



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Θεωρία Υπολογισμού

7^η Διάλεξη

Επανάληψη

Αλέξιος Καπόρης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πό



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



- Δώστε ΑΣ γραμματική για τη γλώσσα που παράγεται από την κανονική έκφραση $(000+11)^*(01)^*$

Η ΑΣ γραμματική που προκύπτει από την κανονική έκφραση είναι:

$S \rightarrow BC$

$B \rightarrow AB | \varepsilon$ παράγεται η $(000+11)^*$

$A \rightarrow 000 | 11$ παράγεται η $(000+11)$

$C \rightarrow DC | \varepsilon$ παράγεται η $(01)^*$

$D \rightarrow 01$ παράγεται η 01

Χρησιμοποιείστε την κλειστότητα ως προς την ένωση των γλωσσών $A\Sigma$, για να δείξετε ότι η γλώσσα $L=\{a^i b^j c^k \mid i \geq j \text{ ή } i \geq k\}$ είναι Ανεξάρτητη Συμφραζομένων.

- Η L είναι η ένωση των γλωσσών $L1=\{a^i b^j c^k \mid i \geq j\}$ και $L2=\{a^i b^j c^k \mid i \geq k\}$
- Κάθε μία από τις οποίες είναι Ανεξάρτητη Συμφραζομένων
- Διότι μπορεί να κατασκευαστεί αυτόματο στοίβας που να συγκρίνει τα a 's με τα b 's και επίσης αυτόματο στοίβας που συγκρίνει τα a 's με τα c 's.
- Οι γλώσσες ανεξάρτητες συμφραζομένων είναι κλειστές ως προς την ένωση οπότε και η L είναι ανεξάρτητη συμφραζομένων.

Ποια από τις παρακάτω γλώσσες στο αλφάβητο $\{a,b,c\}$ είναι κανονική και ποια όχι? Δώστε πλήρεις αποδείξεις

1. $A = \{a^m b^2 \mid m \geq 0\}$

2. $B = \{a^m b^{m-2} c \mid m \geq 2\}$

3. $C = \{(\underline{ab})^m c^{2m} \mid m \geq 0\}$

4. $\underline{D}_k = \{(\underline{abcc})^m (\underline{ccba})^k \mid m \geq 0, k \geq 0\}$

5. $D = \{(\underline{abcc})^m (\underline{ccba})^k \mid m \geq 0, k \geq 0\}$

1. Η γλώσσα $\{a^m \mid m \geq 0\}$ είναι κανονική, με κανονική έκφραση a^* , όπως κανονική είναι και η γλώσσα $\{b^2\}$, η δε A προκύπτει ως συνένωση αυτών των γλωσσών, άρα είναι κανονική
2. Εστω ότι η B είναι κανονική, p το μήκος άντλησης και $w = \underline{a^p b^{p-2} c}$. Από το Λήμμα Άντλησης γνωρίζουμε ότι w είναι της μορφής $w = xyz$ με $\underline{|xy| = q \leq p}$, $\underline{|y| > 0}$ και έτσι ώστε για κάθε n , $\underline{xy^n z} \in B$. Επομένως, $w = \underline{a^q a^{p-q} b^{p-2} c}$, όπου $z = \underline{a^{p-q} b^{p-2} c}$. Επειδή $\underline{|xy| = q \leq p}$, $\underline{|y| > 0}$, η λέξη $\underline{xy^2 z} = \underline{a^r a^{p-q} b^{p-2} c}$, με $r > q$, δεν μπορεί να ανήκει στη γλώσσα B . Επομένως η B δεν είναι κανονική.

3. Έστω ότι C κανονική, p το μήκος αντίλησης και $w = (ab)^p c^{2p} = xyz$. Επειδή $|xy| = q \leq p$, $|y| > 0$, η λέξη xy^2z δεν μπορεί να έχει τη μορφή $\{(ab)^m c^{2m}$, δηλαδή δεν ανήκει στη C . Άρα η C δεν είναι κανονική.
4. Για κάθε k η γλώσσα $\{(ccba)^k\}$ είναι κανονική. Επίσης, η γλώσσα $\{(abcc)^m \mid m \geq 0\}$ είναι κανονική, η δε D_k προκύπτει ως συνένωση των δύο αυτών γλωσσών, άρα είναι κανονική.
5. Οι γλώσσες $\{(abcc)^m \mid m \geq 0\}$, $\{(ccba)^k \mid k \geq 0\}$ είναι κανονικές και επομένως η συνένωσή τους D είναι κανονική.

Βρείτε μια Κανονική ΑΣΓ για τη γλώσσα L που καθορίζεται με τον εξής αναδρομικό ορισμό:

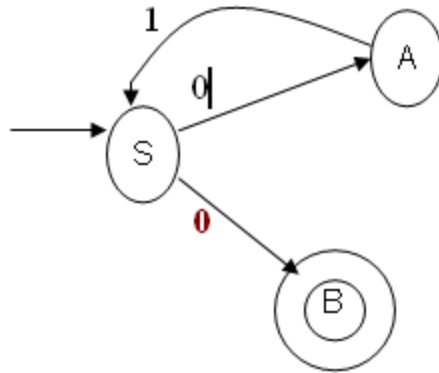
(1) $0 \in L$

(2) Αν $x, y \in L$, τότε και $x1y \in L$

(3) Μόνον οι συμβολοσειρές που παράγονται από τους παραπάνω κανόνες 1 και 2 ανήκουν στην L ,

δηλαδή για τη γλώσσα της ΑΣΓ: $T \rightarrow 0 \mid T1T$

Η γλώσσα L είναι κανονική με αντίστοιχη κανονική έκφραση $(01)^*0$.
Ένα αυτόματο που αναγνωρίζει αυτή τη γλώσσα είναι το εξής:



Συνεπώς η Κανονική ΑΣΓ που είναι ισοδύναμη της
 $T \rightarrow 0 \mid T1T$

είναι η

$S \rightarrow 0A \mid 0B$

$A \rightarrow 1S$

$B \rightarrow \varepsilon$

Κατασκευάστε ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα που αναγνωρίζουν τις γλώσσες

$$(1) L_1 = (1+0)^*01$$

$$(2) L_2 = (0+10)^*11(0+1)^*$$

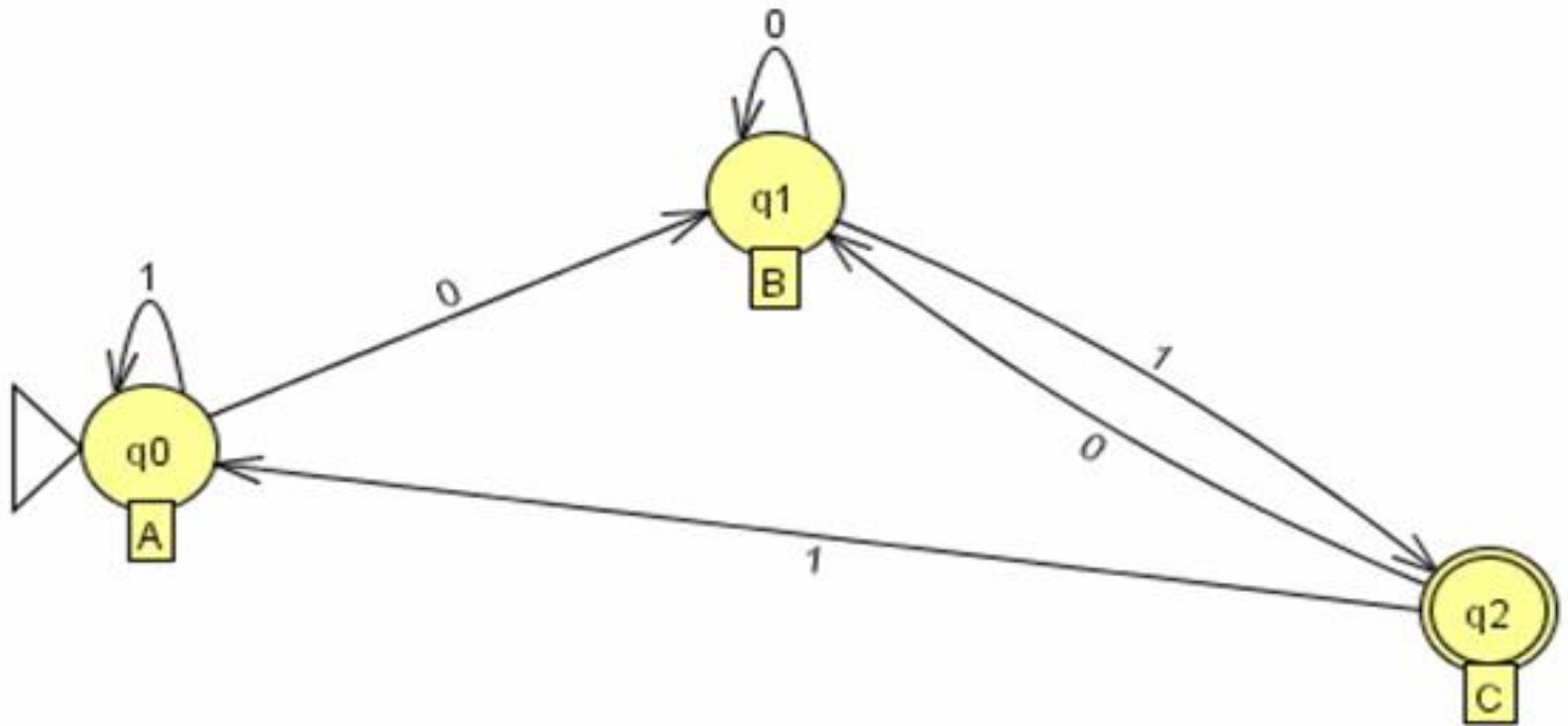
$$(3) \Sigma^* - L_1$$

$$(4) L_1 \cup L_2$$

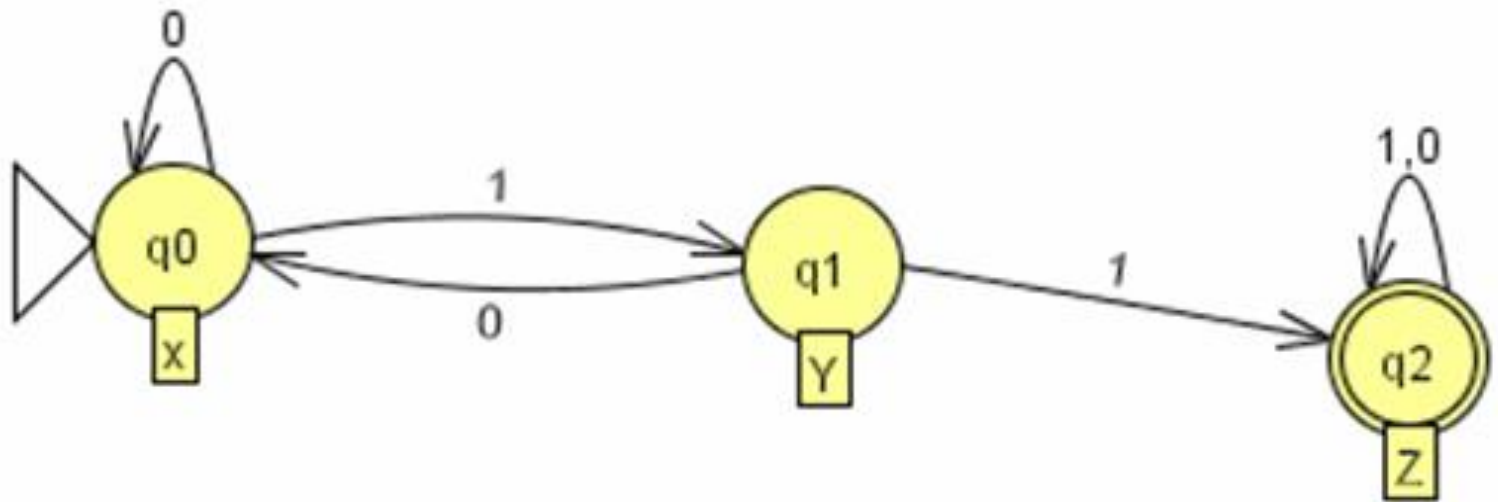
$$(5) L_1 \cap L_2$$

$$(6) L_1 - L_2$$

1)

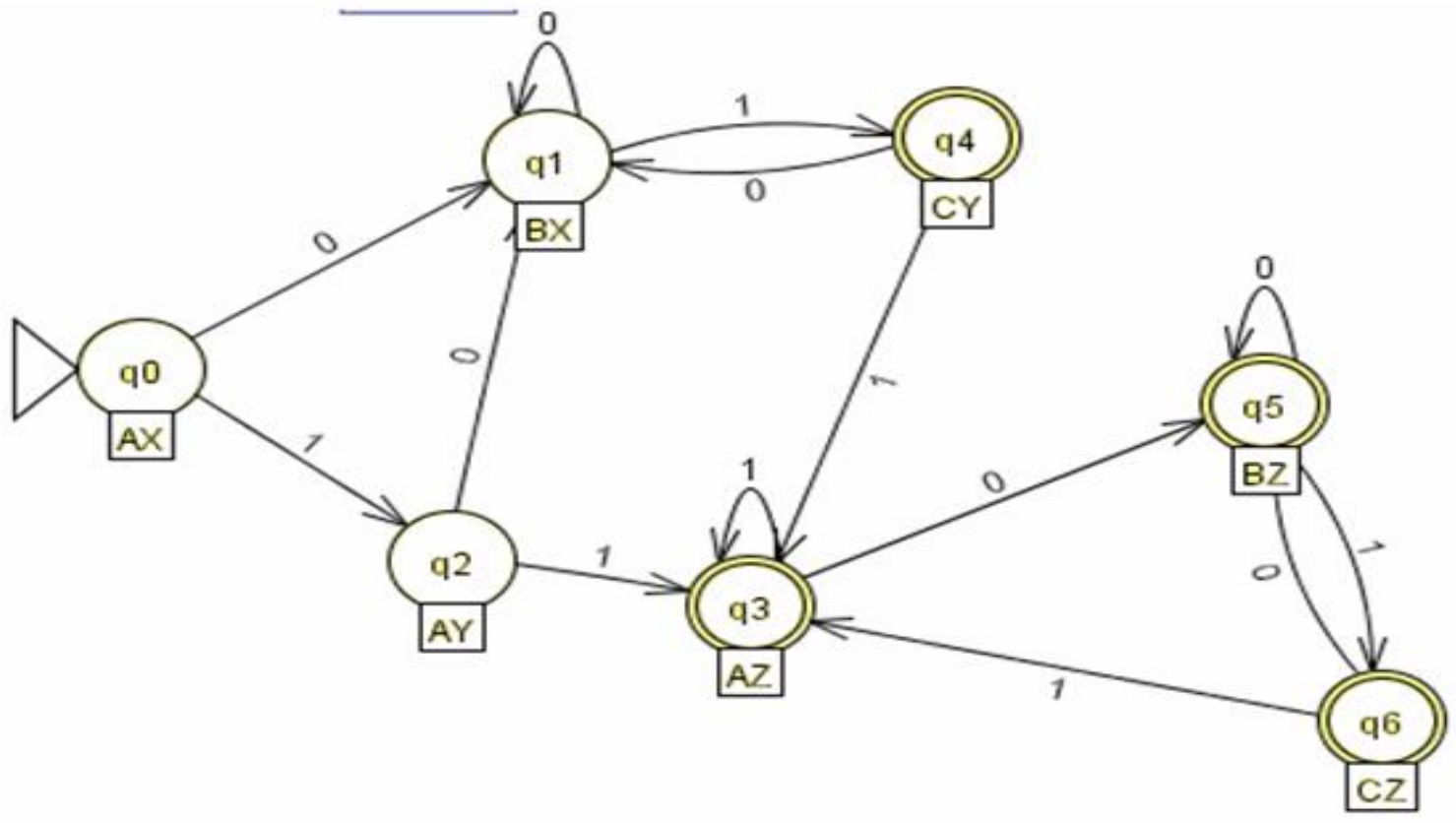


2)



3) Το αυτόματο του συμπληρώματος προκύπτει με την αντιστροφή των καταστάσεων, δηλαδή οι τελικές γίνονται μη τελικές και οι μη τελικές γίνονται τελικές.

4)



5) Το αυτόματο της τομής είναι το ίδιο με της ένωσης, με τη διαφορά ότι η κατάσταση q_6 είναι η μόνη τελική κατάσταση της τομής

6) Το αυτόματο της διαφοράς είναι το ίδιο με της ένωσης με τη διαφορά ότι η κατάσταση q_4 είναι η μόνη τελική κατάσταση της διαφοράς.