



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Τηλεπικοινωνίες

Ενότητα 6 : Παλμοαναλογική Διαμόρφωση

Δημοσθένης Βουγιούκας (dnougiou@aegean.gr)

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών & Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Εισαγωγή

- Τα είδη διαμόρφωσης που είδαμε μέχρι τώρα (διαμορφώσεις πλάτους και γωνίας) μεταβάλλουν συνεχώς μία παράμετρο ενός ημιτονοειδούς σήματος (φέροντος) σύμφωνα με την πληροφορία.
- Στη **διαμόρφωση παλμών** (pulse modulation) μεταβάλλεται κάποια παράμετρος μιας **ακολουθίας παλμών** σύμφωνα με την πληροφορία.
- Μπορούμε να διακρίνουμε δύο βασικούς τύπους διαμόρφωσης παλμών:
 - Παλμοαναλογική Διαμόρφωση (pulse-analog modulation - **PAM**)
 - Παλμοκωδική Διαμόρφωση (pulse-code modulation - **PCM**)

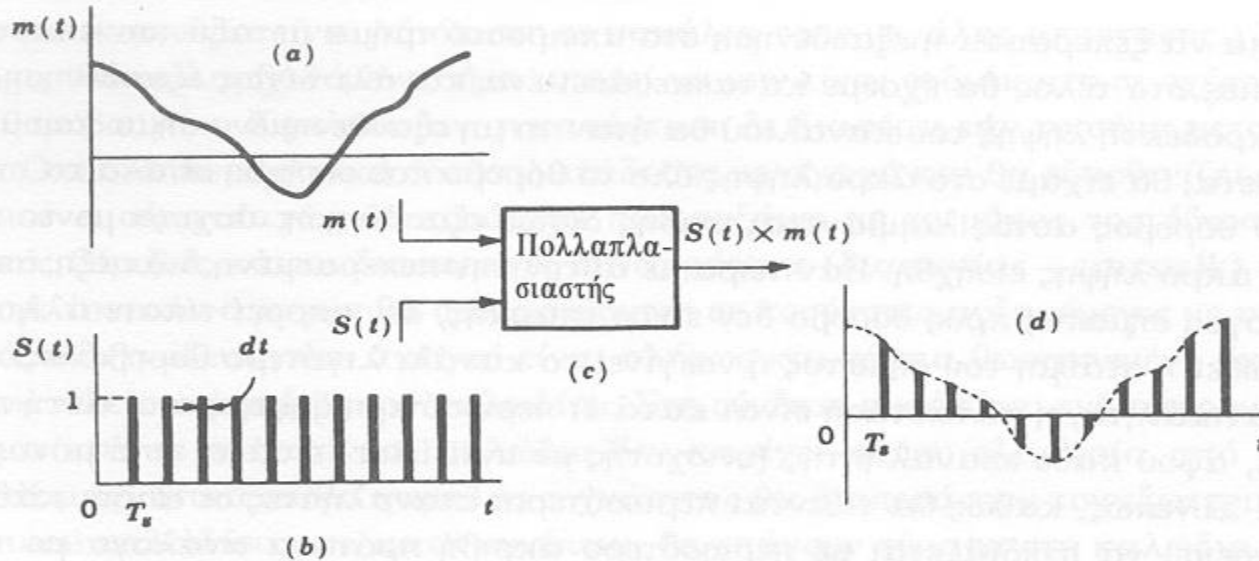
Παλμοαναλογική Διαμόρφωση

5

- Στην παλμοαναλογική διαμόρφωση, το ρόλο του φέροντος παίζει μία ακολουθία παλμών, ένα χαρακτηριστικό των οποίων μεταβάλλεται σύμφωνα με τη τιμή του πλάτους του αρχικού σήματος στην αρχή του κάθε παλμού.
- Επειδή η αρχή των παλμών λαμβάνει χώρα μόνο σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, η πληροφορία που εμπεριέχεται στο σήμα παλμοαναλογικής διαμόρφωσης αντιστοιχεί σε **δείγματα** του αρχικού σήματος.
- Για το λόγο αυτό εξετάζουμε τη δειγματοληψία ενός αναλογικού σήματος.

Θεώρημα Δειγματοληψίας – Βαθυπερατά Σήματα

6



Σχήμα 5.1-1 (a) Ένα σήμα $m(t)$ που πρόκειται να υποστεί δειγματοληψία. (b) Η συνάρτηση δειγματοληψίας $S(t)$ αποτελείται από μία ακολουθία πολύ στενών παλμών μοναδιαίου πλάτους. (c) Η διαδικασία της δειγματοληψίας επιτελείται σε έναν πολλαπλασιαστή. (d) Τα δείγματα του σήματος $m(t)$.

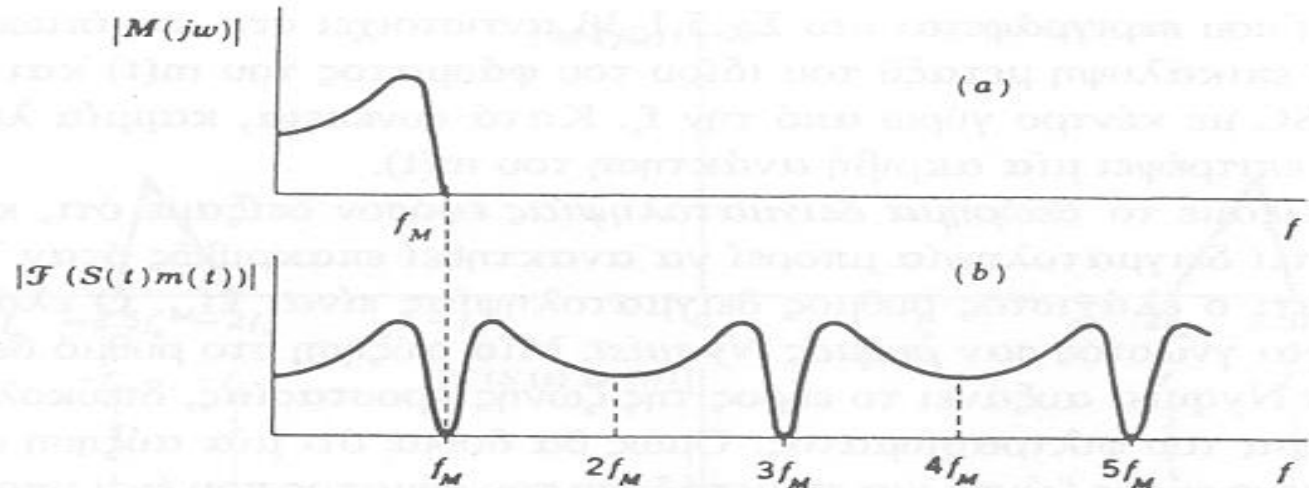
- Το σήμα $S(t)$ είναι περιοδικό και αναπτύσσεται σε σειρά Fourier:

$$S(t) = \frac{dt}{T_s} + 2 \frac{dt}{T_s} \left[\cos\left(2\pi \frac{t}{T_s}\right) + \cos\left(2 \cdot 2\pi \frac{t}{T_s}\right) + \dots \right]$$

$$S(t) = dt \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \frac{dt}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j \frac{2\pi n t}{T_s}}$$

Θεώρημα Δειγματοληψίας – Βαθυπερατά Σήματα

7



Σχήμα 5.1-2 (a) Η γραφική παράσταση του μέτρου της φασματικής πυκνότητας ενός σήματος περιορισμένου εύρους ζώνης στην f_M . (b) Γραφική παράσταση του πλάτους του φάσματος του σήματος από δειγματοληψία.

- Στην περίπτωση όπου ο χρόνος δειγματοληψίας είναι $T_s = 1/2f_M$ το γινόμενο $S(t)m(t)$ είναι:

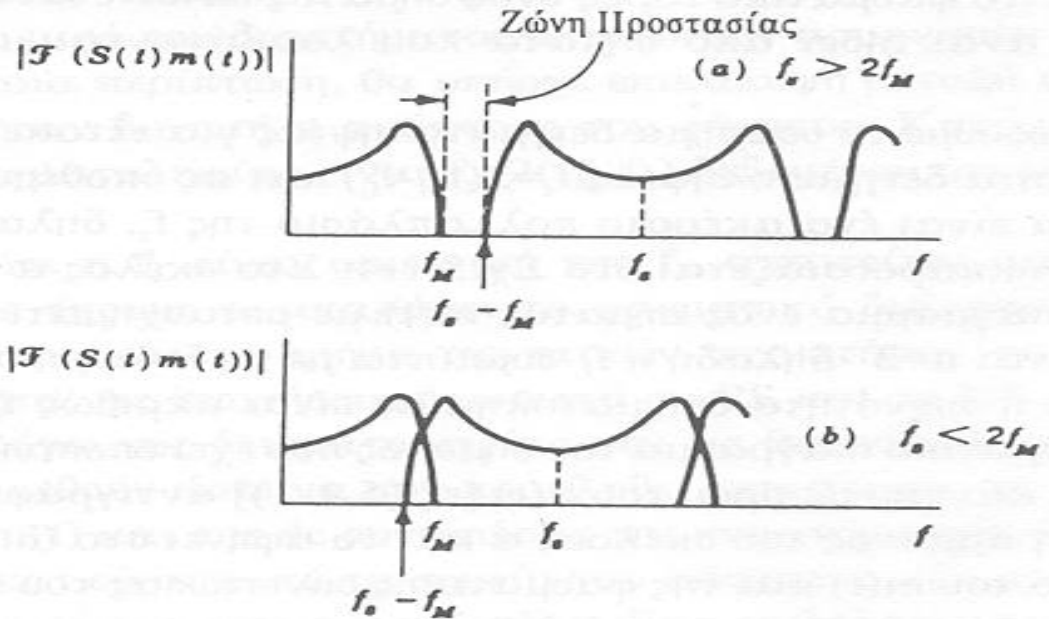
$$S(t)m(t) = \frac{dt}{T_s} m(t) + \frac{dt}{T_s} \left[\underbrace{2m(t) \cos 2\pi(2f_M)t}_{\text{DSB-SC}} + \underbrace{2m(t) \cos 2\pi(4f_M)t}_{\text{DSB-SC}} + \dots \right]$$

f
 $2f_s$

Τηλεπικοινωνίες
Τηλεπικοινωνίες

Θεώρημα Δειγματοληψίας – Βαθυπερατά Σήματα

8

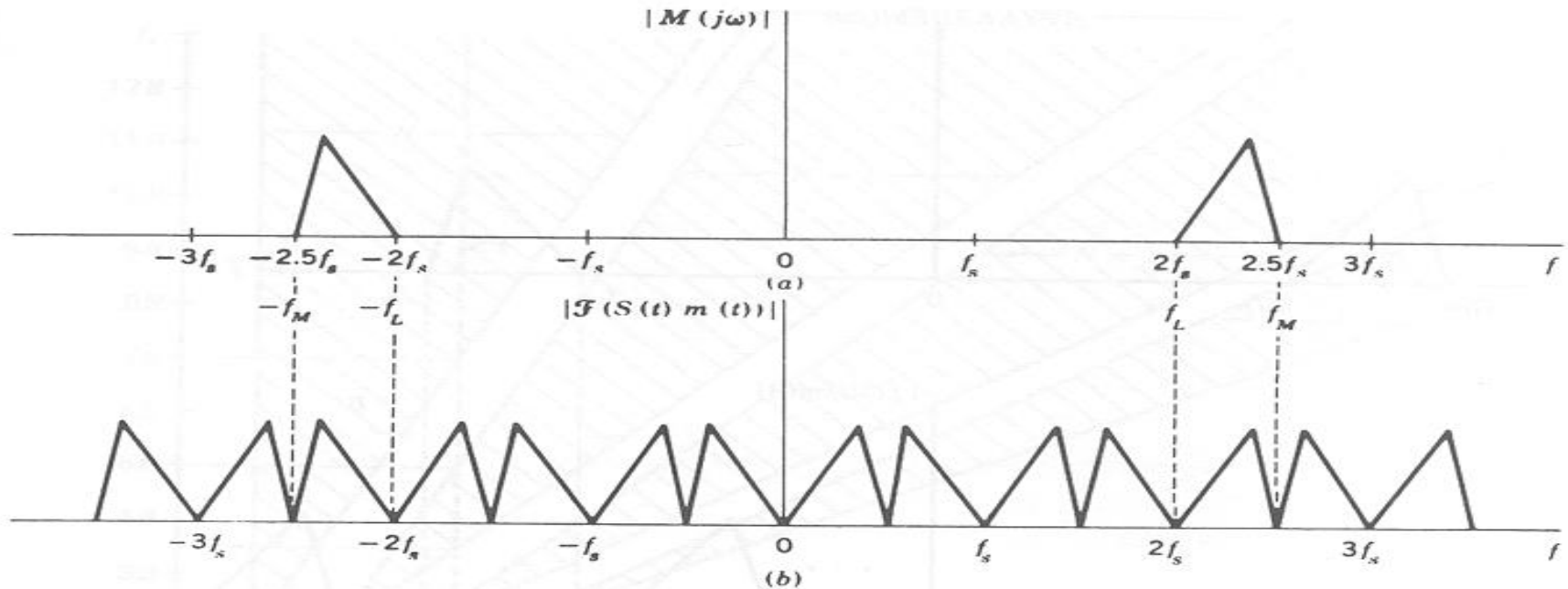


Σχήμα 5.1-3 (a) Μία ζώνη προστασίας εμφανίζεται όταν $f_s > 2f_M$.
(b) Επικάλυψη φασμάτων όταν $f_s < 2f_M$.

- Στο τηλεφωνικό δίκτυο το σήμα γραμμής περιορίζεται στην $f_M = 3.3 \text{ kHz}$, και f_s επιλέγεται στα 8.0 kHz οπότε η ζώνη προστασίας είναι $8.0 - 2 \times 3.3 = 1.4 \text{ kHz}$. Το θεώρημα δειγματοληψίας αναφέρει ότι το σήμα που έχει υποστεί δειγματοληψία μπορεί να ανακτηθεί επακριβώς όταν $f_s \geq 2f_M$. Ο ελάχιστος ρυθμός δειγματοληψίας είναι γνωστός σαν **ρυθμός Nyquist**.

Θεώρημα Δειγματοληψίας – Ζωνοπερατά Σήματα

9



Σχήμα 5.1-4 (a) Το φάσμα ενός ζωνοπερατού σήματος. (b) Το φάσμα του ζωνοπερατού σήματος που έχει υποστεί δειγματοληψία.

- Στη γενικότερη περίπτωση όπου $f_L \neq 0$ μπορεί να μη χρειαστεί η συχνότητα δειγματοληψίας να είναι μεγαλύτερη από $f_s = 2(f_M - f_L)$
- Στην περίπτωση που $f_L = n f_s$ (στο σχήμα $n=2$), η ελάχιστη επιτρεπτή συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_s = 2(f_M - f_L)$, δεδομένου ότι είτε η f_L είτε η f_M είναι αρμονική της f_s

Θεώρημα Δειγματοληψίας – Ζωνοπερατά Σήματα

10

Εάν ούτε η f_L ούτε η f_M είναι αρμονική της f_M , τότε για να αποφευχθεί η επικάλυψη πρέπει:

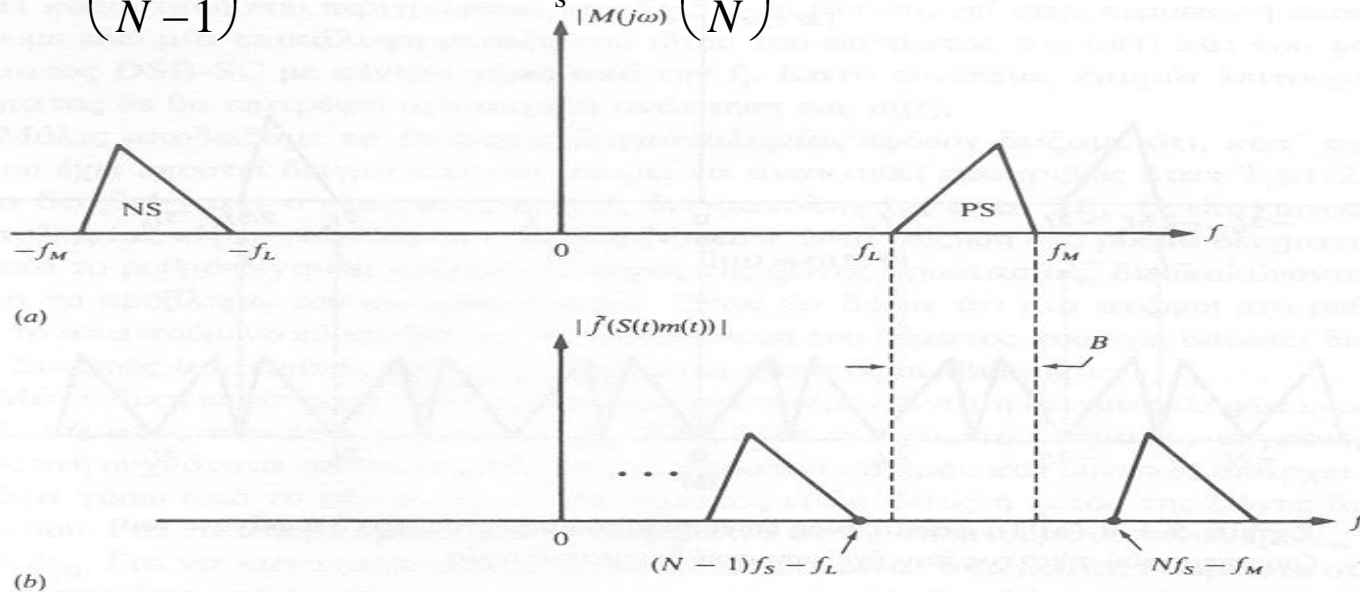
$$(N-1)f_s - f_L \leq f_L \quad \text{και} \quad Nf_s - f_M \geq f_M$$

Με $B \equiv f_M - f_L$ έχουμε $(N-1)f_s \leq 2(f_M - B)$ και $Nf_s \geq 2f_M$

Θέτω $k \equiv f_M/B$ και έχω:

$$f_s \leq 2B \left(\frac{k-1}{N-1} \right)$$

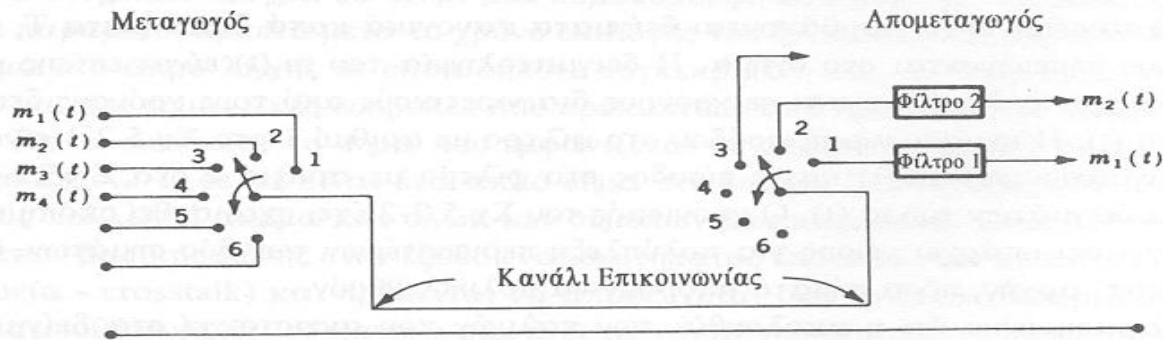
$$f_s \geq 2B \left(\frac{k}{N} \right)$$



Σχήμα 5.1-5 (a) Το φάσμα του ζωνοπερατού σήματος. (b) Το φάσμα του NS μετατοπισμένο από την $(N-1)$ -οστή και την N -οστή αρμονική της κυματομορφής δειγματοληψίας.

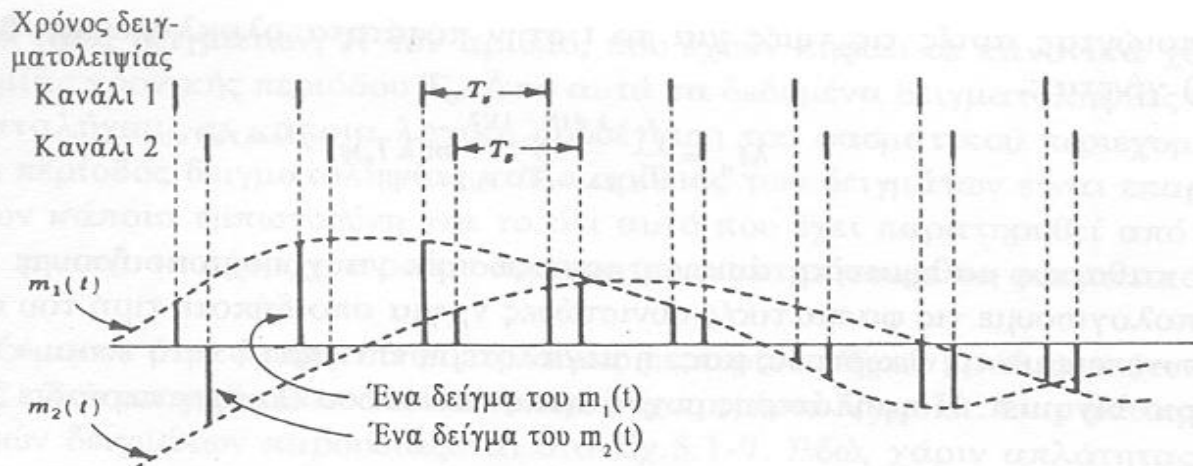
Διαμόρφωση Πλάτους Παλμού (PAM)

11



Μεταγωγός:
τουλάχιστον
 $2f_M$
περιστροφές/s
ec

Σχήμα 5.2-1 Παρουσίαση του πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αρχή δειγματοληψίας για την μετάδοση ενός αριθμού σημάτων περιορισμένου εύρους ζώνης σε ένα απλό κανάλι επικοινωνιών.



Σχήμα 5.2-2 Η παρεμβολή δύο σημάτων βασικής ζώνης.

Εύρος ζώνης καναλιού για ένα PAM σήμα

12

- Αν το κανάλι έχει τα χαρακτηριστικά ιδανικού LPF με συχνότητα αποκοπής ω_c , μοναδιαίο κέρδος, μηδενική καθυστέρηση και λαμβάνεται ένα δείγμα από το σήμα $m_1(t)$ σε $t=0$, τότε στο άκρο μετάδοσης σε $t=0$ έχουμε ένα κρουστικό παλμό ισχύος $I_1=m_1(0)dt$.
- Η απόκριση $S_{R1}(t)$ στο άκρο λήψης είναι:

$$S_{R1}(t) = \frac{I_1 \omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t}$$

- Σε χρόνο $t=1/2f_c$ λαμβάνεται ένα δείγμα του $m_2(t=1/2f_c)$, έχουμε ένα κρουστικό παλμό ισχύος $I_2=m_2(t=1/2f_c)dt$ και η απόκριση είναι:

$$S_{R2}(t) = \frac{I_2 \omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c (t - 1/2f_c)}{\omega_c (t - 1/2f_c)}$$

- Ισχύει ότι: Ρυθμός δειγματοληψίας $\times N$ = ρυθμός διαβίβασης από κανάλι εύρους f_c ή $2B$ $\times N=2f_c$. Και τελικά $f_c = W = NB$ ή $W = f_s/2$

αριθμός
σημάτων f_M

Δειγματοληψία

13

- Χρησιμοποιώντας το θεώρημα δειγματοληψίας μπορούμε να αντιπροσωπεύσουμε τις αναλογικές πληροφορίες χρησιμοποιώντας παλμούς.
- Ο ρυθμός των παλμών που απαιτείται για PAM είναι $f_s > 2B$ όπου το B είναι η υψηλότερη συχνότητα του αναλογικού σήματος και $2B$ είναι ο ρυθμός Nyquist.
- Υπάρχουν δύο τύποι PAM ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η δειγματοληψία:
 - Φυσική δειγματοληψία
 - Στιγμαία (ή επίπεδη) δειγματοληψία

Φυσική Δειγματοληψία

- Εάν $w(t)$ είναι μια αναλογική κυματομορφή περιορισμένου εύρους B hertz, το PAM σήμα το οποίο χρησιμοποιεί φυσική δειγματοληψία είναι της μορφής:

$$w_s(t) = s(t)w(t)$$

όπου $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t-nT_s}{\tau}\right)$ είναι ένα ορθογώνιο σήμα και $f_s = 1/T_s > 2B$.

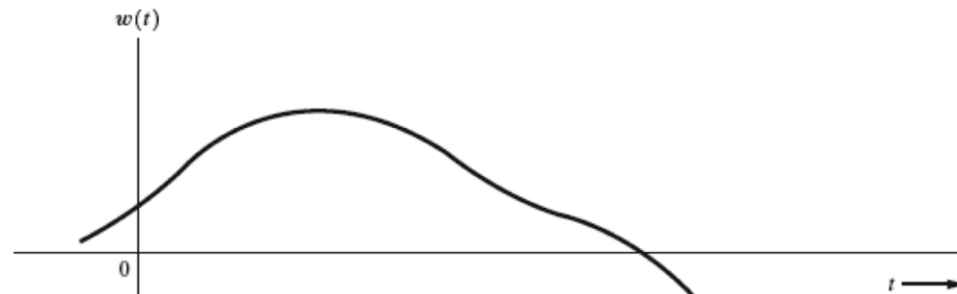
- Το φάσμα του φυσικά δειγματοληπτημένου PAM σήματος είναι:

$$W_s(f) = F[w_s(t)] = d \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi nd)}{\pi nd} W(f - nf_s)$$

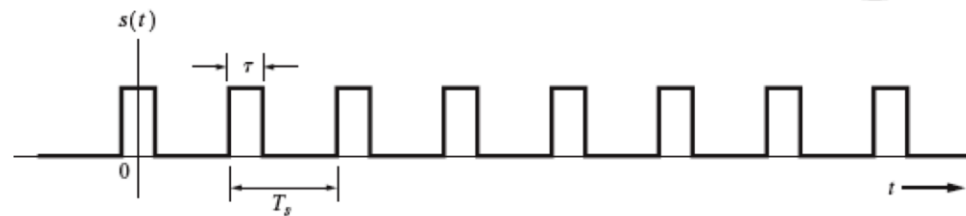
όπου $f_s = 1/T_s$, $\omega_s = 2\pi f_s$, το duty cycle του $s(t)$ είναι $d = \tau/T_s$ και $W(f) = F[w(t)]$ είναι το φάσμα της αρχικής μη δειγματοληπτημένης κυματομορφής.

Φυσική Δειγματοληψία Αρχικού Σήματος

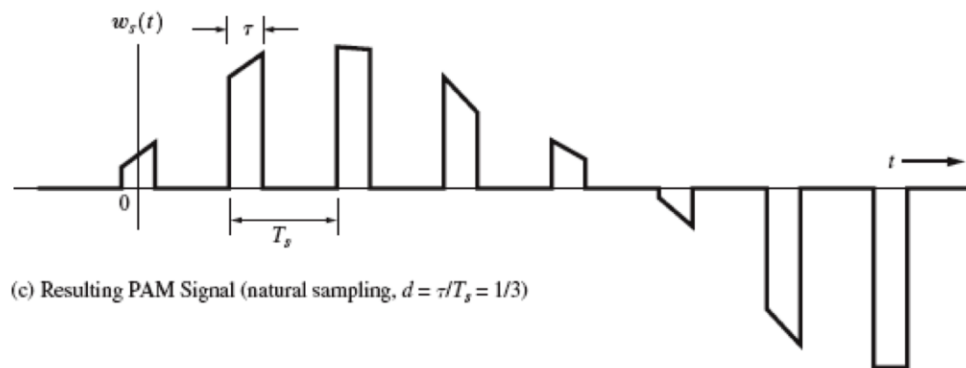
15



(a) Baseband Analog Waveform



(b) Switching Waveform with Duty Cycle $d = \tau/T_s = 1/3$

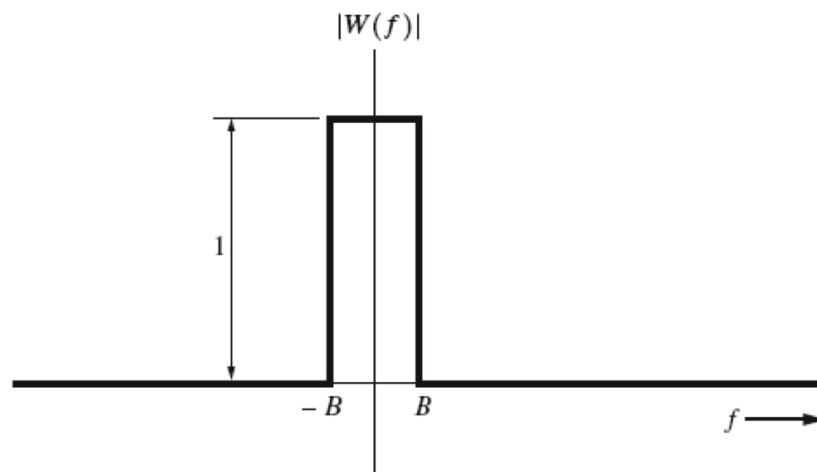


(c) Resulting PAM Signal (natural sampling, $d = \tau/T_s = 1/3$)

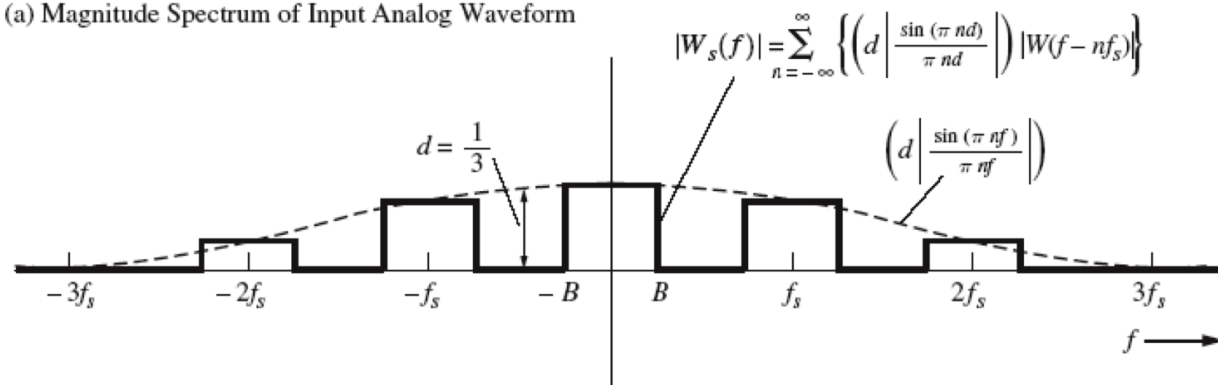
Φυσική Δειγματοληψία Αρχικού και Δειγματοληπτημένου Σήματος

16

Το εύρος ζώνης του σήματος PAM είναι πολύ μεγαλύτερο από το εύρος ζώνης του αρχικού σήματος.



(a) Magnitude Spectrum of Input Analog Waveform



(b) Magnitude Spectrum of PAM (natural sampling) with $d = 1/3$ and $f_s = 4B$

Στιγμαιαία Δειγματοληψία

17

- Η περίπτωση αυτή αποτελεί μια γενίκευση της δειγματοληψίας με συναρτήσεις δέλτα.
- Εάν $w(t)$ είναι μια αναλογική κυματομορφή περιορισμένου εύρους B hertz, το PAM σήμα το οποίο χρησιμοποιεί στιγμιαία δειγματοληψία είναι της μορφής:

$$w_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(nT_s)h(t - nT_s)$$

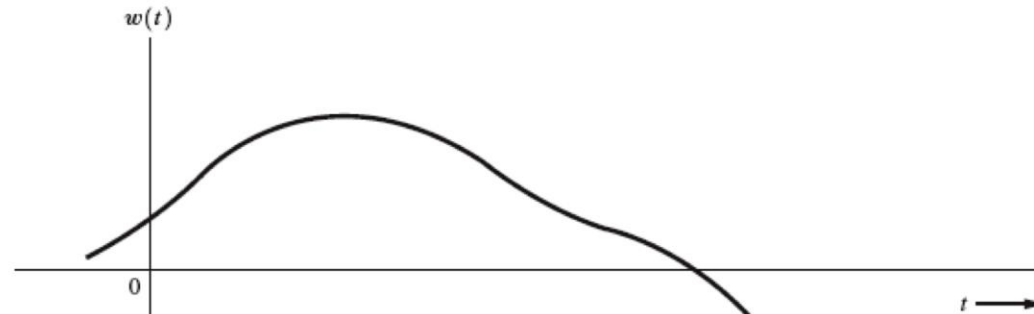
όπου $h(t)$ δείχνει τη μορφή του παλμού δειγματοληψίας και δίνεται από την σχέση:

$$h(t) = \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, & |t| < \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases}$$

όπου $\tau \leq T_s = 1/f_s$ και $f_s \geq 2B$

Στιγμαιαία Δειγματοληψία

18



(a) Baseband Analog Waveform



(b) Impulse Train Sampling Waveform



(c) Resulting PAM Signal (flat-top sampling, $d = \tau/T_s = 1/3$)

Στιγμαιαία Δειγματοληψία

19

- Το φάσμα ενός τέτοιου PAM σήματος δίνεται από την σχέση:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} W(f - nf_s)$$

όπου

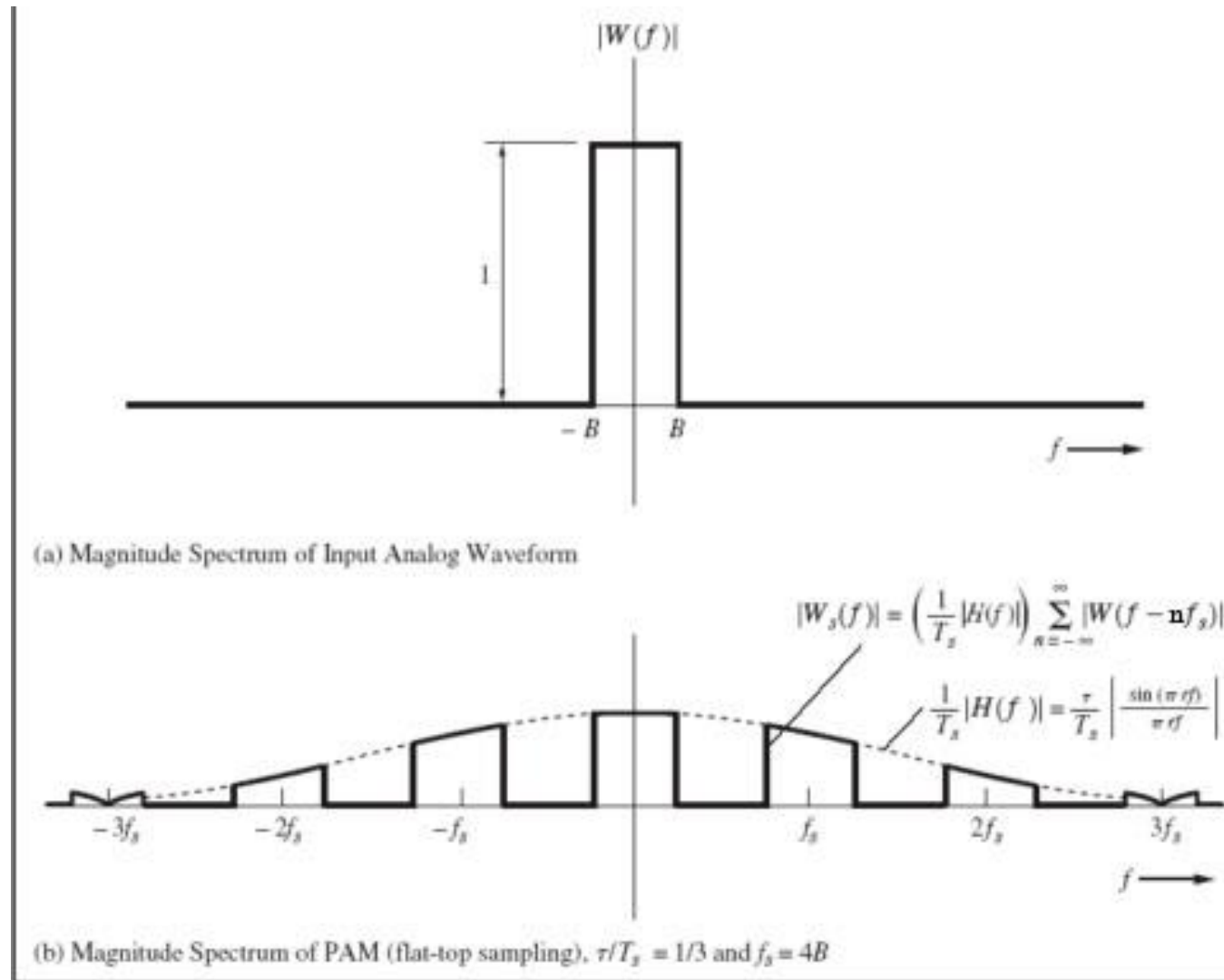
$$H(f) = F[h(t)] = \tau \left(\frac{\sin(\pi \tau f)}{\pi \tau f} \right)$$

- Η στιγμιαία δειγματοληψία απλοποιεί τη σχεδίαση του ηλεκτρονικού κυκλώματος που χρησιμοποιείται για να επιτελέσει τη διαδικασία της δειγματοληψίας.
 - Χρησιμοποιούνται επίπεδοι παλμοί

Στιγμαιαία Δειγματοληψία

20

Το εύρος ζώνης του σήματος PAM είναι πολύ μεγαλύτερο από το εύρος ζώνης του αρχικού σήματος.



Τεχνικές Παλμοαναλογικής Διαμόρφωσης

- Υπάρχουν τρεις τεχνικές διαμόρφωσης μίας ακολουθίας παλμών, κάθε μία από τις οποίες μεταβάλλει ένα χαρακτηριστικό των παλμών σύμφωνα με τις μεταβολές του πλάτους του αρχικού σήματος.

- Η διαμόρφωση πλάτους παλμών ή **PAM (Pulse-Amplitude Modulation)**

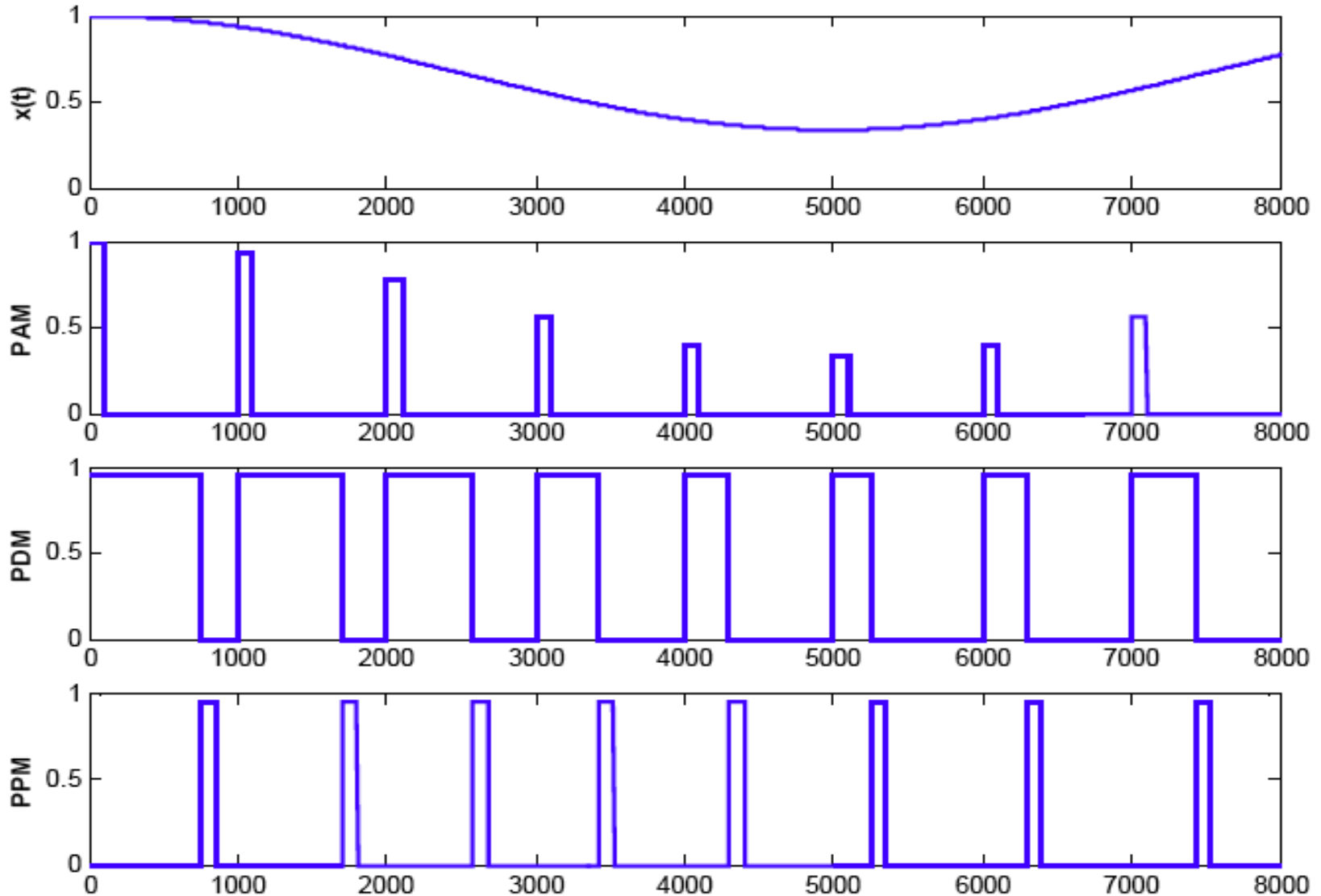
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1 + k_a m(nT_s)] g(t - nT_s)$$

όπου το πλάτος (ύψος) του παλμού είναι $1 + k_a m(nT_s)$ η ευαισθησία πλάτους k_a επιλέγεται έτσι ώστε το πλάτος να είναι πάντα θετικό.

- Η διαμόρφωση διάρκειας παλμού (**Pulse-Duration Modulation - PDM**) είναι ανάλογη με τη διαμόρφωση συχνότητας.
- Η διαμόρφωση θέσης παλμού (**Pulse-Position Modulation - PPM**) είναι ανάλογη με τη διαμόρφωση φάσης και η διάρκεια και η θέση του κάθε παλμού αντίστοιχα μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή του

Τεχνικές Παλμοαναλογικής Διαμόρφωσης

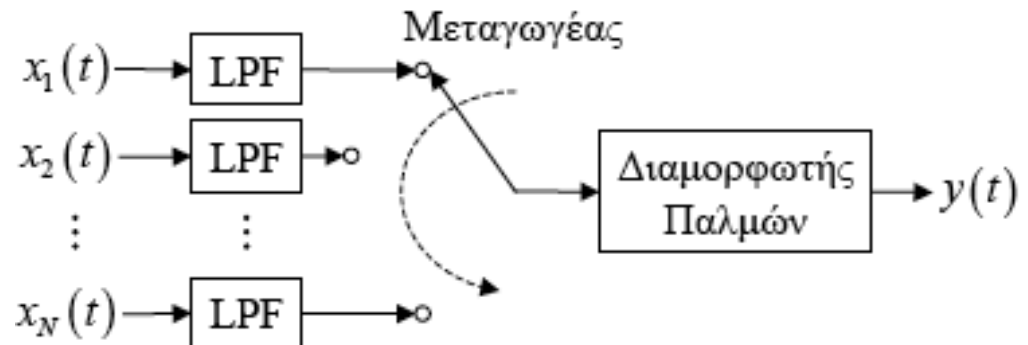
22



Πολυπλεξία με Διαίρεση Χρόνου (TDM)

23

- Η αναπαράσταση ενός σήματος βασικής ζώνης $x(t)$ μέσω των δειγμάτων του $m(nT_s)$ παρέχει τη δυνατότητα πολυπλεξίας στο χρόνο.
- Ο μεταγωγέας λαμβάνει αρχικά ένα δείγμα από κάθε σήμα (N δείγματα συνολικά) και κατόπιν ξεκινά από το πρώτο δείγμα, κ.ο.κ.
- Εάν η περίοδος δειγματοληψίας για το κάθε σήμα είναι T_s το χρονικό διάστημα ανάμεσα στα δείγματα δύο διαδοχικών σημάτων θα είναι T_s/N .
- Το φάσμα των σημάτων περιορίζεται σε T_s από βαθυπερατά φίλτρα και η συνολική ακολουθία δειγμάτων οδηγείται σε έναν διαμορφωτή παλμών.



Ιδανική ανάκτηση σήματος

24

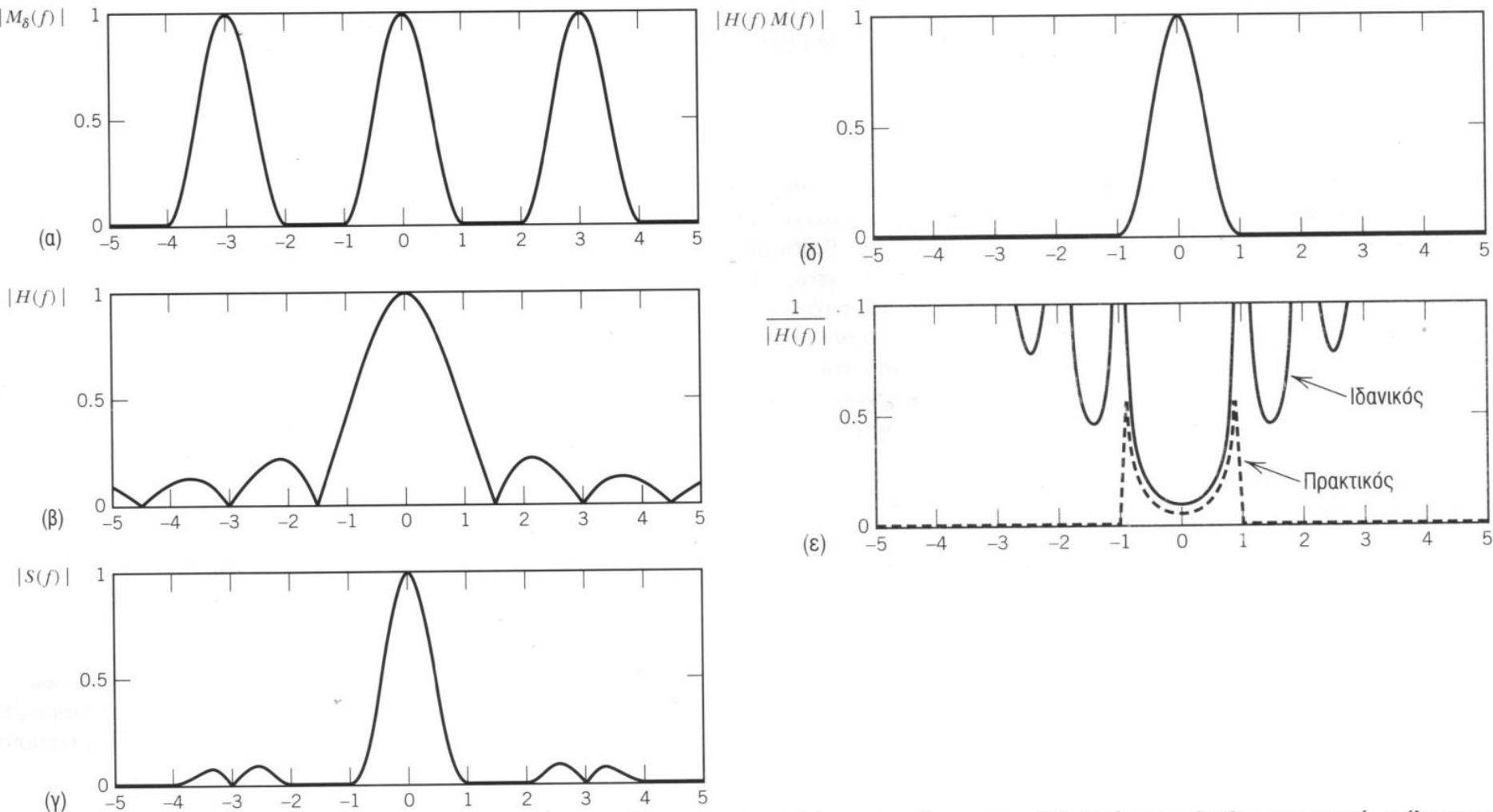
- Από τα δείγματα $m(nT_s)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, του σήματος $m(t)$ περιορισμένου εύρους B δημιουργούμε τη συνάρτηση δειγματοληψίας

$$m_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

- Το φάσμα πλάτους αυτής αποτελείται από το φάσμα πλάτους του σήματος $m(t)$ και τις εικόνες του (άνω και κάτω πλευρικές ζώνες) στις συχνότητες $f_s, 2f_s, 3f_s, \dots, nf_s, \dots$
- Αν οδηγήσουμε το σήμα $m_\delta(t)$ σε ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής ίση με $f_s/2$, στην έξοδο του φίλτρου θα πάρουμε το σήμα $m(t)$ (πολλαπλασιασμένο επί τη σταθερά $1/T_s$). Για να συμβαίνει αυτό πρέπει να ισχύει η συνθήκη του Nyquist: $f_s \geq 2B \rightarrow B \leq f_s/2$.

Ανάκτηση Σήματος ΡΑΜ

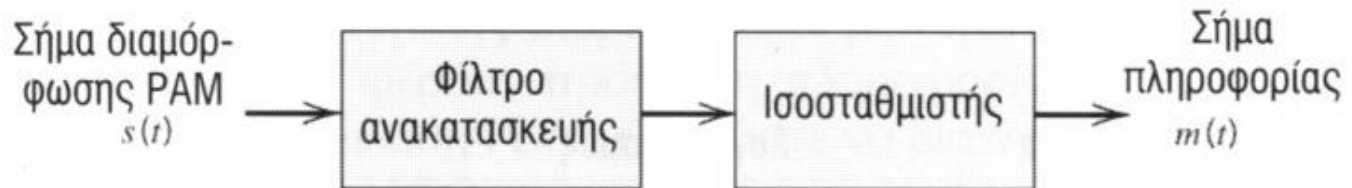
25



ΣΧΗΜΑ 7.7 (α) Φάσμα δειγματοληφθέντος σήματος. (β) Φάσμα βαθυπερατού φίλτρου. (γ) Εκπεμπόμενο φάσμα. (δ) Φάσμα μετά το φιλτράρισμα στο δέκτη. (ε) Φάσμα ισοσταθμιστή.

Ανάκτηση Σήματος PAM

26



ΣΧΗΜΑ 7.8 Ανάκτηση του σήματος $m(t)$ από το σήμα διαμόρφωσης PAM $s(t)$.

- Όπως στην περίπτωση της φυσικής δειγματοληψίας έτσι και στη στιγμιαία δειγματοληψία επιλέγουμε το τ όσο γίνεται μεγαλύτερο για μεγάλο σήμα στην έξοδο.
- Εάν η προκύπτουσα παραμόρφωση δεν είναι αποδεκτή μπορεί να διορθωθεί με την διαδικασία της ισοστάθμισης
- Στην περίπτωσή μας ο ισοσταθμιστής είναι ένα παθητικό δικτύωμα με συνάρτηση μεταφοράς $x/\sin x$ δηλαδή αντίστροφη της μορφής που χαρακτηρίζει τη στιγμιαία δειγματοληψία που γίνεται στον πομπό

Ιδανική ανάκτηση σήματος

27

- Μαθηματική έκφραση του σήματος $m(t)$ συναρτήσει των δειγμάτων του, ύστερα από δειγματοληψία και ιδανική ανάκτηση του σήματος μηνύματος από τα δείγματά του

$$m(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s) \operatorname{sinc} [f_s(t - nT_s)]$$

Μη ιδανική ανάκτηση σήματος

28

- Από τα δείγματα $m(nT_s)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, του σήματος $m(t)$ περιορισμένου εύρους B δημιουργούμε τη συνάρτηση δειγματοληψίας

$$m_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s) p(t - nT_s)$$

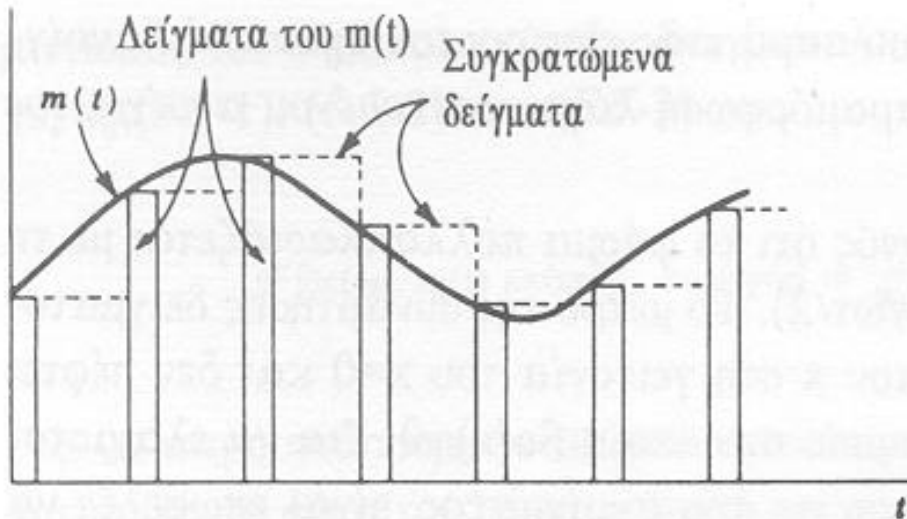
Όπου $p(t)$ στενός ορθογωνικός παλμός ύψους 1 και διάρκειας τ .

- Ισχύει η σχέση $M_p(f) = P(f)M_\delta(f)$ όπου $P(f)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier του παλμού $p(t)$.
- Αν ισχύει η συνθήκη Nyquist και περάσουμε το σήμα $m_p(t)$ από ένα βαθυπερατό φίλτρο, θα αναδημιουργήσουμε το σήμα $m(t)$ παραμορφωμένο τόσο όσο υπαγορεύει η παρουσία του παράγοντα $P(f)$ στη ζώνη συχνοτήτων $(0, B)$.

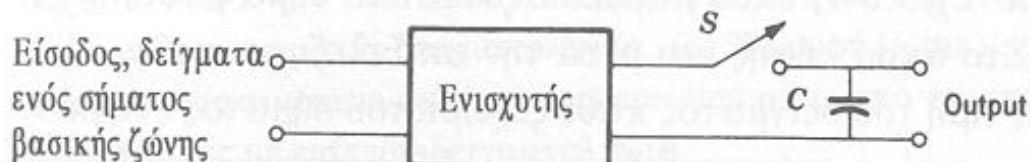
Ανάκτηση Σήματος μέσω συγκράτησης (Sample-and-Hold)

29

- Ισχύει: $\tau/T_s = 1/N$, όπου τ είναι ο μέγιστος δυνατός χρόνος διάρκειας του δείγματος και N ο αριθμός των πολυπλεγμένων σημάτων.
- Καθώς ο N αυξάνει μειώνεται ο τ/T_s καθώς και το σήμα εξόδου.
- Η μέθοδος της συγκράτησης που επιτελείται στο δέκτη μετά την αποπολυπλεξία, ανυψώνει τη στάθμη του σήματος εξόδου.



Σχήμα 5.6-1 Παρουσίαση της λειτουργίας της συγκράτησης.



Σχήμα 5.6-2 Παρουσίαση μίας μεθόδου επιτέλεσης της λειτουργίας της συγκράτησης.

γρήγορη φόρτιση, αργή εκφόρτιση

Ανάκτηση Σήματος μέσω συγκράτησης (Sample-and-Hold)

30

$$\mathfrak{Z}[m(t) \text{ από δειγματοληψία και συγκράτηση}] = \frac{\sin(\omega T_s/2)}{\omega T_s/2} M(j\omega) \quad 0 \leq f \leq f_M$$

- Η προηγούμενη σχέση προκύπτει από την στιγμιαία δειγματοληψία με αντικατάσταση $\tau = T_s$.
- Το σήμα στο δέκτη έχει μέτρο (αύξηση πλάτους) μεγαλύτερο κατά ένα παράγοντα T_s/τ από αυτό που έχει το σήμα διάρκειας τ στην φυσική δειγματοληψία.

- Η διαφορά με τη στιγμιαία δειγματοληψία είναι η θέση των μηδενισμών της $\text{sinc}(x)$
 - πολ/σια της f_s

