων που είναι βιολογικά σημαντικά (C, N, P, Si, O) μεταβάλλονται στο χρόνο και το χώρο, κάτω από την επίδραση φυσικών μηχανισμών διέγερσης (ρεύματα, θερμοκρασία, φως κ.α.), με όσο το δυνατό μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα στο χώρο. Η ανάπτυξη πολύπλοκων μοντέλων οικοσυστήματος στηρίζεται στην εξέλιξη των επιμέρους πεδίων μοντελοποίησης, όπως τα υδροδυναμικά μοντέλα κυκλοφορίας, την προσομοίωση της δυναμικής του πλαγκτού σε σημεία-σταθμούς στη θάλασσα ή σε εργαστηριακές πειραματικές διατάξεις (μικρόκοσμοι - μεσόκοσμοι), την προσπάθεια κατανόησης της δομής και της δυναμικής των ανώτερων τροφικών επιπέδων, το ρόλο και τη λειτουργία του βένθους κλπ.



Σχήμα 12.1. Σχηματική αναπαράσταση ενός συζευγμένου μοντέλου οικοσυστήματος με τρεις συνιστώσες - υπομοντέλα: υδροδυναμικό μοντέλο– οικολογικό μοντέλο υδάτινης στήλης – οικολογικό μοντέλου βένθους (Holt 2004).

Στα τρισδιάστατα μοντέλα οικοσυστήματος, η επίδραση των φυσικών διεργασιών γίνεται πιο ρεαλιστική. Έτσι, εφαρμόζεται στη πράξη η αντίληψη ότι, οι φυσικοί μηχανισμοί είναι καθοριστικοί για τις περιβαλλοντικές συνθήκες μέσα στις οποίες αναπτύσσονται και λειτουργούν οι οργανισμοί και λαμβάνουν χώρα οι διεργασίες ενός οικοσυστήματος (Mann and Lazier 1996, Fennel and Neumann 2004). Η επίδραση των χημικών και βιολογικών διεργασιών πάνω στις φυσικές θεωρείται γενικά περιορισμένη και η μοντελοποίηση της φυσικής κυκλοφορίας μπορεί να επιτευχθεί πολύ ικανοποιητικά χωρίς να ληφθεί υπόψη η βιολογία ή η χημεία. Αντίθετα, οι φυσικές διεργασίες και μηχανισμοί, που περιλαμβάνουν

τα ρεύματα, τη θερμοκρασία, την αλατότητα, τις παλίρροιες, τα κύματα και τις οριζόντιες και κατακόρυφες δομές που όλα αυτά δημιουργούν, παίζουν αποφασιστικό ρόλο στον τύπο και τη δυναμική ενός οικοσυστήματος, μεταφέροντας και διασπείροντας την σωματιδιακή και διαλυτή, οργανική και ανόργανη, ζώσα και αβιοτική ύλη του θαλάσσιου περιβάλλοντος και ρυθμίζοντας όλες τις βιολογικές δραστηριότητες, από τη μεταφορά θρεπτικών και βακτηρίων και την ανάπτυξη του φυτοπλαγκτού ως τις κατακόρυφες κινήσεις του ζωπλαγκτού και τη συμπεριφορά των ψαριών (Mann and Lazier 1996, Longhurst 2006, Blackford et al. 2010). Επομένως, ένα μοντέλο που φιλοδοξεί να ποσοτικοποιήσει και να προσομοιώσει ρεαλιστικά τη δυναμική ενός οικοσυστήματος πρέπει να είναι σε θέση να περιγράψει όσο το δυνατόν πιστότερα τις φυσικές συνθήκες και τις μεταβολές τους (James 2002).

Το θεμέλιο για τη μοντελοποίηση των κατώτερων τροφικών επιπέδων ενός θαλάσσιου οικοσυστήματος είναι το πώς το φυτοπλαγκτόν (η βάση της τροφικής αλυσίδας) αναπτύσσεται σε συνάρτηση με τα θρεπτικά και το φως. Ανάλογα με το ερευνητικό ερώτημα και την εφαρμογή, τα συζευγμένα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί έως σήμερα γενικά περιλαμβάνουν:

- βιοχημικές διεργασίες της στήλης νερού (π.χ. πρόσληψη θρεπτικών από φυτοπλαγκτόν),
- περιγραφή της μεταβολής του φωτός κάτω από την επιφάνεια (για τους όρους ανάπτυξης του φυτοπλαγκτού),
- περιγραφή των αλληλεπιδράσεων στο τροφικό πλέγμα (σχέσεις μεταξύ φυτών, μεταξύ ζώων, σχέσεις φυτών-ζώων, μικροβιακός κύκλος),
- ανταλλαγές ύλης με το εξωτερικό περιβάλλον (εισροές θρεπτικών, οργανικής-σωματιδιακής ύλης από τη στεριά, την ατμόσφαιρα, παροχές ποταμών, οριακές συνθήκες),
- σύνδεση των διεργασιών στο ίζημα (βιολογικές-γεωλογικές) με τη στήλη του νερού,
- αναδράσεις (feedbacks) και μεταβολές στα οικοσυστήματα λόγω κλιματικών αλλαγών (μεταβολές στους βιολογικούς πόρους και διαχείριση τους, δέσμευση διοξειδίου του άνθρακα και οξίνιση των ωκεανών),
- ποσοτική περιγραφή φυσικών διεργασιών μεταφοράς (transport) βιοτικών και αβιοτικών συστατικών του οικοσυστήματος (οριζόντια μεταφορά, κατακόρυφη ανάμιξη, καταβύθιση).

Όταν η περιγραφή φυσικών διεργασιών (7) παρέχεται από ένα 3D μοντέλο κυκλοφορίας, τότε προκύπτει ένα τρισδιάστατο μοντέλο θαλάσσιου οικοσυστήματος (Σχήμα 12.1).

Η μοντελοποίηση του θαλάσσιου οικοσυστήματος σε τρεις διαστάσεις (οριζόντια και κατακόρυφη διακριτοποίηση ταυτόχρονα) έγινε εφικτή στα τέλη της δεκαετίας του 1980, οπότε αφενός οι μη-γραμμικές οικολογικές εξισώσεις μπορούσαν να επιλυθούν με αριθμητικές μεθόδους από τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές και αφετέρου, η υπολογιστική ισχύς μπορούσε να ανταποκριθεί στην απαιτούμενη διακριτική ικανότητα, χωρική, χρονική και τροφική (James 2002 - Σχήμα 12.2, Fennel and Neumann 2004). Η ανάπτυξη των μοντέλων αυτών ακολούθησε την εξέλιξη των μοντέλων κυκλοφορίας, που έφτασαν σε τέτοιο βαθμό ωριμότητας ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν αξιόπιστα ως μηχανισμοί διέγερσης (forcing) (Radach and Moll 2001). Γύρω στο 1986, εμφανίστηκαν οι πρώτες

προσπάθειες τρισδιάστατης μοντελοποίησης στην Ιαπωνία (Kishi and Ikeda 1986) και στις Η.Π.Α., με τις προσπάθειες να εκκινούνται από τον Βόρειο Ατλαντικό (Walsh et al. 1988, Sarmiento et al. 1993) και να επεκτείνονται σε παγκόσμια κλίμακα (π.χ. Bacastow and Maier-Reimer 1990, Six and Maier-Reimer 1996). Οι εφαρμογές αυτές στηρίχθηκαν στην μέχρι τότε δουλειά και την εμπειρία που αποκτήθηκε από εφαρμογές οικολογικών μοντέλων μηδενικών, μίας και δύο διαστάσεων.

Τα οικολογικά μοντέλα μεγάλης κλίμακας χρησιμοποιούνται για τη ποσοτικοποίηση της παραγωγικότητας σε παγκόσμιο επίπεδο (π.χ. Moore et al. 2004) και την διερεύνηση ζητημάτων που σχετίζονται με κλιματικές αλλαγές, όπως η διακύμανση της μερικής πίεσης του 'φυσικού' διοξειδίου του άνθρακα και η μεταφορά 'ανθρωπογενούς' διοξειδίου του άνθρακα στους ωκεανών (π.χ. Le Quére et al. 2005). Τα οικολογικά μοντέλα που εφαρμόζονται σε ημίκλειστες θάλασσες ή θάλασσες πάνω από υφαλοκρηπίδες (shelf seas) διερευνούν λειτουργίες του οικοσυστήματος που σχετίζονται περισσότερο με φαινόμενα ευτροφισμού, παραγωγικότητας σε περιφερειακό επίπεδο και ανταλλαγής ύλης με την ανοιχτή θάλασσα (OSPAR Commission 2008). Οι εργασίες των Hofmann (1988) και Hofmann and Ambler (1988) οδήγησαν στην ανάπτυξη ενός μοντέλου οικοσυστήματος για τις παράκτιες περιοχές του Βορειοδυτικού Ατλαντικού. Οι McGillicuddy et al. (1995a,b) χρησιμοποίησαν ένα 3D μοντέλο μέσης κλίμακας για να προσομοιώσουν την εαρινή φυτοπλαγκτονική έξαρση στον Βόρειο Ατλαντικό, ενώ οι Franks and Chen (2001) παρουσίασαν ένα 3D μοντέλο για την παράκτια περιοχή Georges Bank (Βορειοδυτικός Ατλαντικός).

	Hydrodynamic Models	Ecological Models	Computer Power
1960	2d tide and surge model development	Box models	kiloflops
1970	Bryan ocean model		
1980	Surge models operational 3d baroclinic shelf model development		Megaflops Cray 1 Vector processing
1990	Blumberg and Mellor (POM) model	1d shelf models and mixed-layer models Box/coarse grid models with many variables (ERSEM)	Gigaflops Cray C90/T3D/T3E Parallel processing
2000	3d baroclinic shelf models operational	Linking to fine-grid 3d hydrodynamic models	Massively parallel clusters
201?		Operational ecological models	Teraflops

Σχήμα 12.2. Παράλληλη εξέλιξη υδροδυναμικών, οικολογικών μοντέλων και υπολογιστικής ισχύος (τροποποιημένο από James 2002).

Μεγάλος αριθμός δημοσιεύσεων υπάρχει για την ευρύτερη περιοχή της Βόρειας Θάλασσας, όπου δραστηριοποιούνται πολλά ευρωπαϊκά πανεπιστήμια και ερευνητικά ινστιτούτα (OSPAR Commission 2008). Αρκετά μοντέλα μίας διάστασης επεκτάθηκαν και εφαρμόστηκαν ως τρισδιάστατα οικολογικά ομοιώματα στην περιοχή (Aksnes et al. 1995, Skogen et al. 1995, Moll 1998 και 2000). Ο Skogen παρουσίασε στις αρχές του 1990 το 3D μοντέλο NORWECOM το οποίο αρχικά προσομοίωνε μόνο πελαγικές διεργασίες (Skogen et al. 1995) και στη συνέχεια ενισχύθηκε με ένα απλό υπομοντέλο βενθικών διεργασιών (Moll 2000, ECOHAM). Τα στενά της Μάγχης (English Channel) ήταν το πεδίο εφαρμογής του μοντέλου ELISE των Hoch and Garreau (1998). Η δυναμική της περιοχής της νότιας Βόρειας Θάλασσας (Southern Bight) προσομοιώθηκε από τους Luyten et al. (1999) με χρήση του μοντέλου COHERENS, που αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ομώνυμου ευρωπαϊκού προγράμματος Coupled Hydrodynamical Ecological model for Regional and Shelf seas – COHERENS. Το σύνθετο οικολογικό μοντέλο ERSEM (Baretta et al. 1995) συνδέθηκε με το 3D υδροδυναμικό μοντέλο POLCOMS και εφαρμόστηκε σε πλήρως τρισδιάστατη έκδοση από τους Allen et al. (2001) στην βορειοδυτική, ευρωπαϊκή υφαλοκρηπίδα, υπό το όνομα POL3dERSEM (σημερινή ονομασία POLCOMS-ERSEM). Αντίστοιχη δραστηριότητα υπάρχει και στη Μεσόγειο (π.χ. Pinardi and Coppini 2010, ΕΛ.ΚΕ.Θ.Ε 2013 http://poseidon.hcmr.gr/ecological_forecast.php). Πληρέστερη ανασκόπηση 3D μοντέλων οικοσυστήματος πριν το 2000 μπορεί να βρεθεί στους Hofmann and Lascara (1998) και Moll and Radach (2001, 2003).

12.2 Σύζευξη υδροδυναμικού με οικολογικό μοντέλο

Ένα μοντέλο οικολογίας συνδέεται με ένα 3D μοντέλο φυσικής κυκλοφορίας μέσω της εξίσωσης μεταφοράς – διάχυσης. Κάθε μεταβλητή κατάστασης ενός συζευγμένου μοντέλου οικοσυστήματος περιγράφεται από μια εξίσωση της μορφής (1). Η γενική εξίσωση που περιγράφει την μεταβολή της συγκέντρωσης οποιασδήποτε μη-συντηρητικής, βιοχημικής μεταβλητής σε ένα σημείο στον τρισδιάστατο χώρο και το χρόνο είναι (Zavatarelli et al. 2000, Franks 2002):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} - (w + w_s) \frac{\partial C}{\partial z} + D_h \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{dC}{dt} \Big|_{\text{biochem}} \quad (1)$$

Μεταφορά – Advection

Τυρβώδης Διάχυση

Καθίζηση - Sinking

Turbulent Diffusion

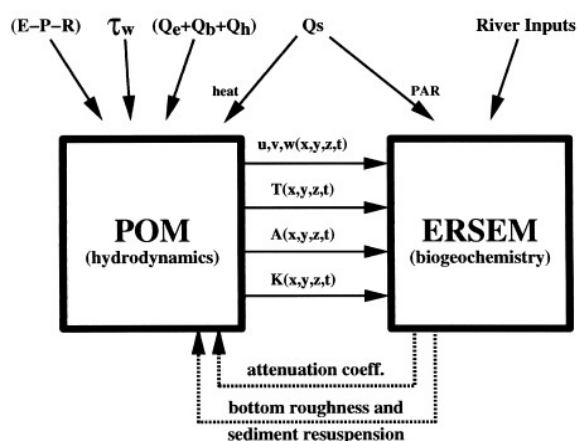
όπου το C αντιπροσωπεύει τη συγκέντρωση της μεταβλητής κατάστασης (θρεπτικά, φυτοπλαγκτόν, ζωοπλαγκτόν, βακτήρια, κτλ), u , v και w είναι οι οριζόντιες και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας του νερού που υπολογίζονται από το υδροδυναμικό μοντέλο, D_h και D_z οι συντελεστές οριζόντιας και κατακόρυφης τυρβώδους διάχυσης (horizontal-vertical eddy diffusivities) που υπολογίζονται και αυτοί από το υδροδυναμικό μοντέλο και w_s η ταχύτητα καθίζησης ή κατακόρυφης κολύμβησης μιας μεταβλητής.

Μέσα στο υδάτινο περιβάλλον, όλες οι οικολογικές μεταβλητές υπόκεινται στις φυσικές διεργασίες της μεταφοράς (advection) και της τυρβώδους κίνησης του νερού (turbulent diffusion), όπως κάθε συντηρητική μεταβλητή, π.χ. αλατότητα S . Όμως, η μεταβολή της

συγκέντρωσης κάθε οικολογικής μεταβλητής στο χώρο και το χρόνο εξαρτάται και από περίπλοκες βιοχημικές διεργασίες οικοσυστήματος, γεγονός που τις καθιστά μη-συντηρητικές. Οι βιολογικές και χημικές αυτές διεργασίες συνιστούν το οικολογικό υπομοντέλο και παριστάνονται από τον ρυθμό μεταβολής $\left. \frac{dC}{dt} \right|_{biochem}$.

Τα δυο μοντέλα συνήθως επιλύονται (εκτελούνται) ταυτόχρονα και η ολοκλήρωση της εξίσωσης (1) γίνεται σε κάθε σημείου του υπολογιστικού πλέγματος. Άλλοι τρόποι σύνδεσης οικολογικών με φυσικές διεργασίες (εκτός μεταφοράς και διάχυσης) είναι μέσω της θερμοκρασίας (που επίσης υπολογίζεται από το υδροδυναμικό μοντέλο), η διακύμανση της οποίας επιδρά στη δυναμική βιολογικών συστημάτων, και μέσω της μεταβολής της έντασης ακτινοβολίας με το βάθος (Franks 2002).

Η παραπάνω διαδικασία σύνδεσης παρουσιάζεται σχηματικά από τους Zavatarelli et al. 2000 (Σχήμα 12.3): το υδροδυναμικό σκέλος (μοντέλο POM), 'οδηγούμενο' από τις ανταλλαγές ορμής (άνεμος, τ_w), θερμότητας (Q_s , $Q_e+Q_b+Q_h$) και νερού (εξάτμιση, βροχόπτωση, ποτάμιες απορροές, E-P-R) υπολογίζει την ταχύτητα (τρεις συνιστώσες u , v , w), τη θερμοκρασία (T) και τους οριζόντιους και κατακόρυφους συντελεστές τυρβώδους διάχυσης (A , K), μεταβλητές που με τη σειρά τους λειτουργούν ως συναρτήσεις φόρτισης για το οικολογικό σκέλος (μοντέλο ERSEM), μαζί με την ηλιακή ακτινοβολία (φωτοσυνθετικά ενεργή ακτινοβολία, PAR) και τις εισροές ύλης από τα ποτάμια.



Σχήμα 12.3. Σχηματική διαδικασία σύζευξης ενός υδροδυναμικού με ένα οικολογικό μοντέλο (από Zavatarelli et al. 2000)

Στο Σχήμα 2 που παρουσιάστηκε νωρίτερα, ο James (2002) συνόψισε την παράλληλη χρονικά εξελικτική πορεία των υδροδυναμικών και των οικολογικών μοντέλων σε σχέση με την ανάπτυξη της ισχύος των υπολογιστικών συστημάτων ως τις αρχές της δεκαετίας του 2000. Είναι εμφανές ότι απαιτείται μία περίοδος εξέλιξης και ωρίμανσης ωστόσο τα μοντέλα να αποκτήσουν επιχειρησιακή και προγνωστική ικανότητα, κάτι που γίνεται εφικτό μέσω της συνεχούς τεχνολογικής προόδου και της αύξησης της υπολογιστικής ισχύος που είναι ικανή να εξυπηρετήσει τις μεγάλες ανάγκες των μοντέλων μεγάλης διακριτικής ικανότητας. Η κατανόηση και ποσοτική περιγραφή των φαινομένων στο θαλάσσιο περιβάλλον, η μεταβλητότητα των οποίων εκδηλώνεται σε ένα ευρύτατο φάσμα χωρικής και χρονικής κλίμακας του γήινου συστήματος, καθώς και η μελέτη της επίδρασης που

έχουν οι ανθρώπινες δραστηριότητες σε αυτά, είναι προϋποθέσεις για την ορθολογική διαχείριση του θαλάσσιου συστήματος (Hardman-Mountford et al. 2005). Τα μοντέλα είναι εργαλεία που, με τα μειονεκτήματα και τα πλεονεκτήματά τους βοηθούν προς την κατεύθυνση αυτή, ενώ η ανάπτυξη επιχειρησιακών μοντέλων οικοσυστήματος θα επιτρέψει την αποτελεσματικότερη παρακολούθηση και την πρόγνωση της ποιότητας των παράκτιων υδάτων, συνεπώς την αποτελεσματικότερη διαχείριση της παράκτιας ζώνης (Holt et al. 2005, Allen et al. 2007a and 2007, Green et al. 2009).

12.3 Διαδικασία Σύζευξης των δύο μοντέλων

Η γενική εξίσωση που περιγράφει την μεταβολή της συγκέντρωσης οποιασδήποτε μη-συντηρητικής, βιοχημικής μεταβλητής στον τρισδιάστατο χώρο και το χρόνο είναι:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} - (w + w_s) \frac{\partial C}{\partial z} + D_h \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \left. \frac{dC}{dt} \right|_{biochem}$$

Μεταφορά – Advection

Τυρβώδης Διάχυση

Καθίζηση - Sinking

Turbulent Diffusion

όπου το C αντιπροσωπεύει τη συγκέντρωση κάθε μεταβλητής κατάστασης του οικολογικού μοντέλου (θρεπτικά, φυτοπλαγκτόν, οργανική ύλη), u , v και w είναι οι οριζόντιες και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας του νερού που υπολογίζονται από το υδροδυναμικό μοντέλο, D_h και D_z οι συντελεστές οριζόντιας και κατακόρυφης τυρβώδους διάχυσης (horizontal-vertical eddy diffusivities) που υπολογίζονται και αυτοί από το υδροδυναμικό μοντέλο και w_s η ταχύτητα καθίζησης ή κατακόρυφης κολύμβησης μιας μεταβλητής.

Η παραπάνω σχέση είναι αντίστοιχη των σχέσεων για την αλατότητα και για την θερμοκρασία. Μέσα στο υδάτινο περιβάλλον, όλες οι οικολογικές μεταβλητές υπόκεινται στις φυσικές διεργασίες της μεταφοράς (advection) και της τυρβώδους κίνησης του νερού (turbulent diffusion), όπως κάθε συντηρητική μεταβλητή, π.χ. αλατότητα S . Όμως, η μεταβολή της συγκέντρωσης κάθε οικολογικής μεταβλητής στο χώρο και το χρόνο εξαρτάται και από περίπλοκες βιοχημικές διεργασίες οικοσυστήματος, γεγονός που τις καθιστά μη-συντηρητικές. Οι βιολογικές και χημικές αυτές διεργασίες, που περιγράφηκαν αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5.2 και συνιστούν το οικολογικό υπομοντέλο, παριστάνονται από τον ρυθμό μεταβολής $\left. \frac{dC}{dt} \right|_{biochem}$.

Δηλαδή, ο ρυθμός αυτός αντιπροσωπεύει κάθε μια από τις εξισώσεις των οικολογικών μεταβλητών όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 5.2.2. Επιπρόσθετα, στην εξίσωση σύζευξης εμφανίζεται και η ταχύτητα καθίζησης w_s , που είναι διάφορη του μηδενός μόνο για το φυτοπλαγκτόν. Έτσι, η διεργασία της καταβύθισης για το φυτοπλαγκτόν περιλαμβάνεται ως ξεχωριστός όρος στην εξίσωση μεταφοράς στον κατακόρυφο άξονα:

$$- w_s \frac{\partial PHYT}{\partial z}$$

Η ανάπτυξη ενός συζευγμένου αριθμητικού ομοιώματος συνίσταται ουσιαστικά στην ένωση των δυο υπομοντέλων, του φυσικού που αναπαράγει τις συνθήκες υδροδυναμικής

κυκλοφορίας του νερού, και του βιοχημικού που προσομοιώνει βασικές οικολογικές διεργασίες του θαλάσσιου οικοσυστήματος.

13. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Τα στοχαστικά μοντέλα, σε αντίθεση με όσα παρουσιάστηκαν έως τώρα όπου οι παράμετροι ήταν σταθερές, λαμβάνουν τις τιμές μίας ή περισσότερων παραμέτρων μέσα από κατανομές πιθανοτήτων. Κατά συνέπεια το αποτέλεσμα της προσομοίωσης είναι διαφορετικό κάθε φορά που εκτελείται το μοντέλο. Το τελικό αποτέλεσμα είναι συνήθως μέσες τιμές των μεταβλητών κατάστασης σε κάθε βήμα και οι τυπικές αποκλίσεις τους. Παραδείγματα τέτοιων μοντέλων στην οικολογία είναι τα μοντέλα κατανομής της οικοθέσης (niche apportionment models) και τα μοντέλα της ουδέτερης θεωρίας (neutral models), που προτάθηκαν από τον Hubbell (2001). Μία εφαρμογή των μοντέλων οικοθέσης στην οικολογία φυτοπλαγκτού δίδεται στη συνέχεια ως παράδειγμα στοχαστικού μοντέλου.

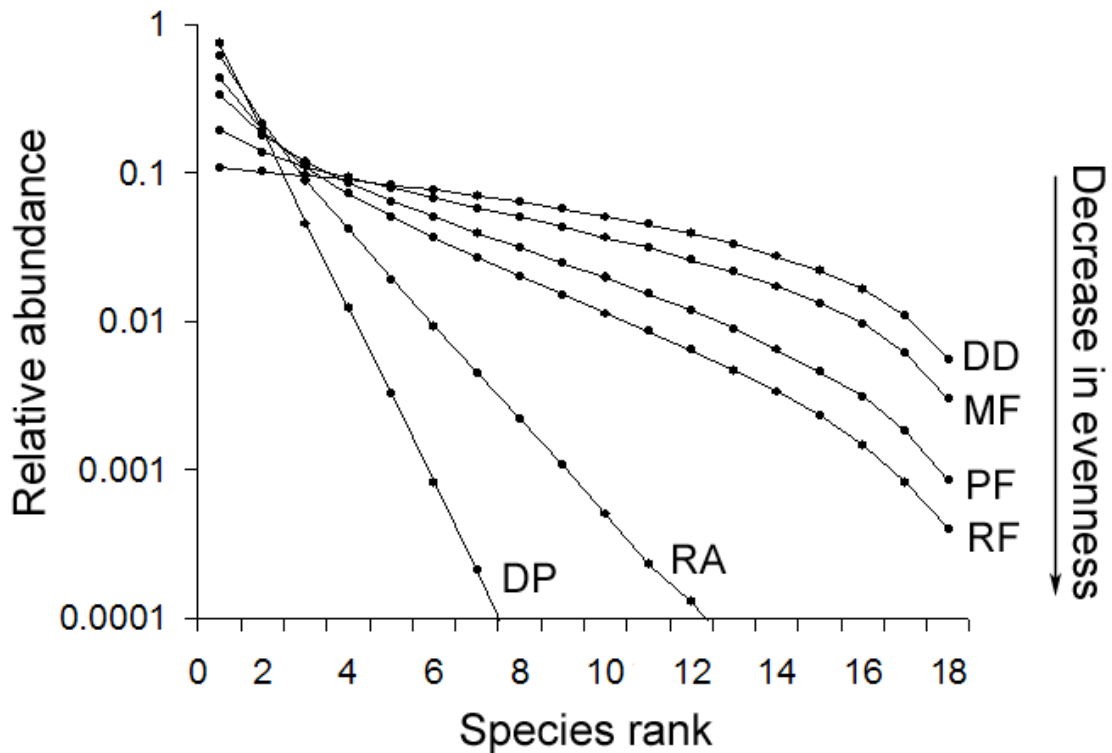
Η κατανομή σειράς αφθονίας (Rank Abundance Distribution, RAD) στην οικολογία, αποτελεί την πιο λεπτομερή αναπαράσταση μιας συνάθροισης, ενσωματώνοντας τόσο τον πλούτο ειδών, όσο και τη σχετική αφθονία τους (Magurran 2004). Η RAD είναι ανεξάρτητη της ταυτότητας των ειδών, παρέχει μια εικόνα της δομής της συνάθροισης, και αντανακλά την εξέλιξη της κοινότητας και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ειδών (Tokeshi and Schmid 2002). Μοντέλα που προσομοιάζουν τις RADs παρέχουν μια χρήσιμη εικόνα των μηχανισμών που διαμορφώνουν τις κοινότητες (Tokeshi 1999) και επιτρέπουν την κατανόηση της δομής της κοινότητας σε σχέση με το χρόνο, το χώρο, τη διαθεσιμότητα των πόρων, και άλλους πιθανούς περιβαλλοντικούς παράγοντες, όπως οι διαταραχές (Mouillot et al. 2000).

Παραδοσιακά, τα πρότυπα αφθονίας των ειδών περιγράφονται από ντετερμινιστικά μοντέλα που βασίζονται σε στατιστικές κατανομές, που χρησιμοποιούνται είτε περιγραφικά, ή προέκυψαν βάσει οικολογικών υποθέσεων (McGill et al. 2007). Για το φυτοπλαγκτόν έχουν χρησιμοποιηθεί μοντέλα όπως του Zipf-Mandelbrot (Juhos and Voros 1998) και του Mandelbrot (Devaux και Aleya 1993), καθώς και της λογαριθμοκανονικής κατανομής (Tsirtsis et al. 2008). Τα παραπάνω μοντέλα περιγράφουν επιτυχώς κατανομές αφθονίας σε διαφορετικά επίπεδα ευτροφισμού. Το ουδέτερο μοντέλο της βιοποικιλότητας (Hubbell 2001), που βασίζεται στη βιογεωγραφία νησιών, εφαρμόστηκε επίσης με επιτυχία σε κοινότητες φυτοπλαγκτού σε λίμνες (Walker και Cyr 2007) και της θάλασσας (Pueyo 2006, Spatharis et al. 2009).

Εκτός από τα παραπάνω μοντέλα, χρησιμοποιούνται επίσης στοχαστικά μοντέλα κατανομής οικοθέσης για την παροχή μηχανιστικής ερμηνείας των παρατηρούμενων προτύπων (Magurran 2004). Τα μοντέλα αυτά, εισήχθησαν και αναπτύχθηκαν από τον Tokeshi (1990, 1993, 1996, και 1999), και βασίζονται στη θεωρητική υπόθεση ότι οι αφθονίες των ειδών είναι ανάλογες των πόρων που χρησιμοποιούν. Ειδικότερα βασίζονται στην ιδέα ότι το σύνολο των οικοθέσεων/πόρων διαιρείται σε μικρότερες υπομονάδες για τα νέα είδη που εισάγονται στην κοινότητα, και τα διάφορα μοντέλα διαφοροποιούνται ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο λαμβάνει χώρα η διαίρεση αυτή (Tokeshi 1999). Επομένως, εάν μία συνάθροιση περιγράφεται επιτυχώς με ένα από τα μοντέλα, η αντίστοιχη οικολογική υπόθεση θεωρείται ότι ισχύει και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ερμηνεία της δομής της κοινότητας.

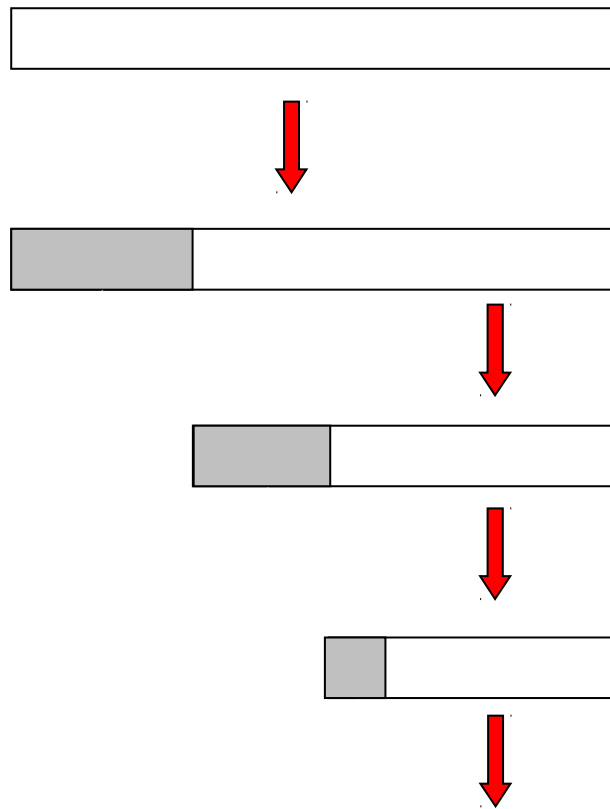
Τα στοχαστικά μοντέλα διανομής οικοθέσης που έχουν προταθεί από τον Tokeshi είναι έξι. Βασίζονται σε διαφορετικές υποθέσεις σχετικά με το πώς η διαθέσιμη οικοθέση διαμοιράζεται σε μικρότερες υπομονάδες όταν στην κοινότητα προστίθενται νέα είδη. Αν η υπόθεση βασίζεται στην επιλογή της μεγαλύτερης οικοθέσης για διαίρεση, τότε η

προκύπτουσα κατανομή θα είναι περισσότερο ομοιόμορφη, σε σχέση με την αντίστοιχη υπόθεση που διαμοιράζεται η μικρότερη οικοθέση (Magurran 2004). Στην πρώτη περίπτωση το μοντέλο λέγεται Dominance Decay, ενώ στη δεύτερη Dominance pre-emption (Σχήμα 13.1). Τα υπόλοιπα μοντέλα προβλέπουν κατανομές ενδιάμεσης ομοιομορφίας. Για παράδειγμα στο μοντέλο Power fraction η πιθανότητα επιλογής μιας οικοθέσης είναι ανάλογη του μεγέθους της υψωμένο στη δύναμη k . Αν $k=0$ το μοντέλο λέγεται Random fraction, ενώ αν $k=1$ λέγεται Mc Arthur fraction. Τέλος το μοντέλο Random assortment αναφέρεται σε μια τυχαία συλλογή οικοθέσεων.

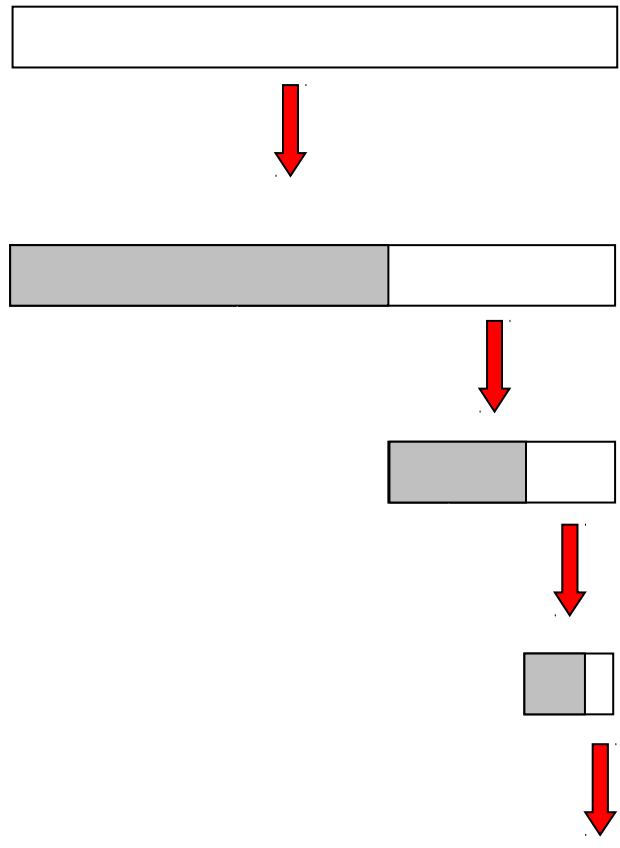


Σχήμα 13.1. Η δομή των κοινοτήτων που προβλέπουν τα μοντέλα Tokeshi για 16 είδη. Το Dominance decay (DD) προβλέπει την πιο ομοιόμορφη κατανομή, ενώ το Dominance pre-emption (DP) την λιγότερο ομοιόμορφη (με τη μεγαλύτερη κυριαρχία ειδών).

Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας διανομής της οικοθέσης κατά την είσοδο νέου είδους στην κοινότητα δίδεται παρακάτω για την περίπτωση του μοντέλου Dominance decay που προβλέπει την πλέον ομοιόμορφη κοινότητα (Σχήμα 13.2) και του μοντέλου Dominance pre-emption που προβλέπει κοινότητα με μεγάλη κυριαρχία (Σχήμα 13.3).



Σχήμα 13.2. Μηχανισμός διαμοιρασμού της οικοθέσης στο μοντέλο Dominance decay. Διαμοιράζεται σε κάθε βήμα (είσοδο νέου είδους) πάντα τυχαίο μέρος της μεγαλύτερης οικοθέσης (σημειώνεται με κόκκινο βέλος).



Σχήμα 13.3. Μηχανισμός διαμοιρασμού της οικοθέσης στο μοντέλο Dominance pre-emption. Διαμοιράζεται σε κάθε βήμα (είσοδο νέου είδους) πάντα τυχαίο μέρος της μικρότερης οικοθέσης (σημειώνεται με κόκκινο βέλος).

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ainsworth, C.H., H.N. Morzaria-Luna, I.C. Kaplan, P.S. Levin and E.A. Fulton (2012). Full compliance with harvest regulations yields ecological benefits: Northern Gulf of California case study. *Journal of Applied Ecology*, 49: 63–72.
- Aksnes D.L., K.B. Ulvestad, B.M. Balino, J. Berntsen, J.K. Egge and E. Svendsen, (1995). Ecological modeling in coastal areas: towards predictive physical-chemical-biological simulation models. *Ophelia*, 41: 5–36.
- Allen, J.I., P.J. Somerfield and J. Siddorn (2002). Primary and bacterial production in the Mediterranean Sea: a modelling study. *Journal of Marine Systems*, 33–34: 473– 495.
- Allen, J.I., P.J. Somerfield and F.J. Gilbert (2007). Quantifying uncertainty in high resolution coupled hydrodynamic – ecosystem models. *Journal of Marine Systems*, 64: 3 – 14.
- Allen, J.I., J.T. Holt, J. Blackford and R. Proctor (2007a). Error quantification of a high-resolution coupled hydrodynamic – ecosystem coastal-ocean model: Part 2. Chlorophyll-a, nutrients and SPM. *Journal of Marine Systems* (2007), article in press.
- Androulidakis, Y. S. and V. H. Kourafalou (2011). Evolution of a buoyant outflow in the presence of complex topography: The Dardanelles plume (North Aegean Sea), *J. Geophys. Res.*, 116, C04019, doi:10.1029/2010JC006316
- Arhonditsis G., G.Tsirtsis, M.O. Angelidis and M. Karydis (2000). Quantification of the effects of nonpoint nutrient sources to coastal marine eutrophication: applications to a semi-enclosed gulf in in the Meriterranean Sea. *Ecological Modelling*, 129: 209-227.
- Arndt, S., G. Lacroix, N. Gypens, P. Regnier and C. Lancelot (2011). Nutrient dynamics and phytoplankton development along an estuary–coastal zone continuum: A model study. *Journal of Marine Systems*, 84: 49 – 66.
- Azam, F., T. Fenchel, J.G. Field, J.S. Gray, L.A. Meyer-Reil and F. Thingstad (1983). The ecological role of water-column microbes in the sea. *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 10:257-263.
- Bacastow, R. and E. Maier-Reimer (1990). Ocean-circulation model of the carbon cycle. *Climate Dynam.*, 4(2): 95-125.
- Backhaus, J.O. (1985). A three-dimensional model for the simulation of shelf sea dynamics. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, 38, 165-187.
- Baretta, J.W., Ebenhoh W. and Ruardij, P. (1995). The European Regional Seas Ecological Model, a complex marine ecosystem model. *Netherlands J. Sea Research*, 33(3/4): 233-246.
- Baretta, J. and P. Ruardij (1988). Tidal flat estuaries: Simulation analysis of the Ems Estuary, Springer-Verlag, Berlin.
- Beckers, J.-M. (1991). Application of a 3D model to the Western Mediterranean. *Journal of Marine Systems*, 1: 241 – 268.
- Beckers, J.-M., M. Rixen, P.Brasseur, J.-M. Brankart, A. El moussaoui, M. Crepon, Ch. Herbaut, F. Martel, F. Van den Berghe, L. Mortier, A. Lascaratos, P. Drakopoulos, G. Korres, K. Nittis, N. Pinardi, E. Masetti, S. Castellari, P. Carini, J. Tintore, A. Alvarez, S. Monserrat, D. Parilla, R. Vautard and S. Speich (2002). Model intercomparison in the Mediterranean : MEDMEX simulations of the seasonal cycle. *Journal of Marine Systems*, 33-34: 215-251.

- Blackburn, T.H. and J. Sorensen (eds.) (1988). Nitrogen cycling in coastal marine environments, SCOPE, John Wiley and Sons, New York.
- Blackford J., J. I. Allen, T.R. Anderson and K.A. Rose (2010). Challenges for a new generation of marine ecosystem models: Overview of the Advances in Marine Ecosystem Modelling Research (AMEMR) Symposium, 23–26 June 2008, Plymouth UK. *Journal of Marine Systems*, 81: 1–3
- Blumberg, A.F. and G.L. Mellor (1983). Diagnostic and prognostic numerical studies of the South Atlantic Bight. *Journal of Geophysical Research*, 88(C8): 4579-4592.
- Blumberg, A.F. and G.L. Mellor (1987). A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model, in *Three-dimensional Coastal Ocean Models*, Vol4, ed. N.Heaps, American Geophysical Union.
- Bryan, K. (1969). A numerical method for the study of the circulation of the world ocean. *J. Computational Physics*, 4,347-359.
- Bryan, K. and M.D. Cox (1972). The circulation of the world ocean: a numerical study 1. A homogenous model. *J. Physical Oceanography*, 2: 319-335.
- Chapelle, A., A. Menesguen, J-M. Deslous-Paoli, P. Souchu, N. Mazouni, A. Vaquer and B. Millet (2000). Modelling nitrogen, primary production and oxygen in a Mediterranean lagoon. Impact of oysters farming and inputs from the watershed. *Ecological Modelling*, 127: 161-181.
- Chen, C., Wiesenburg, D.A. and Xie, L. (1997). Influence of river discharge on biological production in the inner shelf: A coupled biological and physical model of the Louisiana-Texas Shelf. *Journal of Marine Research*, 55: 293-320.
- Devaux J, Aleya L (1993) A new approach to analyze the lacustrine phytoplankton community structure. *Arch Hydrobiol* 128: 287-308
- DiToro, D.M., D.J. O'Connor and R.V. Thomann (1978). Phytoplankton-Zooplankton-Nutrient interaction model for Western Lake Erie. In B.C. Patten (ed.), *Systems analysis and simulation in ecology*, Academic Press, New York, 423-473.
- Drakopoulos, P.G. and A. Lascaratos (1999). Modelling the Mediterranean Sea: climatological forcing. *Journal of Marine Systems*, 20: 157 - 173.
- Dyke, P.P.G. (2001). *Coastal and Shelf Sea Modelling*. Topics in Environmental Fluid Mechanics, Kluwer Academic Publishers, pp257.
- Evans, G.T. and V. Garçon (1997). One-dimensional models of water column biogeochemistry. JGOFS report No 23, France, November-December 1995.
- Ezer, T., H. Arango, and A. F.Shchepetkin (2002). Developments in terrain-following ocean models: intercomparisons of numerical aspects. *Ocean Modelling*, 4: 249-267.
- Fasham, M.J.R., H.W. Ducklow and S. McKelvie 1990. A nitrogen based model of plankton dynamics in the oceanic mixed layer. *J. of Mar. Res.* 48:591-639.
- Fennel, W. and T. Neumann (2004). *Introduction to the Modelling of Marine Ecosystems*. Elsevier Oceanography Series 72, Elsevier, pp297.
- Franks, P.J.S and C. Chen (2001). A 3-D prognostic numerical model study of the Georges Bank ecosystem. Part II: biological-physical model. *Deep-Sea Research II*, 48: 457-482.

- Franks, P.J.S. (2002). NPZ models of plankton dynamics: their construction, coupling to physics, and application. *Journal of Oceanography*, 58: 379 – 387.
- Fry, J.C. (1990). Direct methods and biomass estimation. In B. Austin (ed.), *Methods in microbiology*, Vol. 22, Academic Press, London.
- Fulton, E. A. (2010). Approaches to end-to-end ecosystem models. *Journal of Marine Systems*, 81: 171-183.
- Gardner, R.H., R.V. O'Neill, J.B. Mankin and J.H. Carney (1981). A comparison of sensitivity analysis and error analysis based on a stream ecosystem model. *Ecol. Modelling* 12:173-190.
- Garreau, P., V. Garnier and A. Schaeffer (2011). Eddy resolving modelling of the Gulf of Lions and Catalan Sea. *Ocean Dynamics* 61, doi:10.1007/s10236-011-0399-2
- Griebel, M. T. Dornseifer and T. Neunhoeffer, (1998). *Numerical Simulations in Fluid Dynamics. A practical introduction.* Siam, pp217.
- Griffies, S. & Co-Authors (2010). Problems and Prospects in Large-Scale Ocean Circulation Models in Proceedings of OceanObs'09: Sustained Ocean Observations and Information for Society (Vol. 2), Venice, Italy, 21-25 September 2009, Hall, J., Harrison, D.E. & Stammer, D., Eds., ESA Publication WPP-306, doi:10.5270/OceanObs09.cwp.38
- Haidvogel, D.B., J.L. Wilkin and R.E. Young (1991). A semi-spectral primitive equation ocean circulation model using vertical sigma and orthogonal curvilinear horizontal coordinates. *J. Comput. Phys.*, 94: 151-185.
- Hardman-Mountford, N.J., J.I. Allen, M.T. Frost, S.J. Hawkins, M.A. Kendall, N. Meiszkowska, K.A. Richardson and P.J. Sommerfield (2005). Diagnostic monitoring of a changing environment: an alternative U.K. perspective. *Marine Pollution Bulletin*, 50: 1463 – 1471.
- Hearn, C. J. (2008). *The dynamics of coastal models.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 488 pp.
- Hjøllo, S. S., M. D. Skogen and Svendsen (2009). Exploring currents and heat within the North Sea using a numerical model. *Journal of Marine Systems* 78(1): 180 – 192.
- Hoch, T. and P. Garreau (1998). Phytoplankton dynamics in the English Channel: a simplified three-dimensional approach. *Journal of Marine Systems*, 16: 133-150.
- Hofmann, E.E. (1988). Plankton dynamics on the outer southeastern U.S. continental shelf. Part III. A coupled physical-biological model. *Journal of Marine Research*, 6(4): 919-956.
- Hofmann, E.E. and J. W. Ambler (1988). Plankton dynamics on the outer southeastern U.S. continental shelf. Part II. A time-dependent biological model. *Journal of Marine Research*, 46(4): 883-917.
- Hofmann, E. E., and C. M. Lascares (1998). Overview of interdisciplinary modeling for marine ecosystems. In K. H. Brink, & A. R. Robinson (Eds.), *The Sea. The global coastal ocean.* New York: John Wiley & Sons, Inc., pp. 507–540.
- Holt, M. (2004). Coastal Ocean forecast modelling at the Met Office. Παρουσίαση Powerpoint, ανακτήθηκε από <http://research.metoffice.gov.uk/research/nwp/publications/mosac/ppt-2004-7.pdf>

- Holt, J.T., J.I. Allen, R. Proctor and F. Gilbert (2005). Error quantification of a high-resolution coupled hydrodynamic – ecosystem coastal-ocean model: Part 1. Model overview and assessment of the hydrodynamics. *Journal of Marine Systems*, 57: 167-188.
- Hubbell SP (2001) *The unified neutral theory of biodiversity and biogeography*, 1st edn. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA
- Gardner, R.H., R.V. O’Neill, J.B. Mankin and J.H. Carney 1981. A comparison of sensitivity analysis and error analysis based on a stream ecosystem model. *Ecol. Modelling* 12:173-190.
- Hoop, B.J. de, P.M.J. Herman, H. Scholten and K. Soetaert (1992). *SENECA 1.5, Manual. A Simulation Environment for Ecological Application*. Netherlands Institute of Ecology, The Netherlands.
- James, I.D. (2002). Modelling pollution dispersion, the ecosystem and water quality in coastal waters: a review. *Environmental Modelling and Software*, 17: 363 – 385.
- Juhos S, Voros L (1998) Structural changes during eutrophication of Lake Balaton, Hungary, as revealed by the Zipf-Mandelbrot model. *Hydrobiologia* 370: 237-242
- Kämpf, J. (2010). *Advanced Ocean Modelling. Using open-source software*. Springer-Verlag, pp. 181.
- Kishi, M. J. and S. Ikeda (1986). Population dynamics of “red tide” organisms in eutrophicated coastal waters—numerical experiment of phytoplankton bloom in the East Seto Inland Sea. *Ecological Modelling*, 31: 145–174.
- Klepper, O. (1989). A model of carbon flows in relation to macrobenthic food supply in the Oosterschelde estuary (S.W. Netherlands). Thesis, LUW Wageningen, The Netherlands.
- Klepper, O., H. Scholten, and J.P.G. Van de Kamer (1990). Prediction uncertainty in an ecological model of the Oosterscheldt estuary, acc. *J. of Forecasting*.
- Knauss, J.A. (1997). *Introduction to Physical Oceanography*. 2nd Edition. Prentice-Hall, Inc, pp309.
- Kolovoyiannis, V. and G. Tsirtsis (2005). Implementation of a high resolution, 3 dimensional hydrodynamic model to a shallow, semi-enclosed water body, gulf of Gera, Lesbos. *Proceedings of the 9th International Conference on Environmental Science and Technology, Rhodes, Greece*, 791-797.
- Kremer, J.M. and S.W. Nixon (1978). *A Coastal Marine Ecosystem*, Springer-Verlag.
- Lascaratatos, A. and K. Nittis (1998). A high-resolution three-dimensional numerical study of intermediate water formation in the Levantine Sea. *Journal of Geophysical Research*, 103(C9): 18497-18511.
- Lenhart, H.J., Radach, G., Backhaus, J.O., Pohlmann, T. (1995). Simulations of the North Sea circulation, its variability and its implementation as hydrodynamical forcing in ERSEM. *Netherlands J. Sea Research*, 33: 271-299.
- Le Quéré, C., Harrison, S.P., Prentice, I.C., et al. (2005). Ecosystem dynamics based on plankton functional types for global ocean biogeochemistry models. *Global Change Biol.* 11: 2016–2040.
- Loehle, C. (1987). Errors of construction, evaluation and inference: a classification of sources of error in ecological models. *Ecol. Modelling* 36:297-314.

- Longhurst, A.R. (2006). *Ecological Geography of the Sea*, 2nd ed. Academic Press.
- Luyten, P.J, J.E. Jones, R. Proctor, A. Tabor, P.Tett and K. Wild-Allen (1999). COHERENS, a coupled hydrodynamical-ecological model for regional and shelf seas. User Documentation, Release 8.4, EU Marine Science and Technology Programme, September 1999.
- Lynch D.R. and A.M. Davies (1995). Quantitative skill assessment for coastal ocean models. *Coastal and Estuarine Studies*, Vol. 47, American Geophysical Union, Washington D.C., 510pp.
- Macías, D., P.J.S. Franks, M.D. Ohmana, and M.R. Landry (2012). Modeling the effects of coastal wind- and wind–stress curl-driven upwellings on plankton dynamics in the Southern California current system. *Journal of Marine Systems*, 94: 107–119.
- Magurran AE (2004) *Measuring biological diversity*, 1st edn. Blackwell Science, UK
- Malačič, V., B. Petelin and M. Vodopivec (2012). Topographic control of wind-driven circulation in the northern Adriatic. *J. Geophys. Res.*, 117, C06032, doi:10.1029/2012JC008063.
- Mann, K.H. and J.R.N. Lazier (1996). *Dynamics of Marine Ecosystems. Biological-Physical Interactions in the Oceans*. 2nd Edition. Blackwell Science, pp394.
- Mathews, J.H. (1992). *Numerical methods for Mathematics, Science and Engineering*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ.
- McGill BJ, Etienne RS, Gray JS, Alonso D, Anderson MJ, Benecha HK, Dornelas M, Enquist BJ, Greene JL, He F, Hulbert AH, Magurran AE, Marquet PA, Maurer BA, Ostling A, Soykan CU, Ugland KI, White EP (2007) Species abundance distribution: moving beyond single prediction theories to integration within an ecological framework. *Ecology Letters* 10: 1-21
- McGillicuddy, D.J., McCarthy, J.J. and Robinson, A.R. (1995a). Coupled physical and biological modeling of the spring bloom in the North Atlantic (I): Model formulation and one dimensional bloom processes. *Deep-Sea Research*, 42(8): 1313-1357.
- McGillicuddy, D.J., Robinson, A.R. and McCarthy, J.J. (1995b). Coupled physical and biological modeling of the spring bloom in the North Atlantic (II): Three dimensional bloom and post-bloom processes. *Deep-Sea Research*, 42(8): 1359-1398.
- Mellor, G.L and T. Yamada (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Reviews of Geophysics and Space Physics*. 20, 851-875.
- Moll, A. (1997c). Phosphate and plankton dynamics during a drift experiment in the German Bight: simulation of phosphorus-related plankton production. *Marine Ecology-Progress Series*, 156: 289-297.
- Moll, A. (1998). Regional distribution of primary production in the North Sea simulated by a three-dimensional model. *Journal of Marine Systems*, 16: 151 – 170.
- Moll, A. (2000). Assessment of three-dimensional physical-biological ECOHAM1 simulations by quantified validation for the North Sea with ICES and ERSEM data. *ICES Journal of Marine Science*, 57(4): 1060-1068.
- Moll, A. and G. Radach (2001). Review of three-dimensional ecological modeling related to the North Sea shelf system. *Synthesis and New Conception of North Sea Research*. Zentrum für Meeres und Klimaforschung (in English), pp 225.

- Moll, A. and G. Radach (2003). Review of three-dimensional ecological modelling related to the North Sea shelf system Part 1: models and their results. *Progress in Oceanography*, 57: 175–217.
- Moore, K.J., Doney, S.C., Lindsay, K. (2004). Upper ocean ecosystem dynamics and iron cycling in a global three-dimensional model. *Global Biogeochem. Cycles* 18, 4028. [doi:10.1029/2004GB002220](https://doi.org/10.1029/2004GB002220).
- Mouillot D, Lepretre A, Andrei-Ruiz MC, Viale D (2000) The fractal model: a new model to describe the species accumulation process and relative abundance distribution (RAD). *Oikos* 90: 333-342
- Nihoul, J.C.J and B.M. Jamart (1987). Three-dimensional models of marine and estuarine dynamics. Elsevier Oceanography Series, Vol. 45, 624pp.
- Nihoul, J.C.J. (1999). Seasonal variability of general circulation fields in the Western Mediterranean. Precis of the GHER mathematical visualization scheme. *Journal of Marine Systems*, 20: 415-421.
- Numerical Ocean Modeling (2013), ανακτήθηκε από Navy Operational Ocean Circulation and Tide Models, Department of Oceanography, Naval Postgraduate School, <http://www.oc.nps.edu/nom/modeling/>
- Ocean Models (2013), ανακτήθηκε από Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, US Department of Energy, <http://www.phy.ornl.gov/csep/CSEP/OM/OM.html>
- Oey, L-Y and P.Chen (1992). A model simulation of circulation in the Northeast Atlantic Shelves and Seas. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 97, C12, 20,087-20,115.
- Oguz, T., H. W. Ducklow, P. Malanotte-Rizzoli, J. W. Murray, E.A. Shushkina, V.I. Vedernikov and U. Unluata (1999). A physical-biochemical model of plankton productivity and nitrogen cycling in the Black Sea. *Deep-Sea Research I*, 46: 597-636.
- O'Neill, R.V. and R.H. Gardner (1979). Sources of uncertainty in ecological models. In *Methodology in system modeling and simulation*, B.P. Zeigler, M.S. Elzas, G.J. Klit and T.I. Oren (eds), North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 447-463.
- Oregon State University (2013), ανακτήθηκε από <http://www-po.coas.oregonstate.edu/ocean/>
- OSPAR Commission (2008). Overview of the state-of-the-art of models and their use in OSPAR predictive eutrophication assessments. *Eutrophication Series*, pp14.
- Pinardi N. and G. Coppini (2010). Operational oceanography in the Mediterranean Sea: the second stage of development. *Ocean Science*, 6: 263-267.
- Pohlmann, T. (1996a). Predicting the thermocline in a circulation model of the North Sea. Part 1: Model description, calibration and verification. *Continental Shelf Research*, 16: 131-146.
- Pohlmann, T. (1996b). Calculating the annual cycle of the vertical eddy viscosity in the North Sea with a three dimensional, baroclinic, shelf sea circulation model. *Continental Shelf Research*, 16: 147-161.

- Pohlmann, T. (1996c). Calculating the development of the thermal vertical stratification in the North Sea with a three dimensional, baroclinic, circulation model. *Continental Shelf Research*, 16: 162-194.
- Pond, S. and G.L. Pickard (1983). *Introductory Dynamical Oceanography*. 2nd Edition. Butterworth-Heinemann, pp329.
- Price, W.L. (1979). A controlled random search procedure for global optimization. *The Computer Journal* 20:367-370.
- Prokopkin, I. G., W. M. Mooij, J. H. Janse and A. G. Degermendzhy (2010). A general one-dimensional vertical ecosystem model of Lake Shira (Russia, Khakasia): description, parametrization and analysis. *Aquat Ecol.*, 44: 585 – 618, DOI 10.1007/s10452-010-9326-8.
- Pueyo S (2006) Diversity: between neutrality and structure. *Oikos* 112: 392-405
- Radach, G. and A. Moll (1993). Estimation of the variability of production by simulating annual cycles of phytoplankton in the central North Sea. *Progress in Oceanography*, 31(4): 339-419.
- Radford, P.J. and R.J. Uncles (1980). Ecosystem models and the prediction of ecological effects. In T.L.Shaw (ed.), *An environmental appraisal of tidal power stations with particular reference to the Severn Barrage*, Pitman Publishers Ltd., London, 109-127.
- Salacinska, K, G.Y. El Serafy, F.J. Los and A. Blauw (2010). Sensitivity analysis of the two dimensional application of the Generic Ecological Model (GEM) to algal bloom prediction in the North Sea. *Ecological Modelling*, 221: 178 – 190.
- Sarmiento, J. L., Slater, R. D., Fasham, M. J. R. et al. (1993). A seasonal three-dimensional ecosystem model of nitrogen cycling in the North Atlantic euphotic zone. *Global Biogeochem. Cycles*, 7: 417–450.
- Saunders, P. M., A. C. Coward, and B. A. de Cuevas (1999), Circulation of the Pacific Ocean seen in a global ocean model: Ocean Circulation and Climate Advanced Modelling project (OCCAM), *J. Geophys. Res.*, 104(C8), 18,281–18,299, doi:10.1029/1999JC900091.
- Scavia, D., W.F. Powers, R.P. Canale and J.L. Moody (1981). Comparison of first order error analysis and Monte Carlo simulation in time-dependent eutrophication models. *Water Resour. Res.* 17(4):1051-1069.
- Sharples, J. (1999). Investigating the seasonal vertical structure of phytoplankton in shelf seas. *Marine Models*, 1: 3 – 38.
- Shigemitsu, M., T. Okunishi, J. Nishioka, H. Sumata, T. Hashioka, M. N. Aita, S. L. Smith, N. Yoshie, N. Okada, and Y. Yamanaka (2012). Development of a one-dimensional ecosystem model including the iron cycle applied to the Oyashio region, western subarctic Pacific, *J. Geophys. Res.*, 117, C06021, doi:10.1029/2011JC007689
- Signell, R.P, H.L. Jenter and A.F. Blumberg (2000). Predicting the physical effects of relocating Boston's sewage outfall. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 50: 59-72.
- Six, K. D. and Maier-Reimer, E. (1996). Effects of plankton dynamics on seasonal carbon fluxes in an ocean general circulation model. *Global Biogeochem. Cycles*, 10: 559–583.

- Skliris, N., S. Sofianos and A. Lascaratos (2007). Hydrological changes in the Mediterranean Sea in relation to changes in the freshwater budget: A numerical modelling study. *Journal of Marine Systems*, 65: 400–416
- Skogen, M.D., E. Svendsen, J. Berntsen, D. Aksnes, K.B. Ulvestad (1995). Modelling the primary production in the North Sea using a coupled three-dimensional physical-chemical-biological ocean model. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 41(5): 545-565.
- Spatharis S., D. Mouillot, G. Tsirtsis, T. Do Chi, D. Danielidis 2009. A niche-based modeling approach to phytoplankton community assembly rules. *Oecologia* 159(1), 171-180.
- Steele, J.H. (1974). *The structure of marine ecosystems*, Cambridge, Mass., Harvard Univ. Press, 1-128.
- Stewart, R. H. (2004). *Introduction to Physical Oceanography*. Ανακτήθηκε από http://oceanworld.tamu.edu/home/course_book.htm
- Sugimura, Y. and Y. Suzuki (1988). A High-Temperature Catalytic Oxidation Method for the Determination of Non-Volatile Dissolved Organic Carbon in Seawater by Direct Injection of a Liquid Sample. *Mar. Chem.* 24:105-131.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory. Methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier, Amsterdam.
- Tett, P.B. and A. Walne (1995). Observations and simulations of hydrography, nutrients and plankton in the southern North Sea. *Ophelia*, 42: 371-416.
- Tokeshi M (1990) Niche apportionment or random assortment: species abundance patterns revisited. *J Anim Ecol* 59: 1129-1146
- Tokeshi M (1993) Species abundance patterns and community structure. *Adv Ecol Res* 24: 111-186
- Tokeshi M (1996) Power fraction: a new explanation of relative abundance patterns in species-rich assemblages. *Oikos* 75: 543-550
- Tokeshi M (1999) *Species coexistence: ecological and evolutionary perspectives*, 1st edn. Blackwell Science, UK
- Tokeshi M, Schmid PE (2002) Niche division and abundance: an evolutionary perspective. *Popul Ecol* 44: 189-200
- Tsirtsis, G.E. (1995). A simulation model for the description of a eutrophic system with emphasis on the microbial processes. *Water Science and Technology*, 32(9-10): 189 – 196.
- Tsirtsis G, Spatharis S, Karydis M (2008). Application of the lognormal equation to assess phytoplankton community structural changes induced by marine eutrophication. *Hydrobiologia* 605:89-98
- University Corporation for Atmospheric Research (2013), ανακτήθηκε από <http://www2.ucar.edu/climate/faq/aren-t-computer-models-used-predict-climate-really-simplistic>
- Van de Kamer, J.P.G. (1983). Monte Carlo simulation and first order error analysis: two possible methods to cope with uncertainties in water quality modeling. IIASA, WP 83-89.

- van den Berg, A.J., H. Ridderinkhof, R. Riegman, P. Ruardij and H. Lenhart (1996). Influence of variability in water transport on phytoplankton biomass and composition in the southern North Sea: a modeling approach (FYFY). *Continental Shelf Research*, 16(7): 907-931.
- Vested H.J., J.W. Baretta, L.C. Ekebjærg and A. Labrosse (1996). Coupling of hydro dynamical transport and ecological models for 2D horizontal flow. *Journal of Marine Systems*, 8: 255 - 267.
- Visual Solutions, Inc (2010). *VisSim/OptimizePRO, User's Guide*, version 8.0, p38.
- Walker SC, Cyr H (2007) Testing the standard neutral model of biodiversity in lake communities. *Oikos* 116: 143-155
- Walsh, J. J., D. A. Dieterle and M. B. Meyers (1988). A simulation analysis of the fate of phytoplankton within the Mid-Atlantic Bight. *Continental Shelf Research*, 8(5-7): 757-787.
- Walters, C. (1986). *Adaptive management of renewable resources*. MacMillan Publ. Co., New York.
- Webb, D.J., B. A. de Cuevas and A. C. Coward (1998). The first main run of the OCCAM Global Ocean Model. Southampton Oceanography Center, Internal document no 34., pp43, ftp://ftp.soc.soton.ac.uk/pub/occam/papers/occam_tech1.pdf
- Wroblewski, J.S. (1977). A model of phytoplankton plume formation during variable Oregon upwelling. *Journal of Marine Research*, 35(2): 357-394.
- Zavatarelli, M. and G. Mellor (1995). A numerical study of the Mediterranean Sea circulation. *Journal of Physical Oceanography*, 25: 1384-1414.
- Zavatarelli, M., J.W. Baretta, J.G. Baretta-Bekker and N. Pinardi (2000). The dynamics of the Adriatic Sea ecosystem. An idealized model study. *Deep-Sea Research I*, 47: 937 – 970.