



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Εξόρυξη Δεδομένων στον Παγκόσμιο Ιστό

Δίκτυα Ακτινικής Βάσης (RBF)

Μανώλης Μαραγκουδάκης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Δίκτυα Ακτινικής Βάσης (RBF)

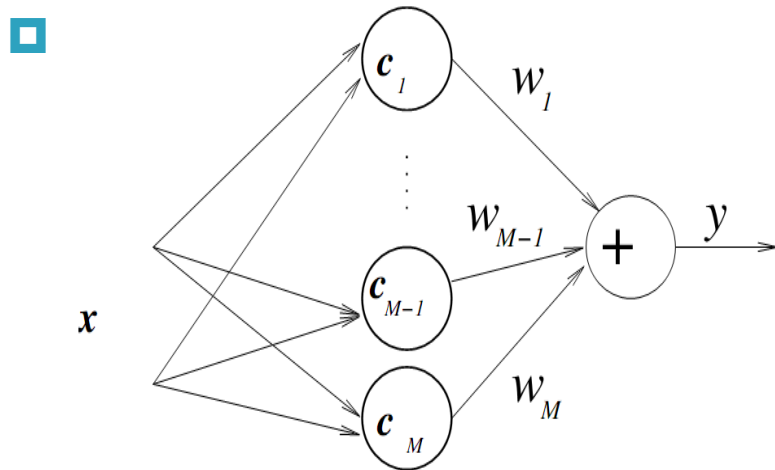
- RBF(Radial Basis Function)

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M w_i \exp\left(-\frac{(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Annotations for the equation:

- είσοδος (input) points to \mathbf{x}
- βάρη (weights) points to w_i
- κέντρα (centers) points to \mathbf{c}_i
- έξοδος (output) points to $y(\mathbf{x})$

- Αρχιτεκτονική:



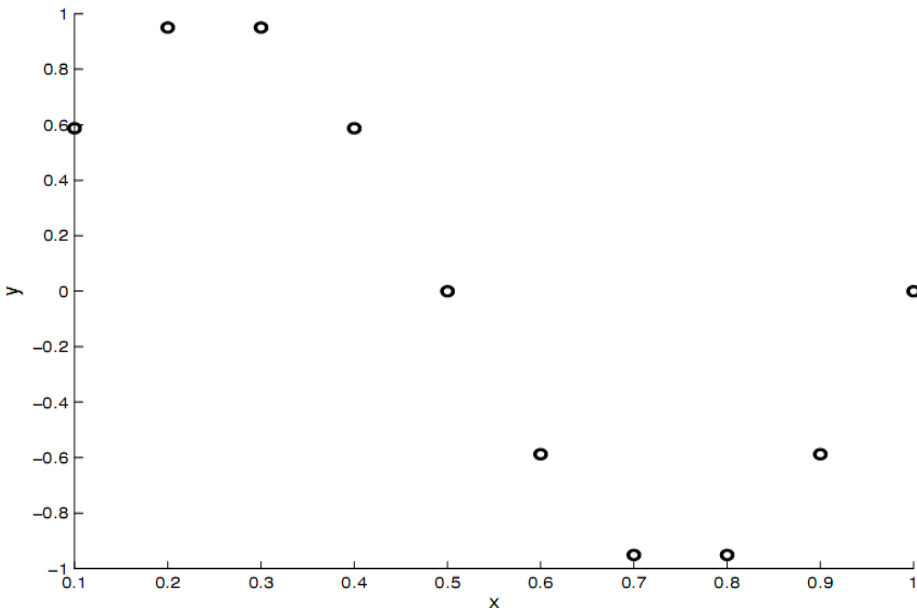
RBF-curve fitting

- Έστω ένα σύνολο 10 παραδειγμάτων, όπως φαίνεται παρακάτω. Τα παραδείγματα έχουν δημιουργηθεί με βάση τη συνάρτηση:
 $t = \sin(2\pi x)$

i	1	2	3	4	5
x_i	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
t_i	0.5878	0.9511	0.9511	0.5878	0.0000

i	6	7	8	9	10
x_i	0.6	0.7	0.8	0.9	1
t_i	-0.5878	-0.9511	-0.9511	-0.5878	0.0000

RBF-Curve Fitting



- Έστω (θα δούμε αργότερα πως) ότι έχουμε 4 κέντρα c_i .

- $c_1=0.2 \exp\left(-\frac{(x-0.2)^2}{2}\right)$
- $c_2=0.4 \exp\left(-\frac{(x-0.4)^2}{2}\right)$
- $c_3=0.6 \exp\left(-\frac{(x-0.6)^2}{2}\right)$
- $c_4=0.8 \exp\left(-\frac{(x-0.8)^2}{2}\right)$

- Έστω επίσης $\sigma=1$.

RBF-Curve Fitting

- Για το 10 παραδείγματα εισόδου φτιάχνουμε τον πίνακα Φ , ώστε:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \phi_{1,3} & \phi_{1,4} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \phi_{2,3} & \phi_{3,4} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{9,1} & \phi_{9,2} & \phi_{9,3} & \phi_{9,4} \\ \phi_{10,1} & \phi_{10,2} & \phi_{10,3} & \phi_{10,4} \end{pmatrix}$$

- με

$$\phi_{i,1} = \exp\left(-\frac{(x_i - 0.2)^2}{2}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\phi_{i,2} = \exp\left(-\frac{(x_i - 0.4)^2}{2}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\phi_{i,3} = \exp\left(-\frac{(x_i - 0.6)^2}{2}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\phi_{i,4} = \exp\left(-\frac{(x_i - 0.8)^2}{2}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

RBF-Curve Fitting

- Με βάση την αρχιτεκτονική των RBF, προκύπτουν 10 εξισώσεις:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{1,1}w_1 + \phi_{1,2}w_2 + \phi_{1,3}w_3 + \phi_{1,4}w_4 = t_1 \\ \phi_{2,1}w_1 + \phi_{2,2}w_2 + \phi_{2,3}w_3 + \phi_{2,4}w_4 = t_2 \\ \phi_{3,1}w_1 + \phi_{3,2}w_2 + \phi_{3,3}w_3 + \phi_{3,4}w_4 = t_3 \\ \dots\dots\dots \\ \phi_{10,1}w_1 + \phi_{10,2}w_2 + \phi_{10,3}w_3 + \phi_{10,3}w_4 = t_{10} \end{array} \right.$$

RBF-Curve Fitting

Λύση:

$$\mathbf{w} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{t}$$

- Οι οποίες μετατρέπονται σε:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \phi_{1,3} & \phi_{1,4} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \phi_{2,3} & \phi_{3,4} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{9,1} & \phi_{9,2} & \phi_{9,3} & \phi_{9,4} \\ \phi_{10,1} & \phi_{10,2} & \phi_{10,3} & \phi_{10,4} \end{pmatrix}}_{\Phi} \underbrace{\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix}}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_{10} \end{pmatrix}}_{\mathbf{t}}$$

RBF-Curve Fitting

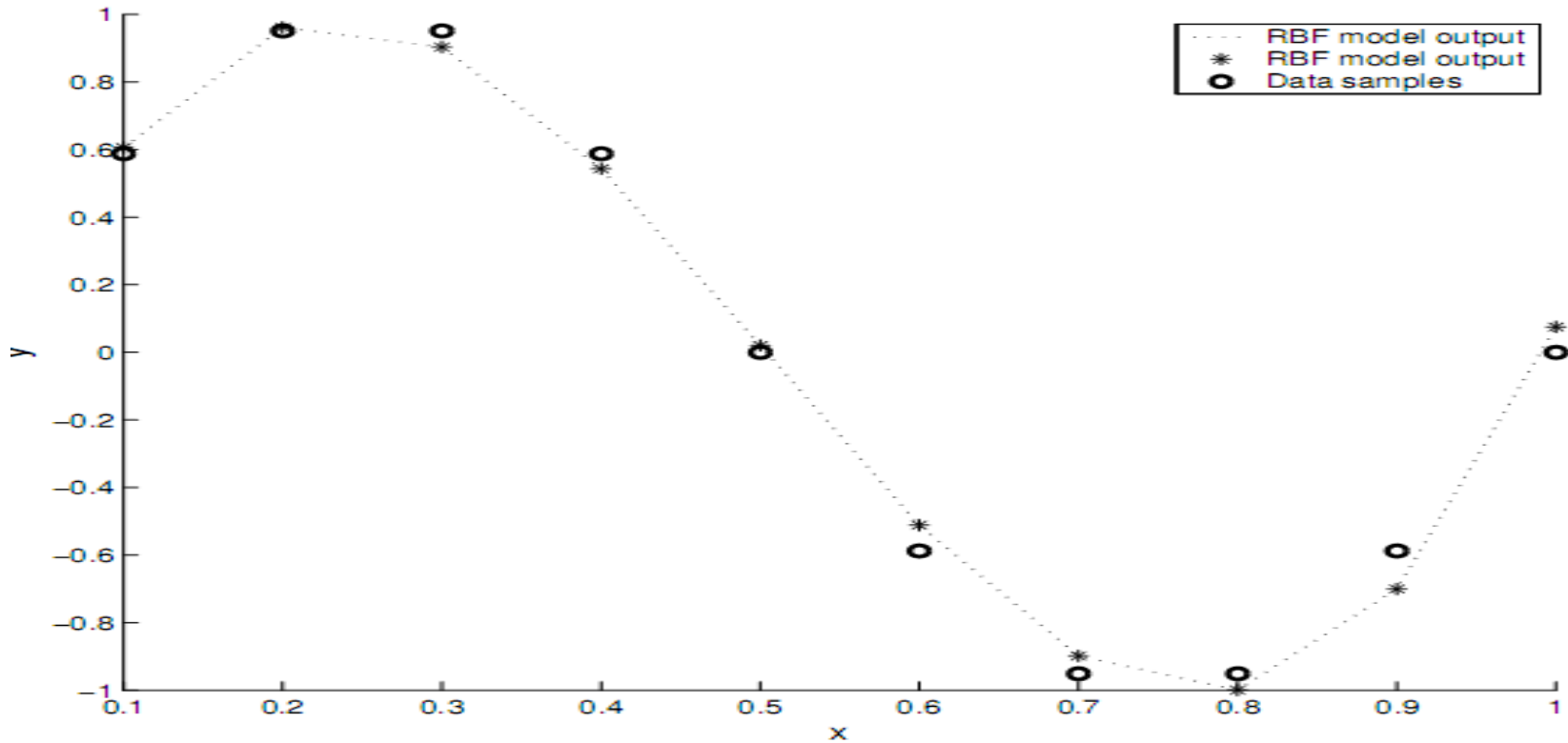
- Στο παράδειγμα μας

$$w = [-3083.3, 8903.8, -8892.6, 3071.6]^T$$

- Επομένως για κάθε x ο RBF ταξινομητής προβλέπει το y ως

$$y(x) = \sum_{i=1}^4 w_i \exp\left(-\frac{(x - c_i)^2}{2}\right)$$

RBF-Curve Fitting

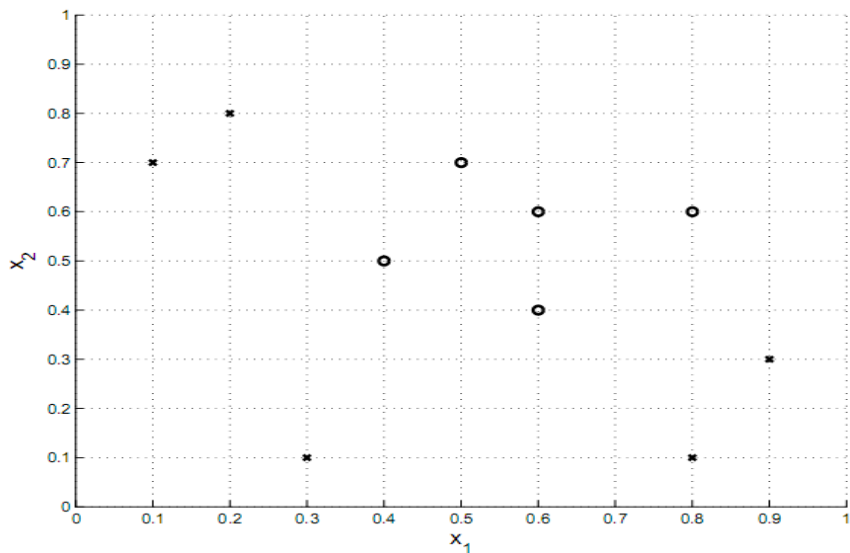


RBF-Ταξινομητής

- Πολύ καλός όταν τα δεδομένα δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα
- Π.χ. Το πρόβλημα XOR
- Παραπλήσια λειτουργία με το curve fitting
 - επιλογή κέντρων
 - Εύρεση του πίνακα Φ
 - Επίλυση του συστήματος για W
 - Ταξινόμηση

RBF-παράδειγμα

- Έστω 10 παραδείγματα 2 διαστάσεων, 2 κλάσεων (-1,+1)



i	1	2	3	4	5
$x_{1,i}$	0.5	0.4	0.6	0.6	0.8
$x_{2,i}$	0.7	0.5	0.6	0.4	0.6
t_i	-1	-1	-1	-1	-1

i	6	7	8	9	10
$x_{1,i}$	0.2	0.1	0.9	0.8	0.3
$x_{2,i}$	0.8	0.7	0.3	0.1	0.1
t_i	1	1	1	1	1

RBF-Παράδειγμα

□ Έστω 4 κέντρα

□ $c_1=[0.5,0.7]$

□ $c_2=[0.6,0.4]$

□ $c_3=[0.2,0.8]$

□ $c_4=[0.9,0.3]$

□ Άρα έχουμε 4 basis functions:

$$\phi_1(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.7)^2}{2}\right)$$

$$\phi_2(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(x_1 - 0.6)^2 + (x_2 - 0.4)^2}{2}\right)$$

$$\phi_3(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(x_1 - 0.2)^2 + (x_2 - 0.8)^2}{2}\right)$$

$$\phi_4(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(x_1 - 0.9)^2 + (x_2 - 0.3)^2}{2}\right)$$

RBF-Παράδειγμα

$$\phi_{i,1} = \exp\left(-\frac{(x_{1,i} - 0.2)^2 + (x_{2,i} - 0.8)^2}{2}\right),$$

$$\phi_{i,2} = \exp\left(-\frac{(x_{1,i} - 0.5)^2 + (x_{2,i} - 0.7)^2}{2}\right),$$

$$\phi_{i,3} = \exp\left(-\frac{(x_{1,i} - 0.6)^2 + (x_{2,i} - 0.4)^2}{2}\right),$$

$$\phi_{i,4} = \exp\left(-\frac{(x_{1,i} - 0.2)^2 + (x_{2,i} - 0.8)^2}{2}\right),$$

$$\mathbf{w} = [70.5912, 37.4476, -63.3062, -52.7027]^T$$

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^4 w_i \phi_i(\mathbf{x})$$

