



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Θεωρία Υπολογισμού

6^η Διάλεξη

Turing αποφασίσιμες γλώσσες (& ιδιότητες)

Turing αναγνωρίσιμες γλώσσες (& ιδιότητες)

Turing μη αναγνωρίσιμες γλώσσες

Αλέξιος Καπόρης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πό



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

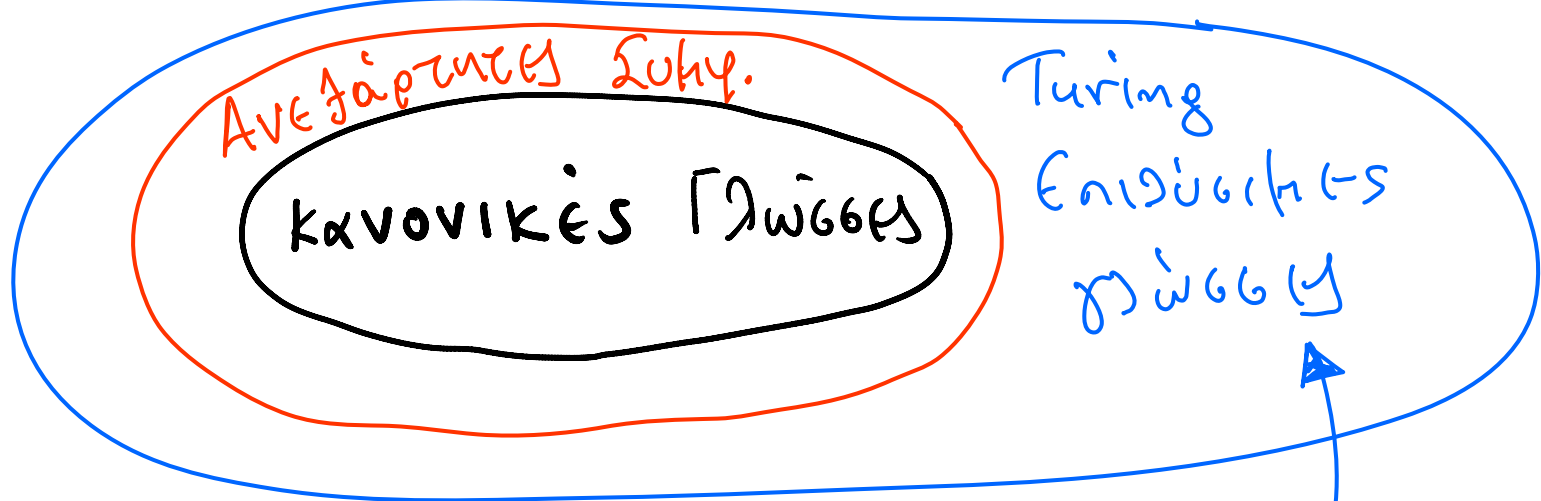
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

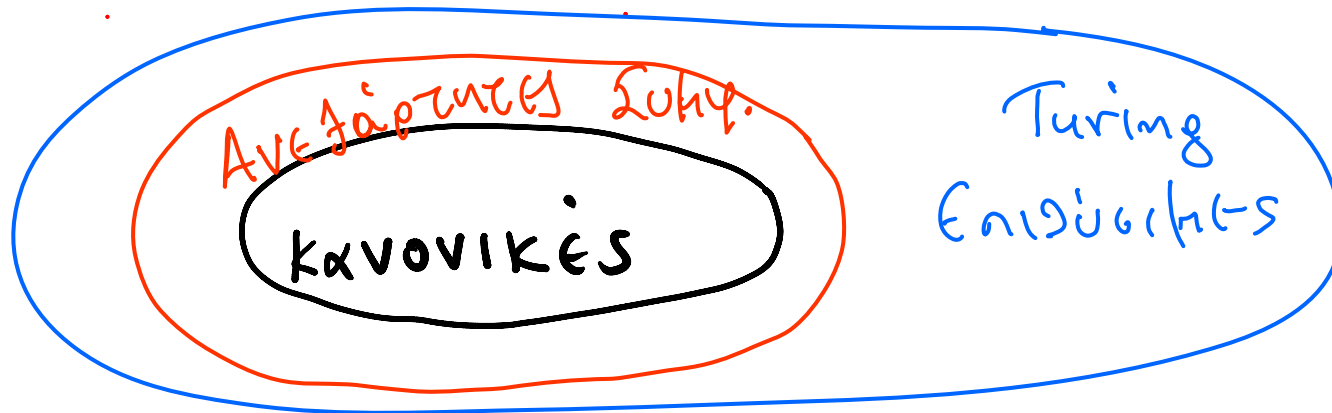
- Τα αυτόματα στοίβας «φτωχά» μοντέλα υπολογισμού.
- Διαισθητικά: οι περισσότεροι έχετε γράψει πρόγραμμα που απαιτεί περισσότερη μνήμη από όση χωρά σε 1 στοίβα.



- Υπάρχει μοντέλο υπολογισμού που να υλοποιεί κάθε αλγόριθμο που μπορούμε να σκεφτούμε;
- ΝΑΙ! Η μηχανή Turing (Church-Turing).
- Turing επιλύσιμες γλώσσες.

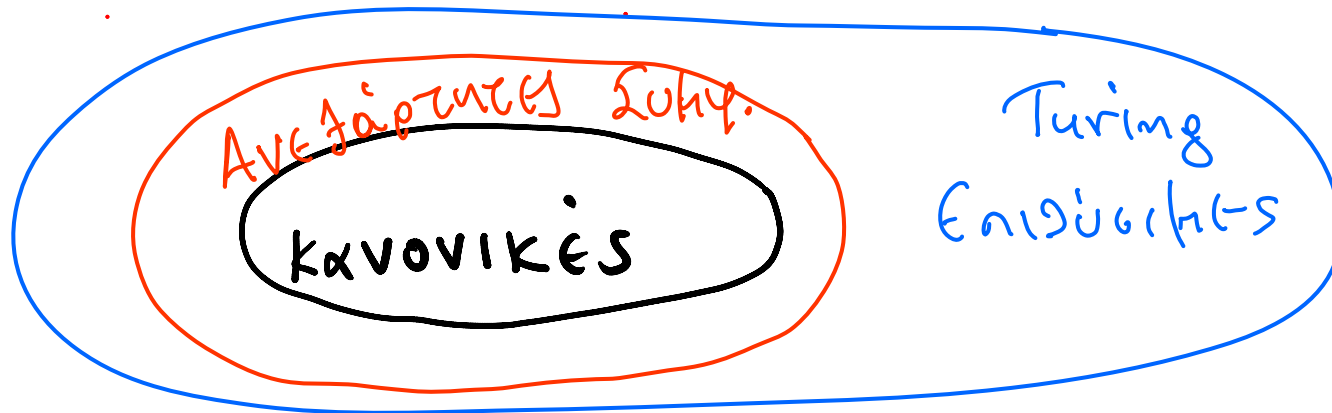
Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?



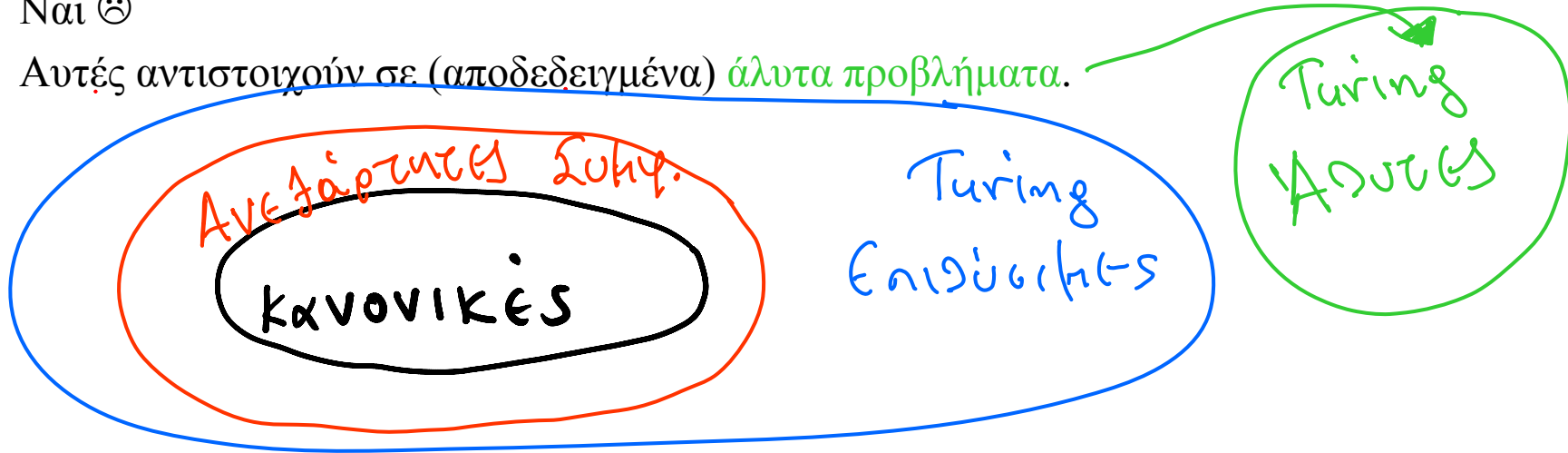
Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹



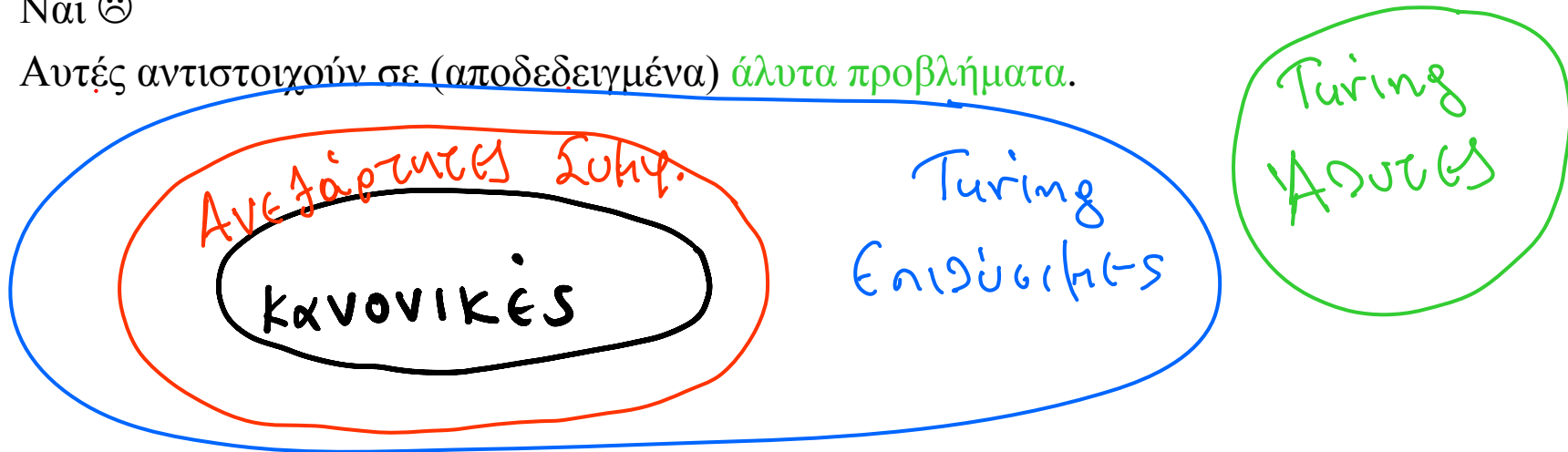
Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹
- Αυτές αντιστοιχούν σε (αποδεδειγμένα) *άλυτα προβλήματα*.



Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

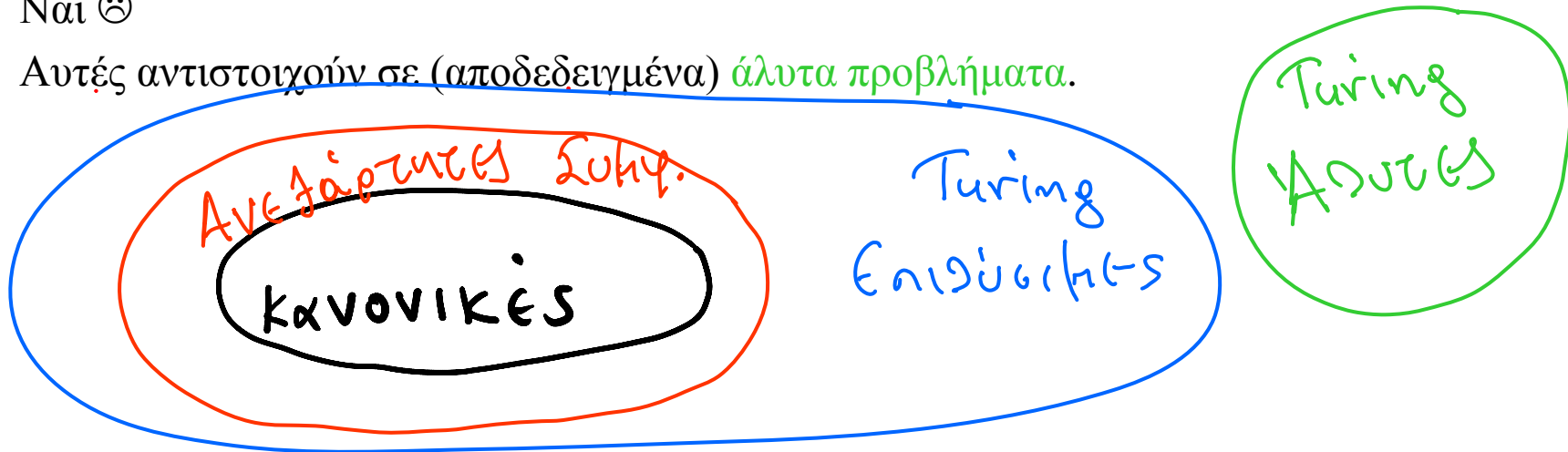
- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹
- Αυτές αντιστοιχούν σε (αποδεδειγμένα) *άλυτα προβλήματα*.



- Πχ. Το πρόβλημα του τερματισμού (Halting problem).
- Διαισθητικά: Έστω ένα πρόγραμμα M και μια είσοδος W . Θα τερματίσει το πρόγραμμα M με είσοδο W ?

Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

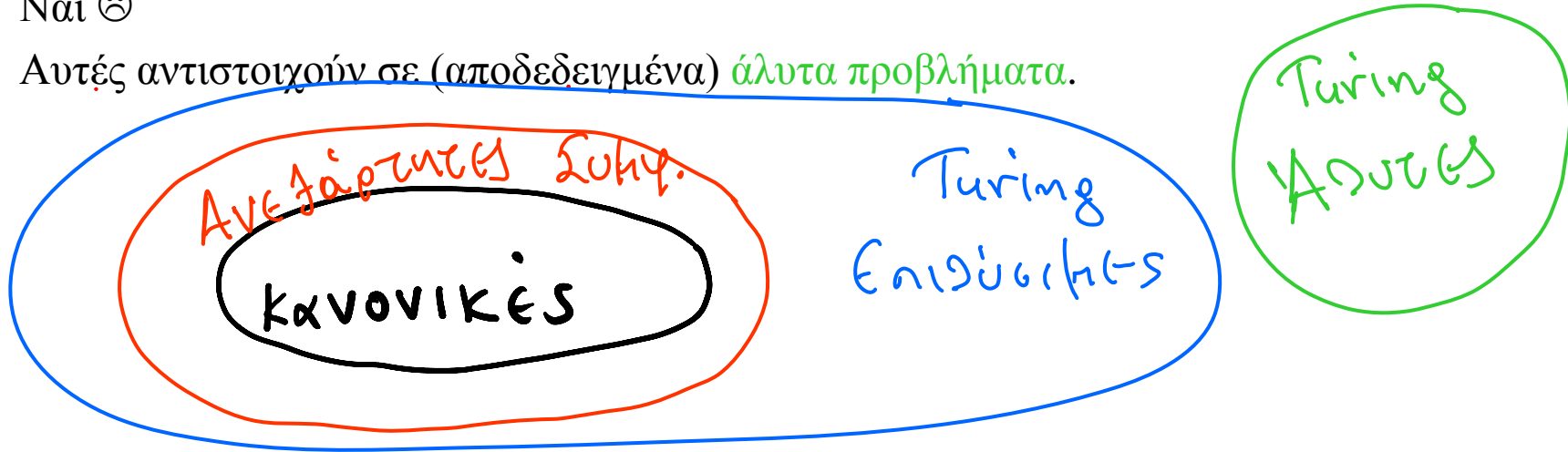
- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹
- Αυτές αντιστοιχούν σε (αποδεδειγμένα) *άλυτα προβλήματα*.



- Πχ. Το *πρόβλημα του τερματισμού* (Halting problem).
- *Πως δείχνω ότι ένα πρόβλημα είναι άλυτο;*

Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

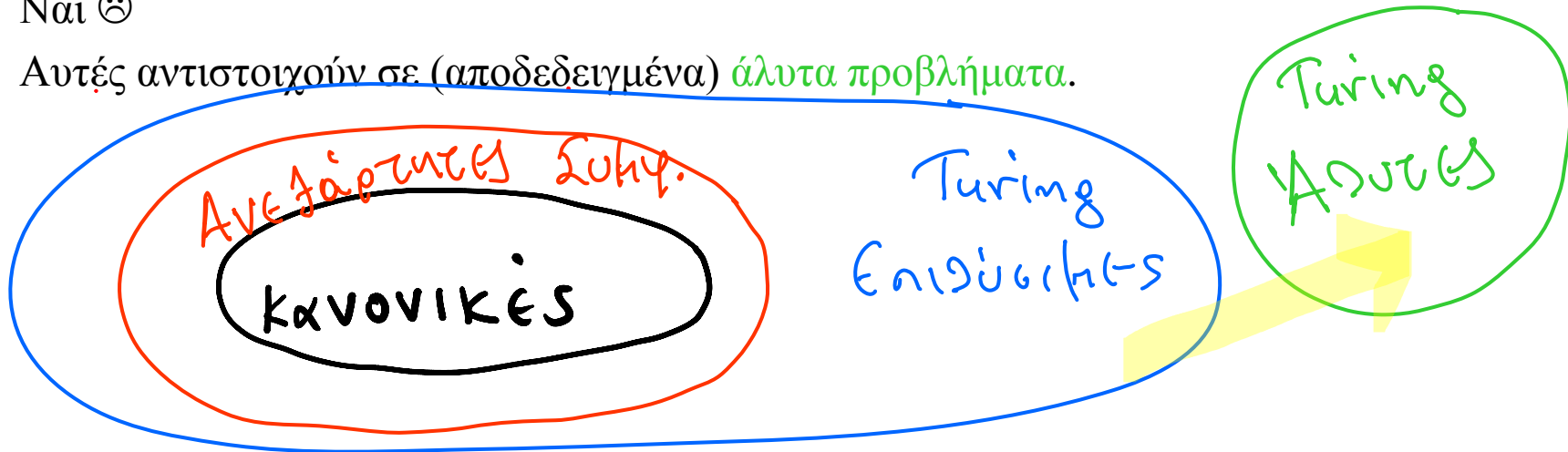
- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹
- Αυτές αντιστοιχούν σε (αποδεδειγμένα) *άλυτα προβλήματα*.



- Πχ. Το *πρόβλημα του τερματισμού* (Halting problem).
- *Πως δείχνω ότι ένα πρόβλημα είναι άλυτο;*
- ... μήπως ... πάλι με Λήμμα Άντλησης....;

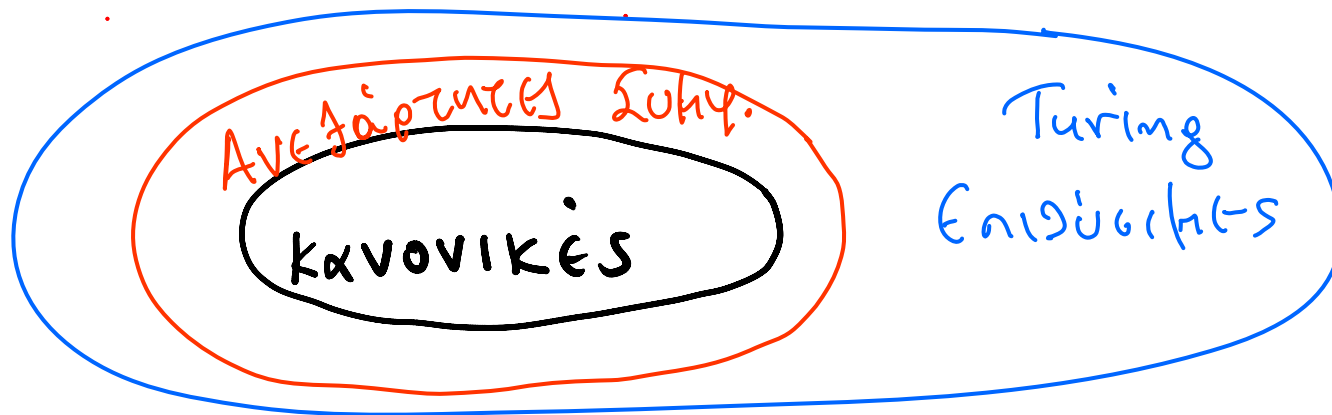
Κανονικές \subseteq Ανεξάρτητες Συμφραζομένων \subseteq Επιλύσιμες

- Υπάρχουν γλώσσες που δεν είναι Turing επιλύσιμες?
- Ναι ☹
- Αυτές αντιστοιχούν σε (αποδεδειγμένα) **άλυτα προβλήματα**.



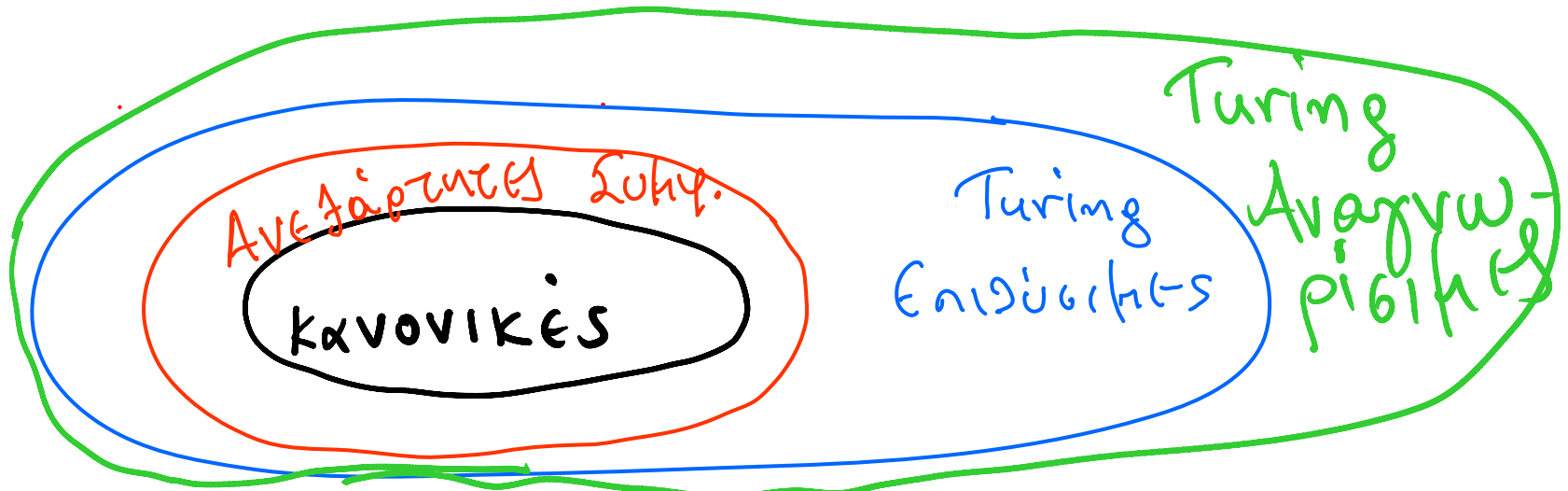
- Πχ. Το **πρόβλημα του τερματισμού** (Halting problem).
- **Πως δείχνω ότι ένα πρόβλημα είναι άλυτο;**
- ... μήπως ... πάλι με Λήμμα Άντλησης....;
- Όχι. Με τη **μέθοδο της Αναγωγής!**

Επιλύσιμες



- Γλώσσα L επιλύσιμη, αν υπάρχει Turing μηχανή M_L που την αποφασίζει.
- Δλδ: για κάθε είσοδο x , η $M_L(x)$ τερματίζει σε ΝΑΙ, αν x ανήκει στην L , και η $M_L(x)$ τερματίζει σε ΟΧΙ, αν x δεν ανήκει στην L .

Επιλύσιμες \subseteq Αναγνωρίσιμες



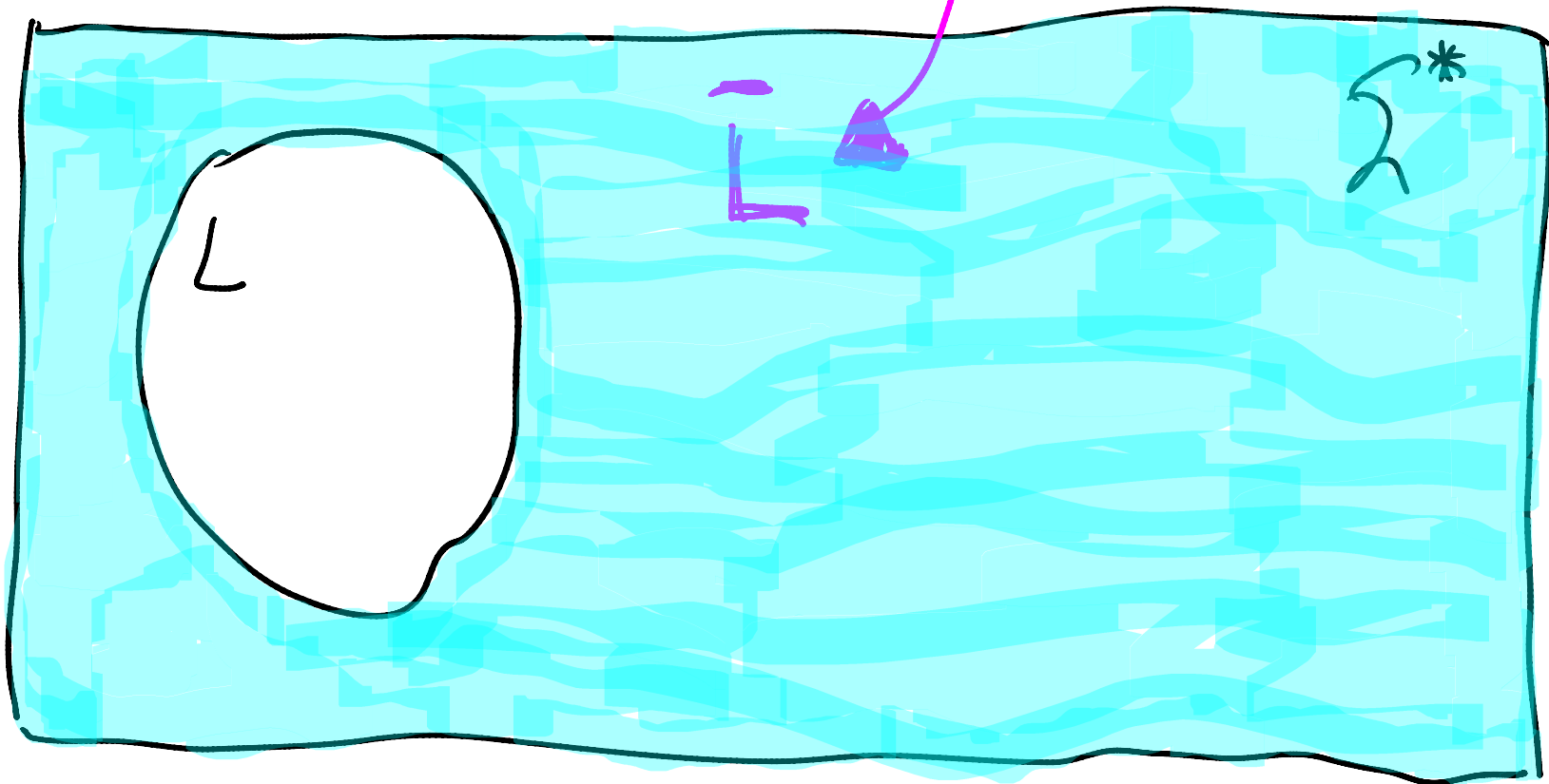
- Γλώσσα L επιλύσιμη, αν υπάρχει Turing μηχανή M_L που την αποφασίζει.
- Δλδ: για κάθε είσοδο x , η $M_L(x)$ τερματίζει σε ΝΑΙ, αν x ανήκει στην L , και η $M_L(x)$ τερματίζει σε ΟΧΙ, αν x δεν ανήκει στην L .
- Γλώσσα L αναγνωρίσιμη, αν υπάρχει Turing μηχανή M_L που την αναγνωρίζει.
- Δλδ: για κάθε είσοδο x , η $M_L(x)$ τερματίζει σε ΝΑΙ αν x ανήκει στην L , και η $M_L(x)$ κρεμάει, αν x δεν ανήκει στην L .

Επιλύσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 **επιλύσιμες** τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.

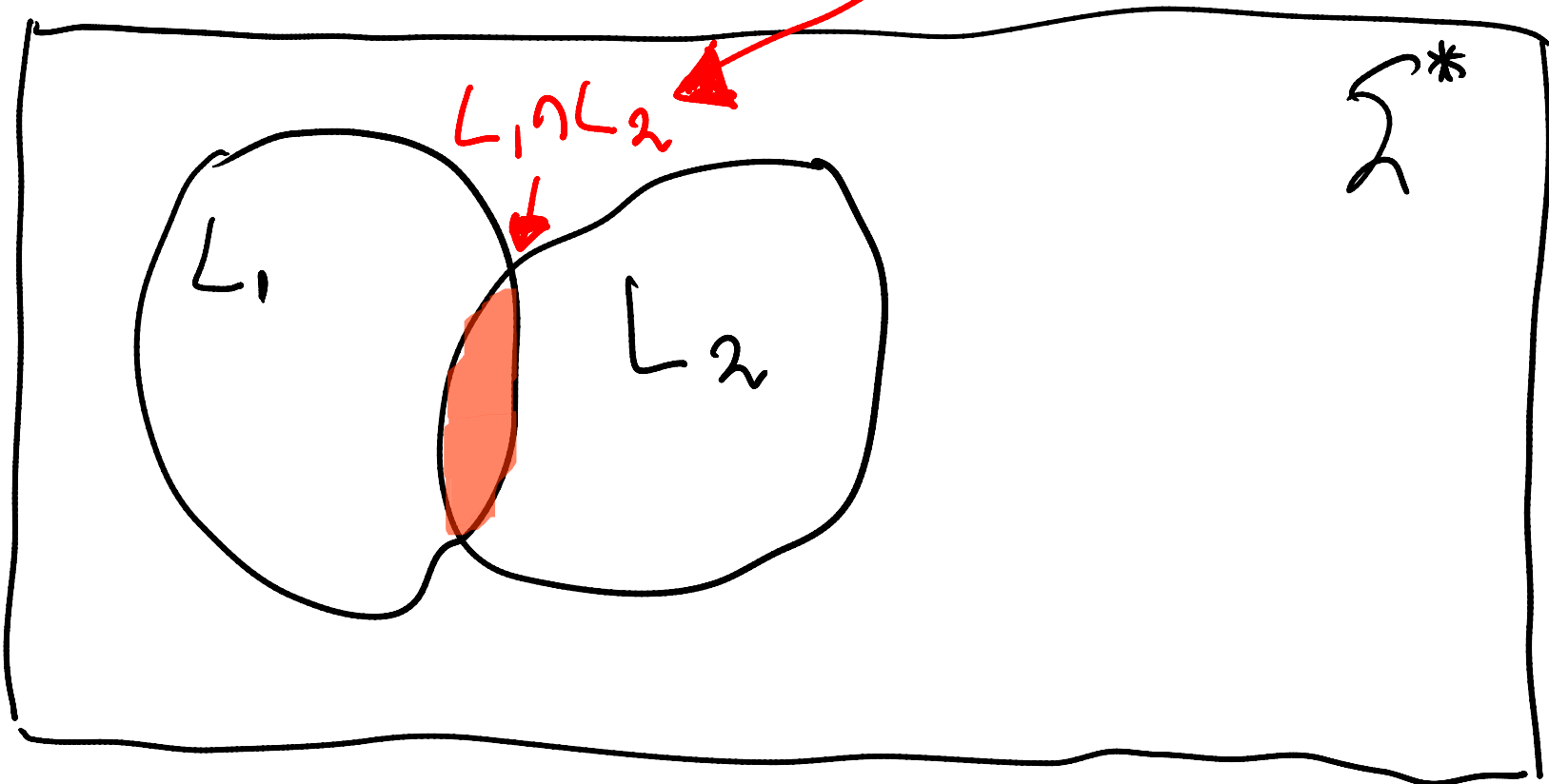
Επιλύσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 επιλύσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.



Επιλύσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 επιλύσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.



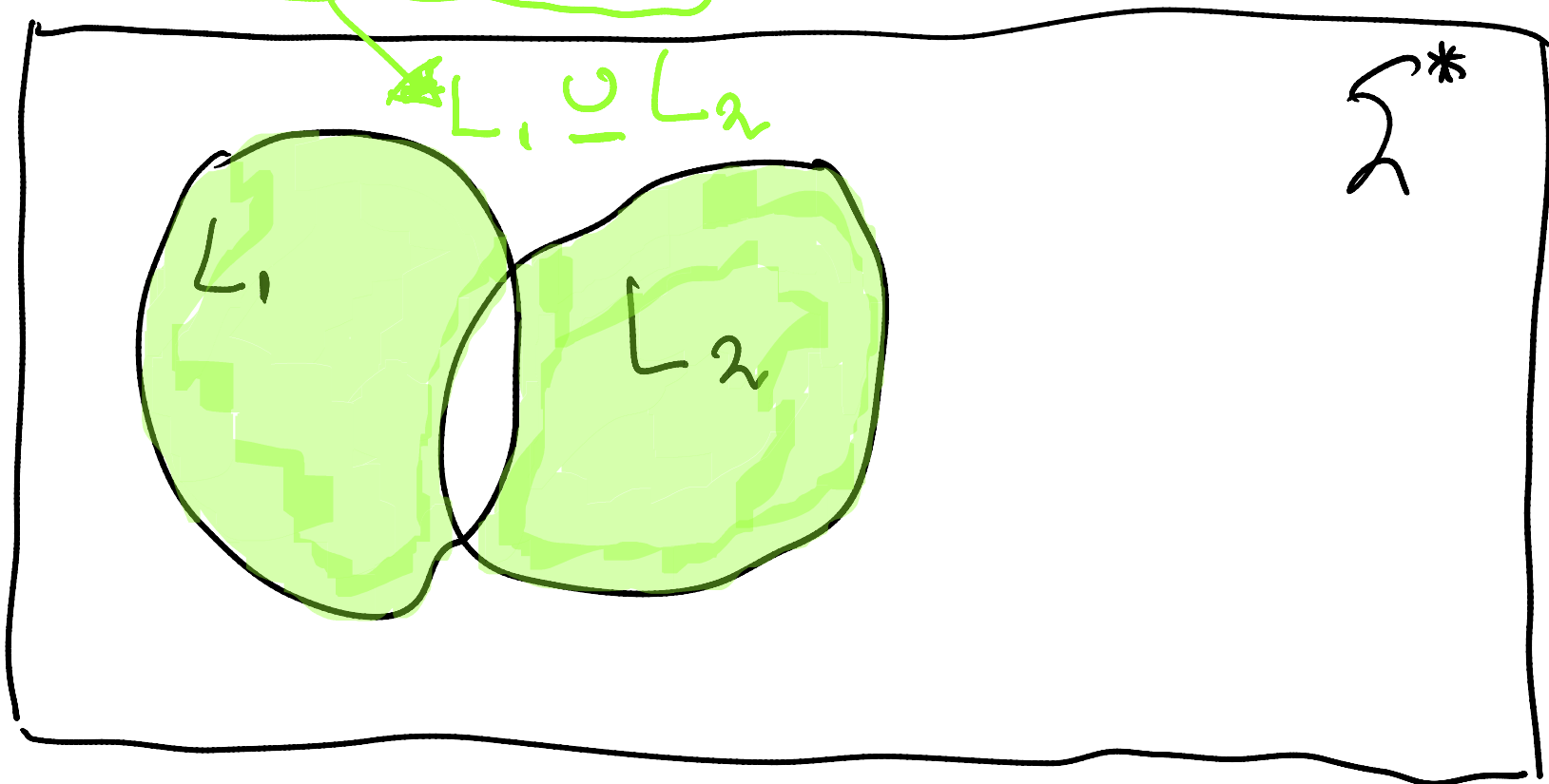
Επιλύσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 επιλύσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.



Επιλύσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 επιλύσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.



Αναγνωρίσιμες: ιδιότητες

- Αν L επιλύσιμη τότε ομοίως και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 επιλύσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- & η **αποκλειστική διάζευξη** τους.

- Αν L αναγνωρίσιμη (& όχι επιλύσιμη) τότε **ΟΧΙ** και η **άρνηση** της
- Αν L_1 και L_2 αναγνωρίσιμες τότε ομοίως και η **τομή**, η **ένωση** τους
- **ΟΧΙ** η **αποκλειστική διάζευξη** τους.