



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Τηλεπικοινωνίες

Ενότητα 4 : Διαμόρφωση Γωνίας (FM)

Δημοσθένης Βουγιούκας (dnougiou@aegean.gr)

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών & Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Διαμόρφωση Γωνίας

4

- Περιεχόμενα:
 - ▣ Διαμόρφωση Φάσης (PM) και Συχνότητας (FM)
 - ▣ Διαμόρφωση FM από Απλό Τόνο
 - ▣ Διαμόρφωση Στενής Ζώνης
 - ▣ Διαμόρφωση Ευρείας Ζώνης
 - ▣ Διαμόρφωση από Πολλούς Τόνους
 - ▣ Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM
 - ▣ Απόκριση Γραμμικών Φίλτρων σε Κυματομορφές FM
 - ▣ Μη Γραμμικά Φαινόμενα σε Συστήματα FM

Διαμόρφωση Γωνίας

5

- Η **διαμόρφωση γωνίας** (angle modulation) είναι ένας άλλος τρόπος διαμόρφωσης ημιτονικής κυματομορφής, στον οποίο
 - ▣ η γωνία του φέροντος μεταβάλλεται σύμφωνα με το σήμα βασικής ζώνης
 - ▣ το πλάτος του φέροντος διατηρείται σταθερό.
- Είναι μη γραμμικές διαδικασίες
 - ▣ Δεν υπάρχει απλή σχέση μεταξύ φάσματος μετάδοσης και φάσματος σήματος
 - ▣ Δημιουργούνται νέες συχνότητες
- Έχει καλύτερη συμπεριφορά ως προς το θόρυβο και την παρεμβολή σε σύγκριση με τη διαμόρφωση πλάτους
 - ▣ αλλά με κόστος την αύξηση του εύρους ζώνης μετάδοσης.

Διαμόρφωση Γωνίας

6

- Λόγω των καλών χαρακτηριστικών έναντι του θορύβου και την ενίσχυση των σημάτων (βελτίωση της ποιότητας) χρησιμοποιείται:
 - ▣ Ραδιοφωνία FM
 - ▣ Ήχος τηλεοπτικού αναλογικού σήματος
 - ▣ Καλωδιακή τηλεόραση
 - ▣ Ασύρματη (κινητή) επικοινωνία
 - ▣ Συνθεσάιζερ (YAMAHA)
 - ▣ Εγγραφή αναλογικού βίντεο σε ταινία (VCR)
 - Π.χ. Το σήμα φωτεινότητας στο VHS
 - ▣ Στις δορυφορικές μεταδόσεις λόγω περιορισμένης ισχύος

Διαμόρφωση Γωνίας

7

- Υπάρχουν δύο μορφές **διαμόρφωσης γωνίας** που μπορούμε να διακρίνουμε:
 - ▣ **διαμόρφωση φάσης** (phase modulation, PM)
 - ▣ **διαμόρφωση συχνότητας** (frequency modulation, FM)
- Αυτές οι δύο μέθοδοι διαμόρφωσης συνδέονται στενά και οι ιδιότητες της μιας μπορούν να προέλθουν από εκείνες της άλλης.

Διαμόρφωση Γωνίας

8

- $\theta_i(t)$ = η γωνία ενός διαμορφωμένου ημιτονικού φέροντος που είναι συνάρτηση της πληροφορίας
- $s(t)$ = διαμορφωμένη κατά γωνία κυματομορφή

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$$

- Αν η $\theta_i(t)$ αυξάνει μονότονα με το χρόνο, η μέση συχνότητα (σε Hertz) δίνεται από τον τύπο:

$$f_{\Delta t}(t) = \frac{\theta_i(t + \Delta t) - \theta_i(t)}{2\pi \Delta t}$$

- **Στιγμιαία συχνότητα** (instantaneous frequency):

$$f_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta t}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_i(t)}{dt}$$

Διαμόρφωση Γωνίας

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$$

- Μπορούμε να εκλάβουμε τη διαμορφωμένη κυματομορφή σαν ένα περιστρεφόμενο **φασιθέτη** (phasor) μέτρου A_c και γωνίας $\theta_i(t)$.
- Στην απλή περίπτωση ενός αδιαμόρφωτου φέροντος:
$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \varphi_i$$
- Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να μεταβάλλεται η γωνία σύμφωνα με το σήμα βασικής ζώνης.
- Εδώ εξετάζουμε τις πιο κοινά χρησιμοποιούμενες μεθόδους (δηλ. τις PM και FM).

Διαμόρφωση Γωνίας - ΡΜ

10

- Διαμόρφωση φάσης (Phase Modulation - ΡΜ) είναι η μορφή διαμόρφωσης γωνίας στην οποία η γωνία $\theta_i(t)$ μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα βασικής ζώνης $m(t)$:

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t)$$

- k_p = ευαισθησία φάσης (phase sensitivity) (rad/volt)

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$$

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)]$$

Διαμόρφωση Γωνίας - FM

11

- Διαμόρφωση συχνότητας (Frequency Modulation – FM) είναι η μορφή διαμόρφωσης γωνίας στην οποία η στιγμιαία συχνότητα $f_i(t)$ μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα βασικής ζώνης $m(t)$:

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t)$$

- k_f = ευαισθησία συχνότητας (frequency sensitivity) (hertz/volt)

$$f_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta t}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_i(t)}{dt} \quad \theta_i(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$$

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

Διαμόρφωση Γωνίας

12

- Μια κυματομορφή FM μπορεί να θεωρηθεί σαν κυματομορφή PM στην οποία το σήμα διαμόρφωσης είναι το $\int_0^t m(\tau) d\tau$ αντί το $m(t)$.
- Αντίστροφα, μια κυματομορφή PM μπορεί να παραχθεί παραγωγίζοντας αρχικά το $m(t)$ και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα σαν είσοδο σε διαμορφωτή συχνότητας.
- Μπορούμε λοιπόν να συνάγουμε όλες τις ιδιότητες των κυματομορφών PM από εκείνες των κυματομορφών FM, και αντίστροφα.

Διαμόρφωση Γωνίας

13

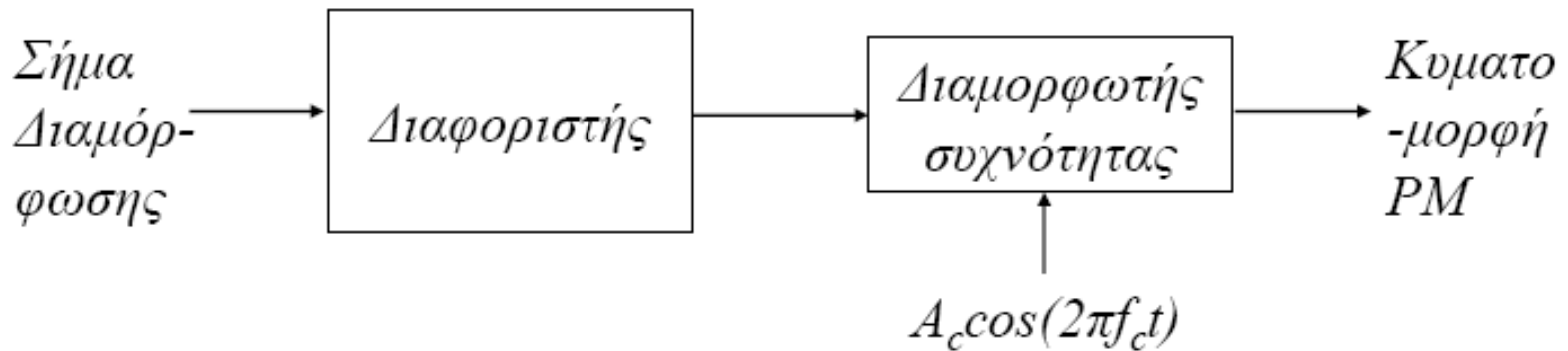
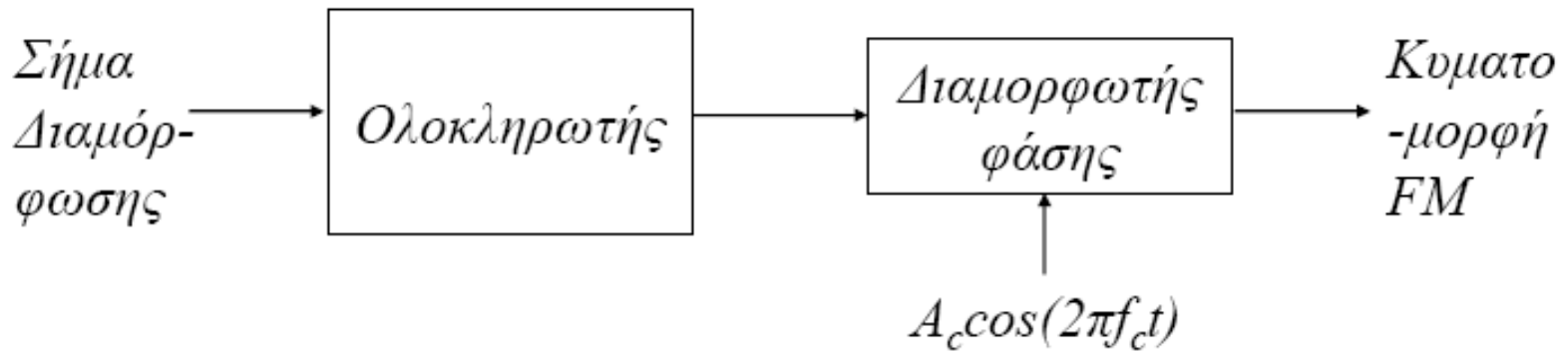
$$\varphi_i(t) = \begin{cases} k_p m(t), & \text{PM} \\ 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau, & \text{FM} \end{cases}$$

$$\frac{d\varphi_i(t)}{dt} = \begin{cases} k_p \frac{dm(t)}{dt}, & \text{PM} \\ 2\pi k_f m(t), & \text{FM} \end{cases}$$

Η διαμόρφωση κατά συχνότητα ενός φέροντος με την παράγωγο του σήματος πληροφορίας είναι ισοδύναμη με τη διαμόρφωση κατά φάση του φέροντος με το σήμα πληροφορίας

Διαμόρφωση Γωνίας

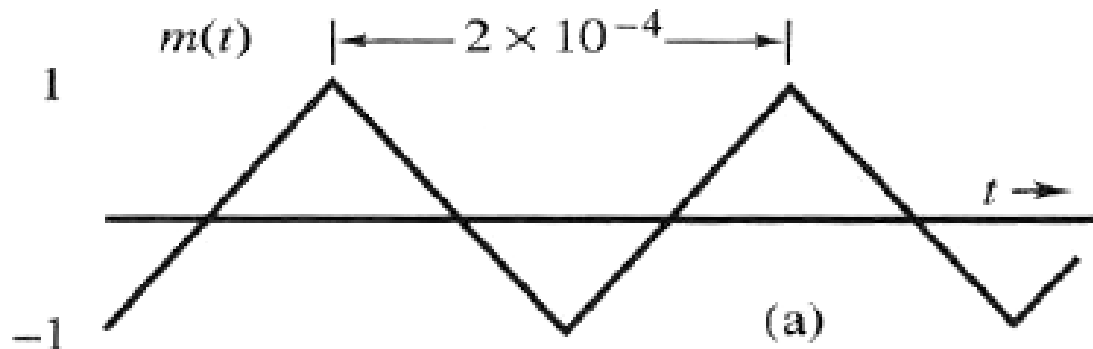
14



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

15

- Ποια είναι τα σήματα FM και PM που παράγονται από το ψηφιακό σήμα $m(t)$ όταν $k_f=10^5$, $k_p=10\pi$ και $f_c=100$ MHz;



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

16

□ Περίπτωση FM

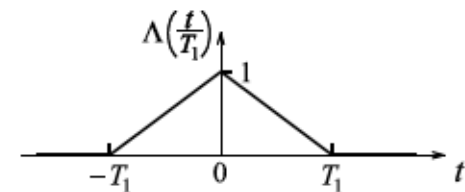
$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) = 10^8 + 10^5 m(t)$$

$$f_i|_{\min} = 99,9 \text{ MHz}, f_i|_{\max} = 100,1 \text{ MHz}$$

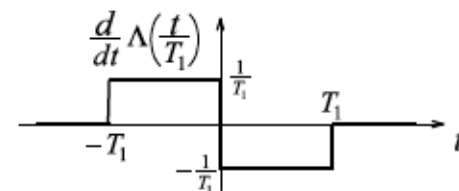
□ Περίπτωση PM

$$f_i(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \frac{dm(t)}{dt} = 10^8 + 5\dot{m}(t)$$

$$f_i|_{\min} = 99,9 \text{ MHz}, f_i|_{\max} = 100,1 \text{ MHz}$$

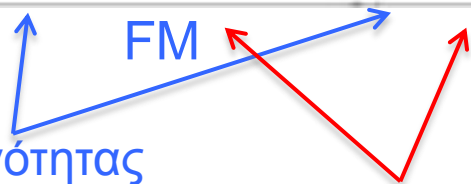
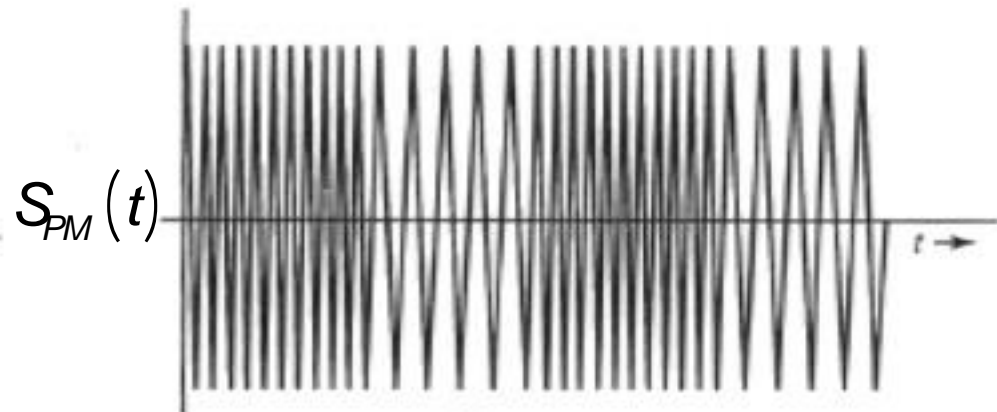
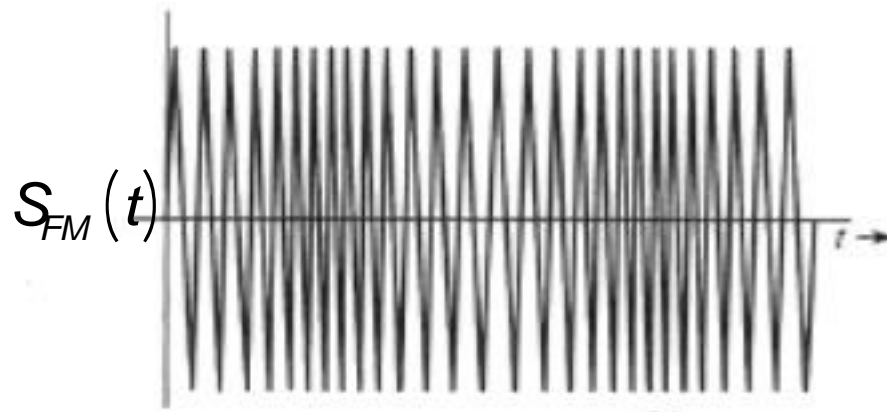
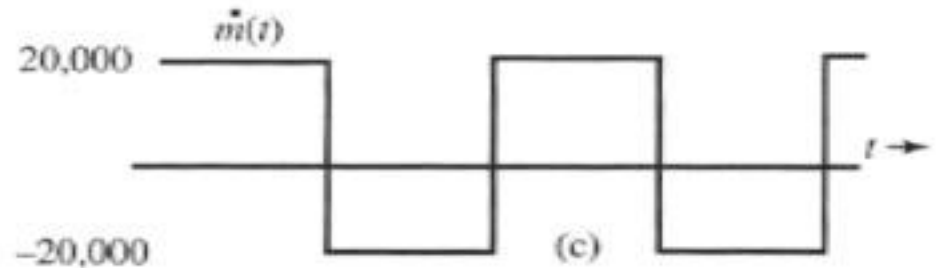
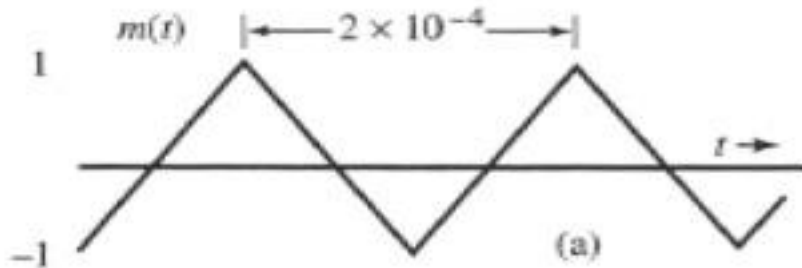


Ο τριγωνικός παλμός διάρκειας $2T_1$.



Η πρώτη παράγωγος του τριγωνικού παλμού διάρκειας $2T_1$.

Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα



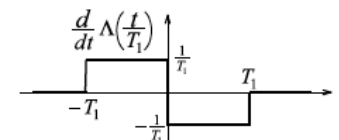
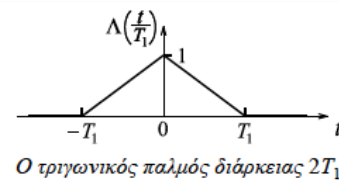
FM

PM

Αύξηση συχνότητας

Μείωση συχνότητας

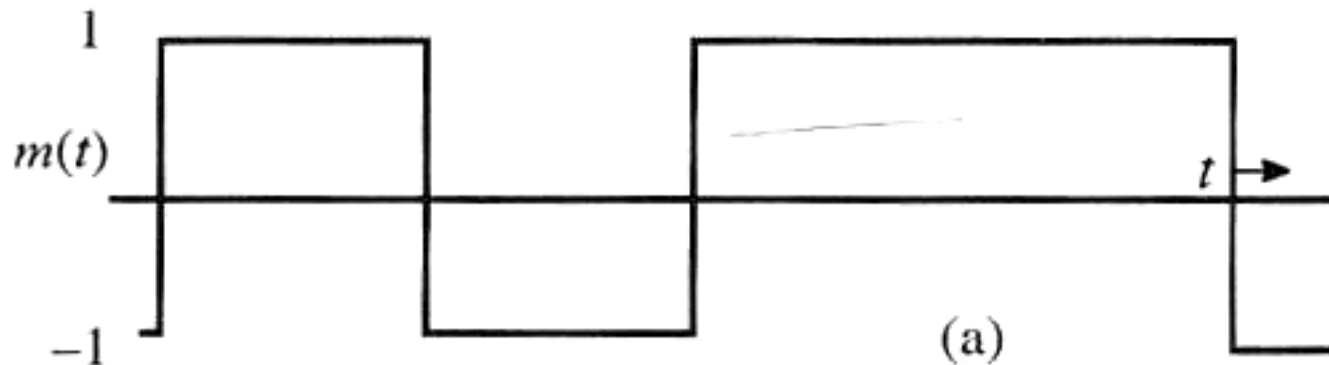
Τηλεπικοινωνίες



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

18

- Ποια είναι τα σήματα FM και PM που παράγονται από το ψηφιακό σήμα $m(t)$ όταν $k_f=10^5$, $k_p=\pi/2$ και $f_c=100$ MHz;



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

19

- Περίπτωση **FM**

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) = 10^8 + 10^5 m(t)$$

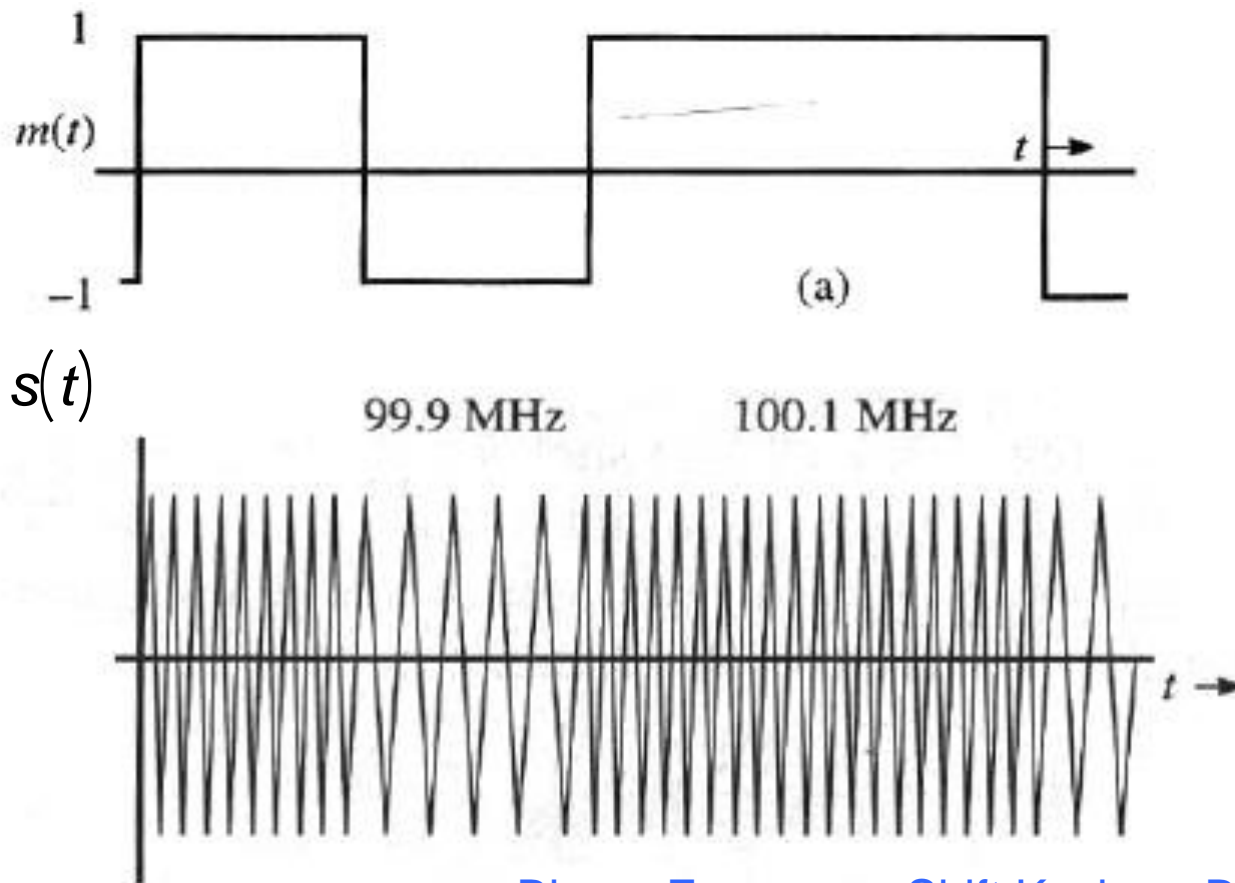
- Περίπτωση **PM**

$$f_i(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \frac{dm(t)}{dt} = 10^8 + \frac{1}{4} \dot{m}(t)$$

Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

20

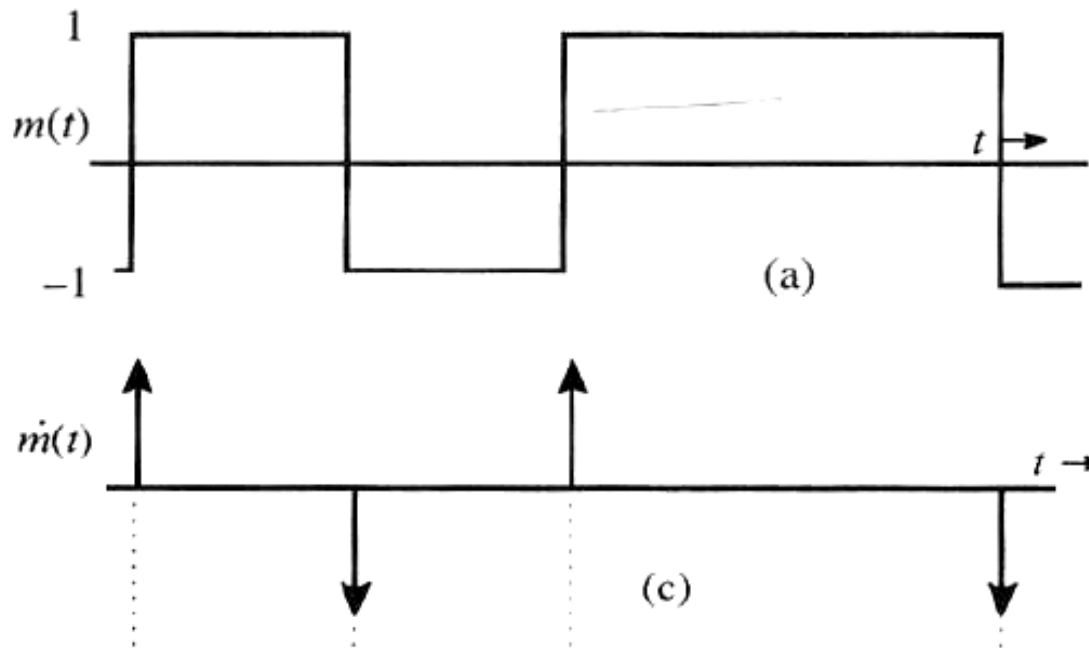
□ Περίπτωση FM



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

21

- Περίπτωση **PM**
 - ▣ Οι ασυνέχειες του σήματος δημιουργούν συναρτήσεις δέλτα στην παράγωγό του



Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

22

- Περίπτωση **PM**

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{\pi}{2} m(t) \right]$$

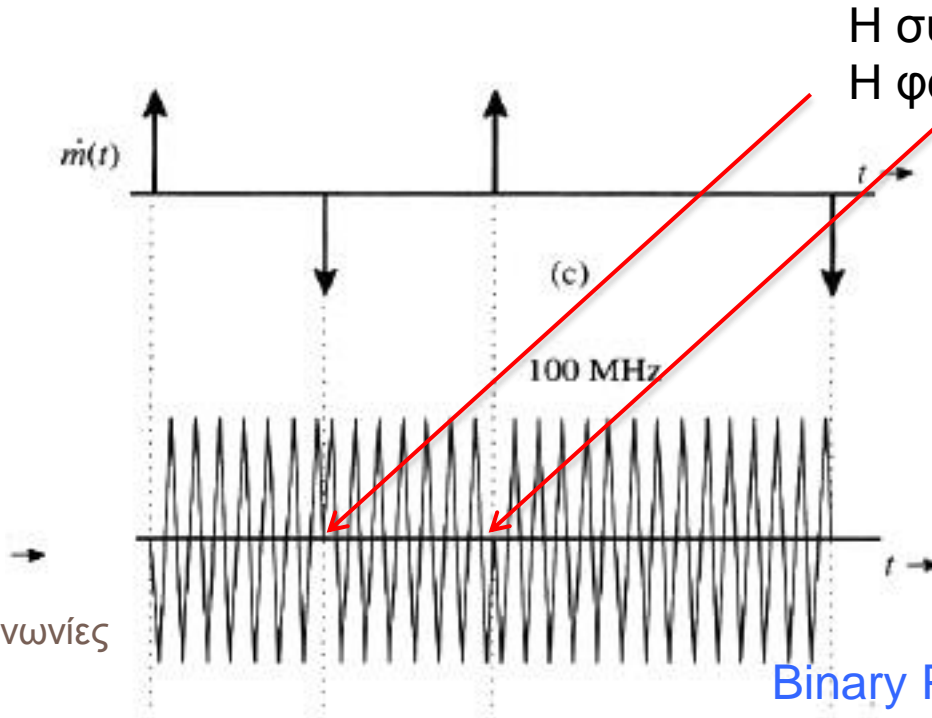
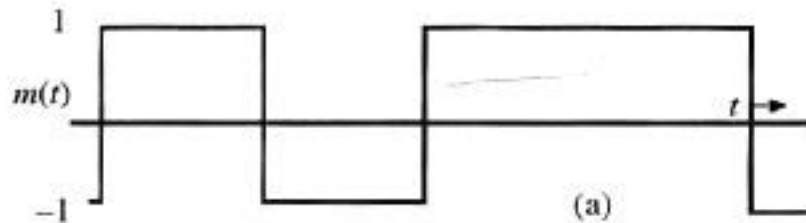
$$= \begin{cases} A_c \sin[2\pi f_c t] & \text{όταν } m(t) = -1 \\ -A_c \sin[2\pi f_c t] & \text{όταν } m(t) = 1 \end{cases}$$

- Το διαμορφωμένο σήμα αντιστρέφει το πρόσημο (+sin σε -sin) όπου το $m(t)$ παρουσιάζει ασυνέχεια
- Αυτό μπορεί να συμβεί οποτεδήποτε, αλλά για ευκολία το σημειώνουμε στους μηδενισμούς του φέροντος

Διαμόρφωση Γωνίας - Παράδειγμα

23

□ Περίπτωση PM



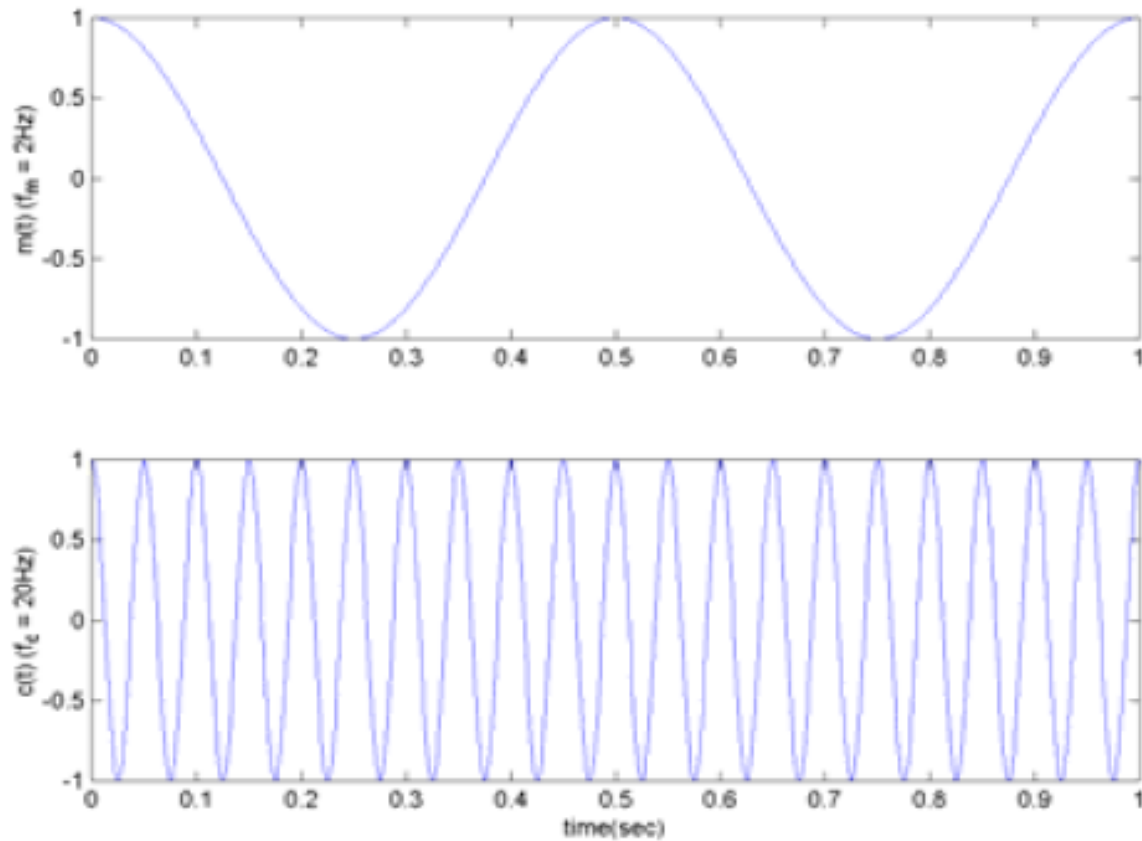
Η συχνότητα είναι παντού η ίδια
Η φάση αλλάζει κατά $\pm \pi/2$

Τηλεπικοινωνίες

Binary Phase Shift Keying - BPSK

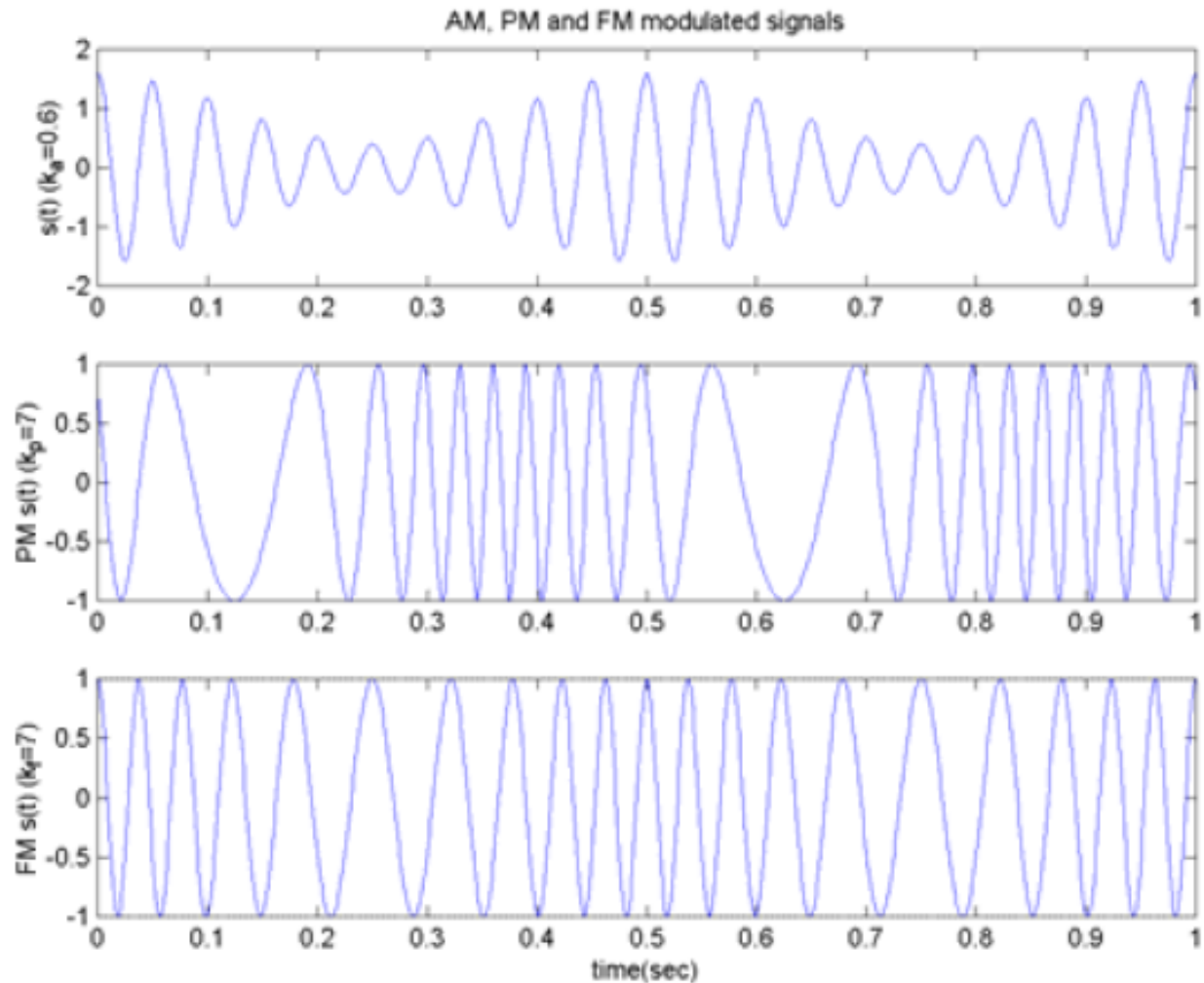
Διαμόρφωση από Απλό Τόνο

24



Διαμόρφωση από Απλό Τόνο

25



Διαμόρφωση Συχνότητας από Απλό Τόνο

26

- Η FM είναι μια **μη γραμμική διαδικασία διαμόρφωσης** (nonlinear modulation process).
- Έτσι, αντίθετα με τη διαμόρφωση πλάτους, το φάσμα της κυματομορφής FM δε συνδέεται με απλό τρόπο με αυτό του σήματος διαμόρφωσης.
- Θεωρούμε πρώτα την απλούστερη περίπτωση, δηλαδή τη διαμόρφωση FM από απλό τόνο.

Διαμόρφωση Συχνότητας από Απλό Τόνο

27

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

- Στιγμιαία συχνότητα της κυματομορφής FM:

$$f_i(t) = f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t)$$

όπου: $\Delta f = k_f A_m$

- $\Delta f =$ **απόκλιση συχνότητας** (*frequency deviation*)
- Η Δf παριστάνει τη μέγιστη απομάκρυνση της στιγμιαίας συχνότητας από τη f_c .
- Η Δf είναι ανάλογη του **πλάτους** του σήματος διαμόρφωσης και ανεξάρτητη της συχνότητάς του.

Διαμόρφωση Συχνότητας από Απλό Τόνο

28

- Η γωνία $\theta_i(t)$ της κυματομορφής FM:

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

Όπου $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ δείκτης διαμόρφωσης (modulation index)

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

- Ανάλογα με την τιμή του β συγκρινόμενο με το 1 rad:
 - ▣ FM στενής ζώνης (*narrow-band FM*)
 - ▣ FM ευρείας ζώνης (*wide-band FM*)

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

$$s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \beta \sin (2\pi f_m t)]$$

$$s(t) = A_c \cos (2\pi f_c t) \cos [\beta \sin (2\pi f_m t)] - \\ - A_c \sin (2\pi f_c t) \sin [\beta \sin (2\pi f_m t)]$$

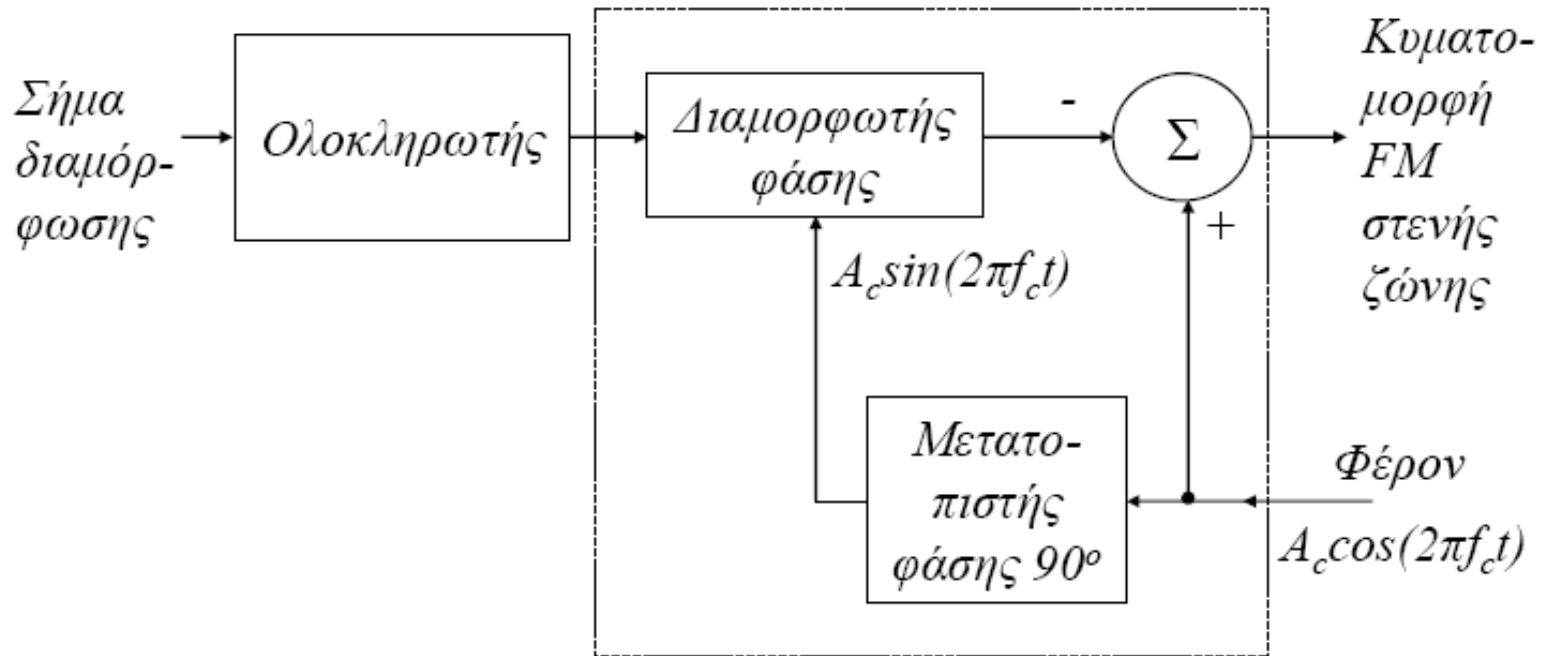
- Όταν το β είναι μικρό συγκρινόμενο με το 1 rad:

$$s(t) \approx A_c \cos (2\pi f_c t) - \beta A_c \sin (2\pi f_c t) \sin (2\pi f_m t)$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

30

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$



Διαμορφωτής φάσης στενού εύρους ζώνης

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

31

- Ιδανικά η κυματομορφή FM έχει σταθερή περιβάλλουσα και στην περίπτωση ενός ημιτονικού σήματος διαμόρφωσης συχνότητας f_m , η γωνία $\theta_i(t)$ είναι επίσης ημιτονική με την ίδια συχνότητα.
- Η διαμορφωμένη κυματομορφή που παράγεται από το διαμορφωτή στενής ζώνης διαφέρει από την ιδανική γιατί:
 - Η περιβάλλουσα περιέχει μια **παραμένουσα** (residual) διαμόρφωση πλάτους
 - Για ημιτονικό σήμα διαμόρφωσης, η γωνία $\theta_i(t)$ περιέχει **αρμονική παραμόρφωση** (harmonic distortion) με τη μορφή τρίτης και υψηλότερης τάξης αρμονικών της f_m .
 - Θέλουμε $\beta \leq 0,3$ rad

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

32

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2} \beta A_c [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) - \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

- Συγκρίνοντας την παραπάνω σχέση με την αντίστοιχη που ορίζει μια κυματομορφή AM:

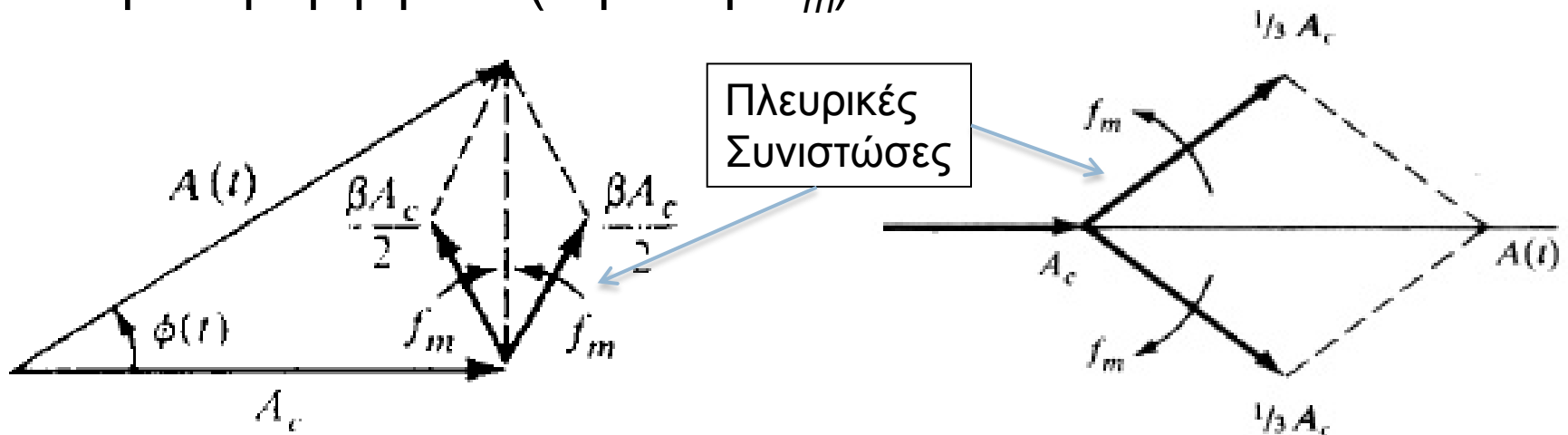
$$s_{AM}(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \mu A_c [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

βλέπουμε ότι στην περίπτωση ημιτονικού σήματος διαμόρφωσης, η βασική διαφορά μεταξύ μιας κυματομορφής AM και μιας κυματομορφής FM στενής ζώνης είναι το **πρόσημο** της κάτω πλευρικής συχνότητας.

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2} \beta A_c [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) - \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

- Έτσι, στην περίπτωση ημιτονικού σήματος διαμόρφωσης, η κυματομορφή FM στενής ζώνης απαιτεί στην ουσία το ίδιο εύρος μετάδοσης όπως η κυματομορφή AM (δηλαδή $2f_m$).

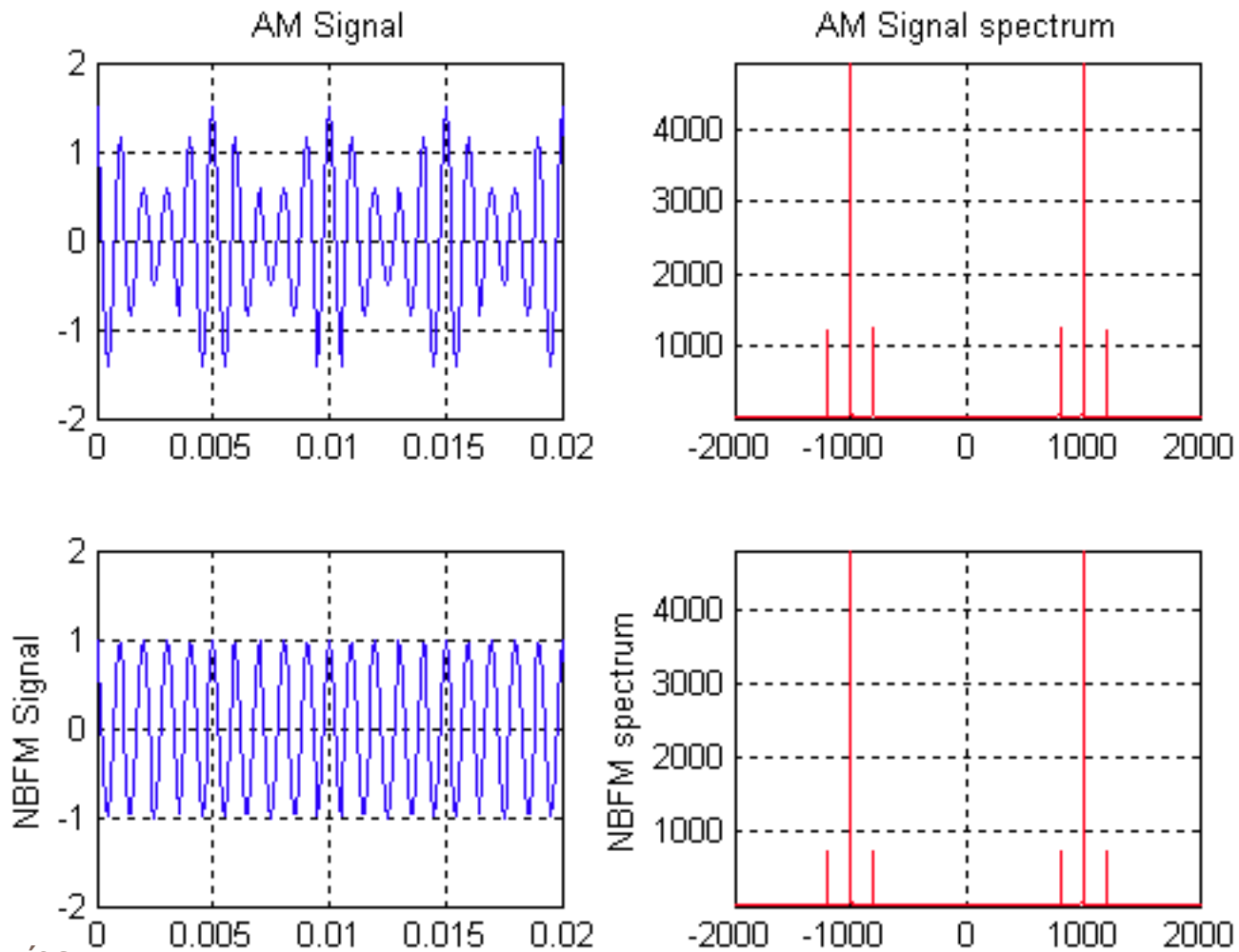


Τηλεπικοινωνίες FM – Ορθογώνιο
(A(t) Περίπου ίδιου πλάτους)

AM – Συμφασικό
(A(t) Διαφορετικού πλάτους)

Διαμόρφωση Συχνότητας Στενής Ζώνης

34



Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

35

- Καταρχήν θέλουμε να καθορίσουμε το φάσμα κυματομορφής FM από απλό τόνο για αυθαίρετη τιμή του δείκτη διαμόρφωσης β .

$$s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \beta \sin (2\pi f_m t)]$$

- Γενικά η κυματομορφή αυτή είναι απεριοδική, εκτός αν η f_c είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της f_m .

$$s(t) = \text{Re} [A_c \exp (j2\pi f_c t + j\beta \sin (2\pi f_m t))]$$

$$s(t) = \text{Re} \left[\tilde{s}(t) \exp (j2\pi f_c t) \right]$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

36

όπου $\tilde{s}(t) = A_c \exp(j\beta \sin(2\pi f_m t))$

η μιγαδική περιβάλλουσα της $s(t)$, η οποία είναι περιοδική.

- Την αναπτύσσουμε σε μιγαδική σειρά Fourier:

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_m t)$$

$$\begin{aligned} c_n &= f_m \int_{-1/2 f_m}^{1/2 f_m} \tilde{s}(t) \exp(-j2\pi n f_m t) dt = \\ &= f_m A_c \int_{-1/2 f_m}^{1/2 f_m} \exp(j\beta \sin(2\pi f_m t) - j2\pi n f_m t) dt = \quad (x=2\pi f_m t) \\ &= \frac{A_c}{2\pi} \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \sin(x) - nx)] dx}_{\text{Bessel}} \end{aligned}$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

37

- Η n -οστής τάξης συνάρτηση Bessel πρώτου είδους και ορίσματος β :

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp [j(\beta \sin(x) - nx)] dx$$

- Επομένως: $c_n = A_c J_n(\beta)$

$$\tilde{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp(j2\pi n f_m t)$$

- και $s(t) = A_c \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp(j2\pi (f_c + n f_m) t) \right]$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

38

- Άρα, αναπαράσταση σε σειρά Fourier της κυματομορφής FM $s(t)$ διαμορφωμένη από **απλό τόνο** για αυθαίρετη τιμή του β :

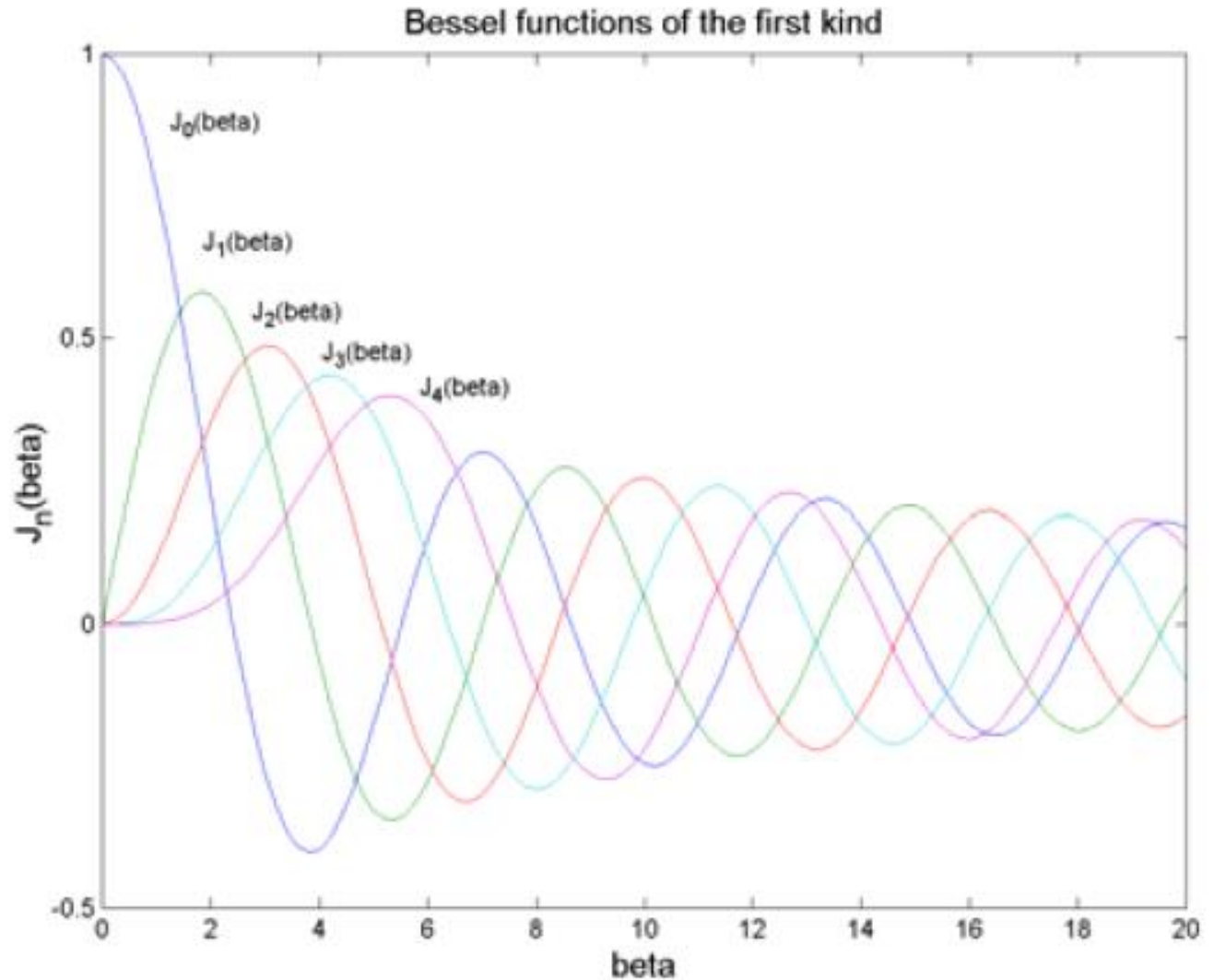
$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + nf_m)t)$$

- Το διακριτό φάσμα της $s(t)$:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

39



Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

40

□ Μερικές ιδιότητες των συναρτήσεων Bessel:

1. $J_n(\beta) = (-1)^n J_{-n}(\beta)$

2. Για μικρές τιμές του β :

$$J_0(\beta) \approx 1, \quad J_1(\beta) \approx \beta/2, \quad J_n(\beta) \approx 0, \quad n > 2$$

3. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$

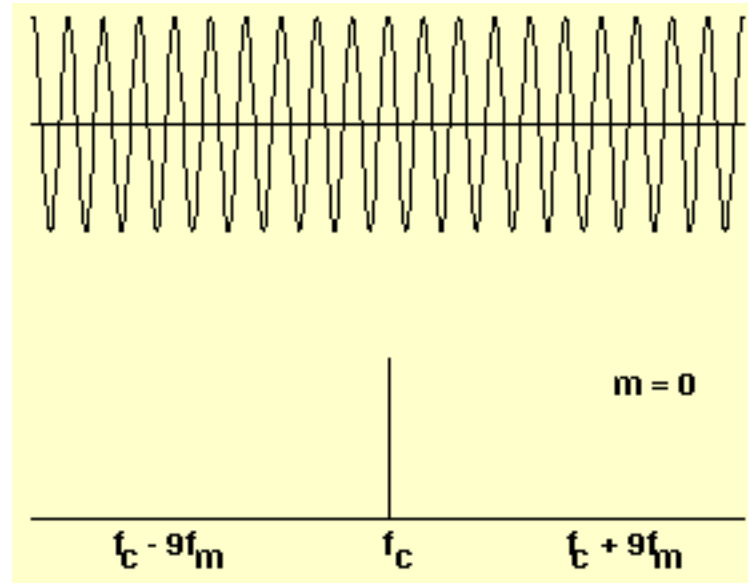
Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

- Το **φάσμα** της κυματομορφής FM περιέχει μια συνιστώσα που οφείλεται στο φέρον και ένα άπειρο σύνολο πλευρικών συχνοτήτων που τοποθετούνται συμμετρικά εκατέρωθεν του φέροντος σε διαστήματα συχνότητας $f_m, 2f_m, 3f_m, \dots$
- Για $\beta < 1 \text{ rad}$ (FM στενής ζώνης) η κυματομορφή αποτελείται στην ουσία από το φέρον και ένα μόνο ζευγάρι πλευρικών συχνοτήτων στα $f_c \pm f_m$.

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

42

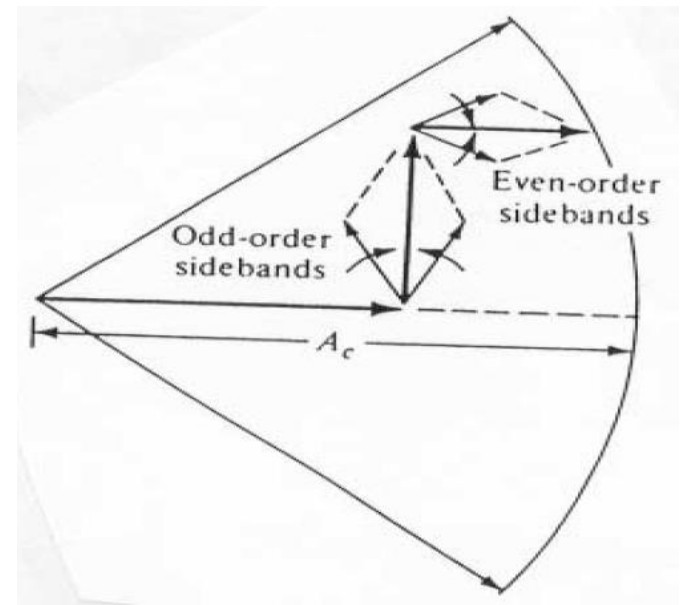
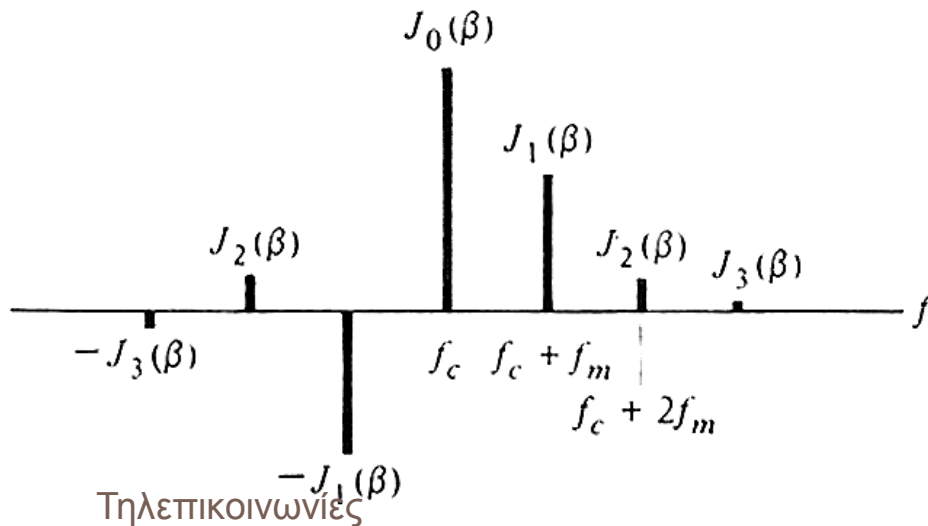


$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

43

- Οι περιττές συνιστώσες είναι ορθογώνιες προς το φέρον και προκαλούν την επιθυμητή διαμόρφωση συχνότητας και κάποια ανεπιθύμητη παραμόρφωση πλάτους
- Οι άρτιες συνιστώσες είναι συμφασικές με το φέρον και διορθώνουν την παραμόρφωση πλάτους



Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

44

- Το πλάτος της συνιστώσας που οφείλεται στο φέρον μεταβάλλεται με το β σύμφωνα με το $J_0(\beta)$.
- Η μέση ισχύς μιας κυματομορφής FM είναι σταθερή, $P=A_c^2/2$. Η ισχύς στις πλευρικές συνιστώσες μπορεί να εμφανιστεί μόνο εις βάρος της αρχικής ισχύος του φέροντος.

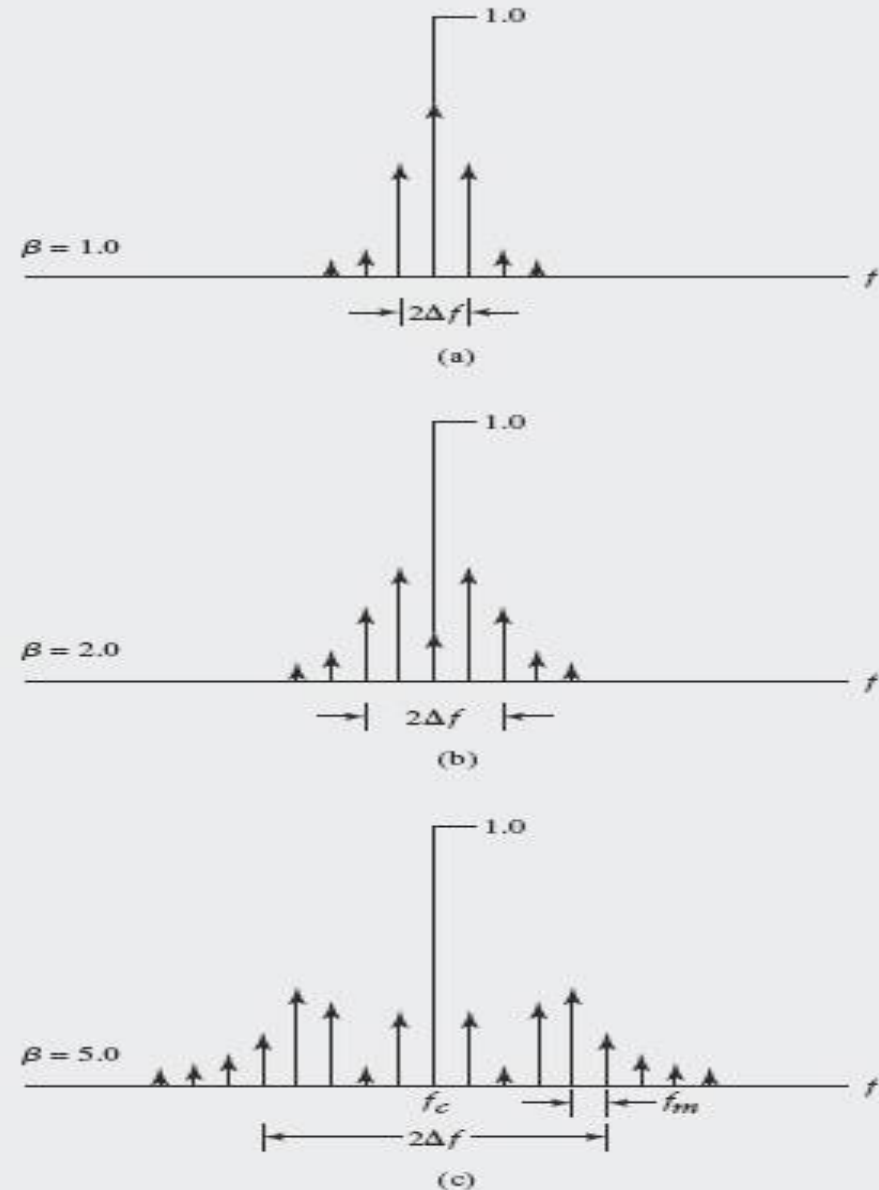
$$P = \frac{1}{2} A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = \frac{1}{2} A_c^2$$

Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

45

- Διακριτά φάσματα πλάτους σήματος FM, κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος φέροντος, για την περίπτωση ημιτονικής διαμόρφωσης σταθερής συχνότητας και μεταβαλλόμενου πλάτους (άρα και μεταβαλλόμενου Δf).
 - Η απόσταση των γραμμών σταθερή στο f_m
 - Το εύρος ζώνης μεγαλώνει όταν αυξάνεται το β

Τηλεπικοινωνίες $\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad \Delta f = k_f A_m$



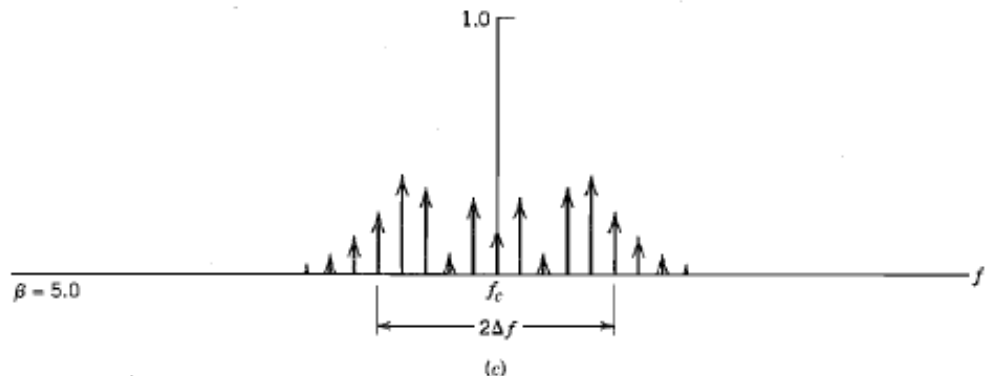
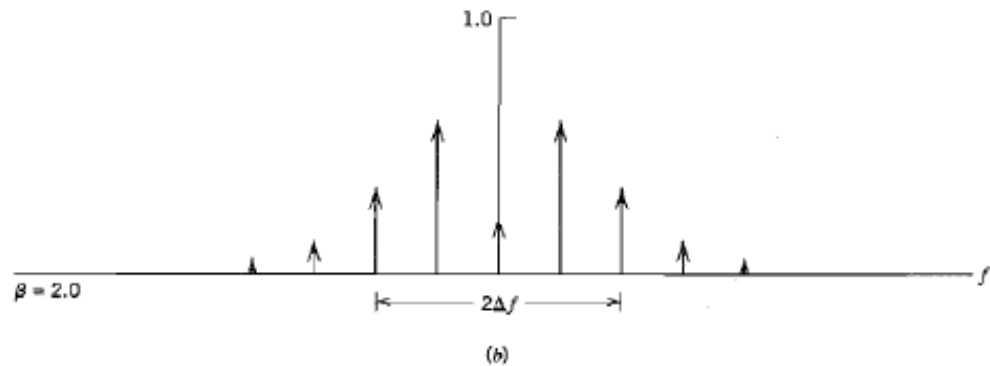
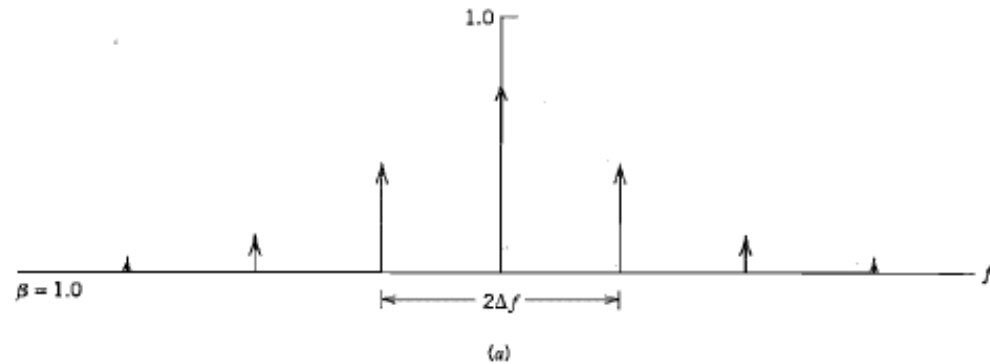
Διαμόρφωση Συχνότητας Ευρείας Ζώνης

46

- Διακριτά φάσματα πλάτους σήματος FM, κανονικοποιημένα ως προς το πλάτος φέροντος, για την περίπτωση ημιτονικής διαμόρφωσης **μεταβαλλόμενης συχνότητας** και **σταθερού πλάτους** (άρα και σταθερού Δf).
- Όταν αυξάνουμε το β
 - Μειώνεται η απόσταση των γραμμών (f_m)
 - Μειώνεται το W
 - Το εύρος ζώνης παραμένει περίπου σταθερό = $2\Delta f$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad \Delta f = k_f A_m$$

Τηλεπικοινωνίες



Κυματομορφές FM από Πολλούς Τόνους

47

- Έστω ότι το φέρον διαμορφώνεται κατά συχνότητα από δύο τόνους f_1 και f_2

$$s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \beta_1 \sin (2\pi f_1 t) + \beta_2 \sin (2\pi f_2 t)]$$

- όπου $\beta_1 = \Delta f / f_1$ και $\beta_2 = \Delta f / f_2$ οι δείκτες διαμόρφωσης.

$$s(t) = A_c \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_m(\beta_1) J_n(\beta_2) \cos [2\pi (f_c + m f_1 + n f_2) t]$$

- Το φάσμα αποτελείται από όρους τεσσάρων τύπων:
 1. Μια συνιστώσα φέροντος πλάτους $J_0(\beta_1)J_0(\beta_2)$ και συχνότητας f_c .

Κυματομορφές FM από Πολλούς Τόνους

48

2. Πλευρικές συνιστώσες που αντιστοιχούν στη συχνότητα διαμόρφωσης f_1 , με πλάτη $J_m(\beta_1)J_0(\beta_2)$ και συχνότητες $f_c \pm mf_1$, $m=1, 2, 3, \dots$
 3. Πλευρικές συνιστώσες που αντιστοιχούν στη συχνότητα διαμόρφωσης f_2 , με πλάτη $J_0(\beta_1)J_n(\beta_2)$ και συχνότητες $f_c \pm nf_2$, $n=1, 2, 3, \dots$
 4. Ένα σύνολο όρων ετεροδιαμόρφωσης με πλάτη $J_m(\beta_1)J_n(\beta_2)$ και συχνότητες $f_c \pm mf_1 \pm nf_2$, $m=1, 2, 3, \dots$ και $n=1, 2, 3, \dots$
- Στη διαμόρφωση FM δεν ισχύει η υπέρθεση και είναι μια μη γραμμική διαδικασία.

Κυματομορφές FM από Πολλούς Τόνους

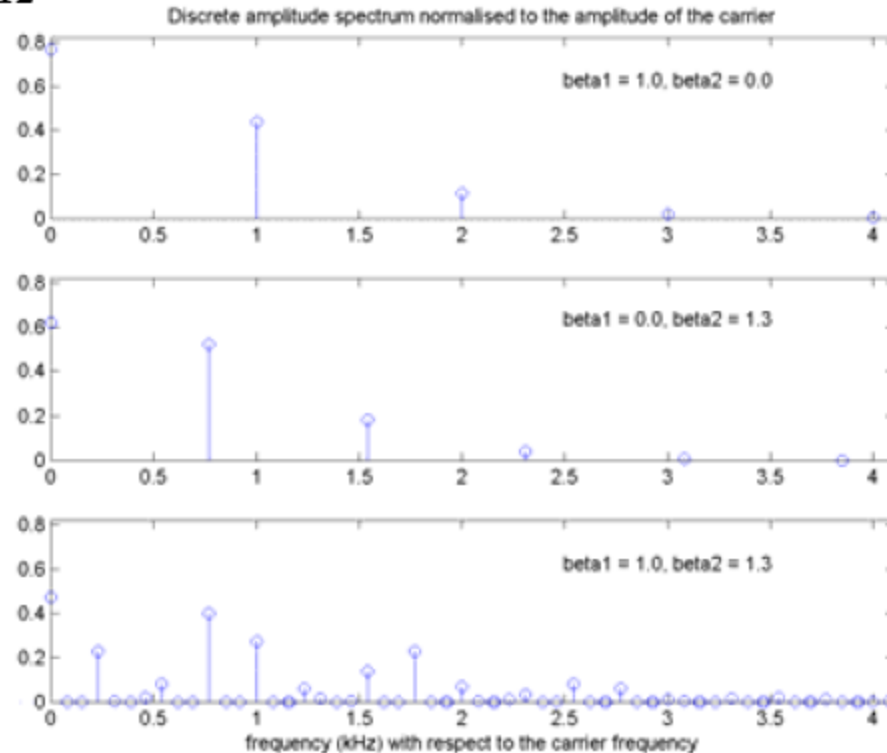
49

$$f_1=1\text{kHz}, f_2=0.77\text{kHz}$$

$$\beta_1=1.0, \beta_2=0.0$$

$$\beta_1=0.0, \beta_2=1.3$$

$$\beta_1=1.0, \beta_2=1.3$$



- Τα φάσματα των άνω πλευρικών συχνοτήτων μιας κυματομορφής FM δύο τόνων για μεταβαλλόμενα β_1 και β_2 .

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

50

- Θεωρητικά μια κυματομορφή FM περιέχει άπειρο αριθμό πλευρικών συχνοτήτων, αλλά στην πράξη έχει ένα πεπερασμένο αριθμό **σημαντικών πλευρικών συχνοτήτων**.
 - ▣ Καθορισμός του **ενεργού εύρους ζώνης**.

Δείκτης Διαμόρφωσης β	Αριθμός σημαντικών πλευρικών συχνοτήτων $2n_{max}$
0.1	2
0.5	4
1.0	6
2.0	8
5.0	16
10.0	28
20.0	50

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

51

Διαμόρφωση από απλό τόνο f_m :

- Για μεγάλες τιμές του (ημιτονικού) δείκτη διαμόρφωσης β , το εύρος ζώνης συγκλίνει και είναι ελάχιστα μεγαλύτερο από τη συνολική μεταβολή της στιγμιαίας συχνότητας $2\Delta f$.
- Για μικρές τιμές του δείκτη διαμόρφωσης β , το φάσμα αποτελείται ουσιαστικά από συνιστώσες στην f_c και ένα ζευγάρι από πλευρικές στις $f_c \pm f_m$.

$$B_T \approx 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)$$

**Κανόνας του
Carson**

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

52

- Ορίζουμε το εύρος ζώνης μετάδοσης μιας κυματομορφής FM ως την απόσταση μεταξύ δύο συχνοτήτων πέρα από τις οποίες καμία από τις πλευρικές συχνότητες δεν είναι μεγαλύτερη από το 1% του πλάτους του αδιαμόρφωτου σήματος.

$$B_T \approx 2n_{\max} f_m$$

n_{\max} η μέγιστη τιμή του ακέραιου n που ικανοποιεί την απαίτηση $|J_n(\beta)| > 0.01$.

- Η τιμή του n_{\max} μεταβάλλεται με το δείκτη διαμόρφωσης β και καθορίζεται εύκολα από πίνακες με τιμές της $J_n(\beta)$.

Εμπειρικός κανόνας:
Η τελευταία σημαντική
πλευρική συχνότητα
είναι $n_{\max} = \beta + 1$



$2n_{\max}$ περιλαμβάνουν το
99% της ολικής ισχύος

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

53

n	$\beta = 0.1$	$\beta = 0.2$	$\beta = 0.5$	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 5$	$\beta = 8$	$\beta = 10$	n
0	<u>0.998</u>	<u>0.990</u>	0.938	0.765	0.224	-0.178	0.172	-0.246	0
1	0.050	0.100	<u>0.242</u>	0.440	0.577	-0.328	0.235	0.043	1
2	0.001	0.005	0.031	<u>0.115</u>	0.353	0.047	-0.113	0.255	2
3				0.020	<u>0.129</u>	0.365	-0.291	0.058	3
4				0.002	0.034	0.391	-0.105	-0.220	4
5					0.007	0.261	0.186	-0.234	5
6					0.001	<u>0.131</u>	0.338	-0.014	6
7	the last significant spectral component:					0.053	0.321	0.217	7
8						0.018	0.223	0.318	8
9	$n = \lceil \beta + 1 \rceil$					0.006	<u>0.126</u>	0.292	9
10						0.001	0.061	0.207	10
11						0.026	<u>0.123</u>	11	
12						0.010	0.063	12	
13						0.003	0.029	13	
14						0.001	0.012	14	
15							0.004	15	
16							0.001	16	

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

54

- Για περισσότερη ευκολία στον υπολογισμό του εύρους ζώνης μετάδοσης χρησιμοποιείται η ‘**παγκόσμια καμπύλη**’ ($B_T/\Delta f$ σε συνάρτηση με το β).
- Παρατηρείστε ότι όσο αυξάνει ο δείκτης διαμόρφωσης, το εύρος ζώνης συγκλίνει προς εκείνο μέσα στο οποίο μεταβάλλεται η στιγμιαία συχνότητα φέροντος.
- Μικρές τιμές στο δείκτη διαμόρφωσης β είναι σχετικά περισσότερο σπάρταλες σε εύρος ζώνης από τις μεγαλύτερες τιμές του β .

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

55

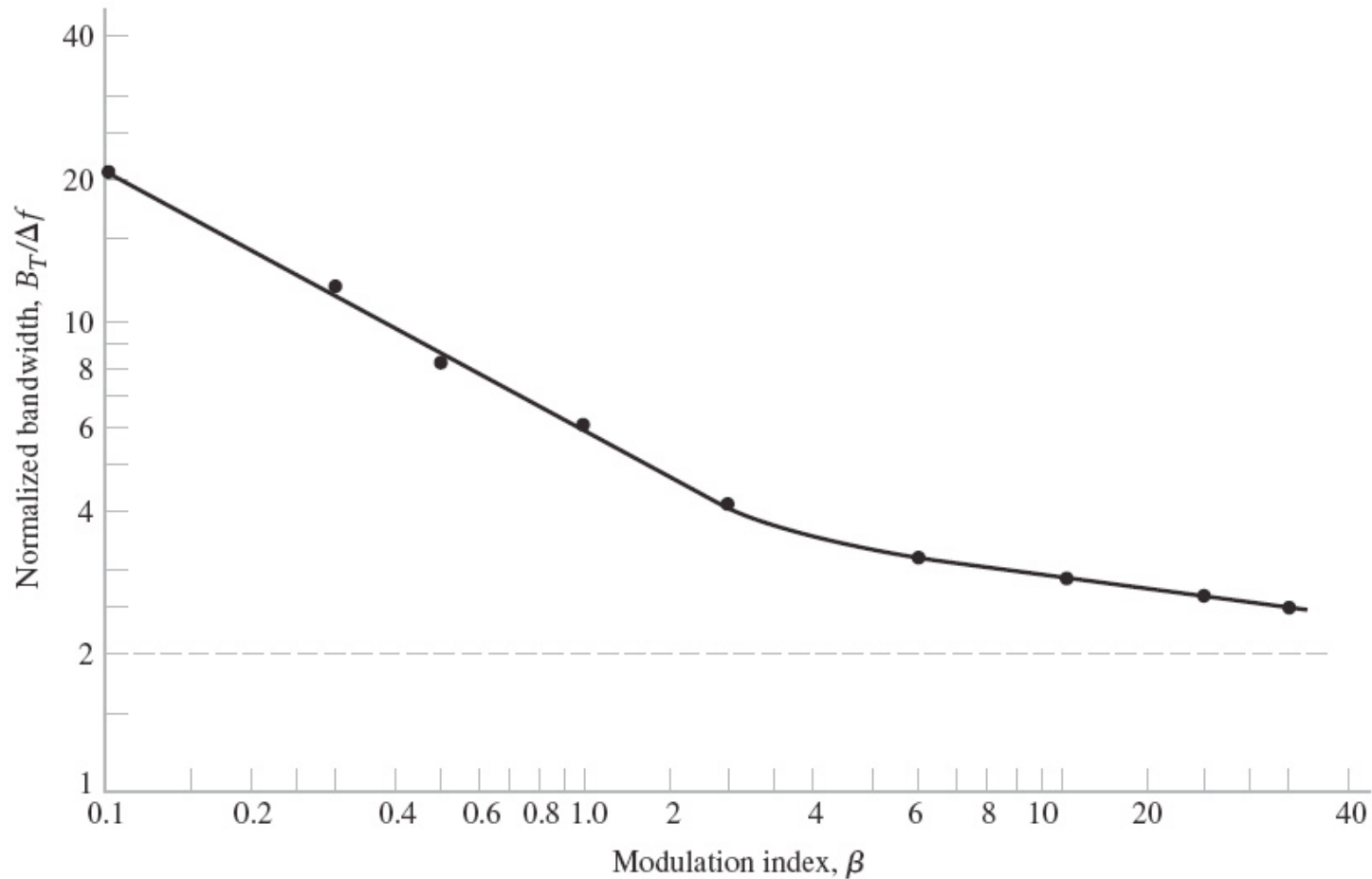


FIGURE 4.9 Universal curve for evaluating the one percent bandwidth of an FM wave.

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

56

- Εκτίμηση του B_T χρησιμοποιώντας την ανάλυση για τη χειρότερη περίπτωση διαμόρφωσης από απλό τόνο.
- **Λόγος απόκλισης** (deviation ratio), D , ορίζεται σαν ο λόγος της απόκλισης συχνότητας Δf που αντιστοιχεί στο μέγιστο δυνατό πλάτος του σήματος διαμόρφωσης $m(t)$, με την υψηλότερη συχνότητα διαμόρφωσης W :

$$D = \Delta f_{max} / W$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

- Το D παίζει το ίδιο ρόλο στη **μη ημιτονική** διαμόρφωση με αυτόν που παίζει το β στην **ημιτονική** διαμόρφωση.

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

57

- Για διαμόρφωση στενής ζώνης

$$B_T = 2W$$

- Για διαμόρφωση ευρείας ζώνης

$$B_T = 2\Delta f = 2 * D * W$$

- Κανόνας Carson απλού τόνου

$$B_T = 2 * (\Delta f + f_m) = 2 * \Delta f * \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

- Κανόνας Carson αυθαίρετου διαμορφωμένου σήματος

$$B_T = 2 * (\Delta f + W) = 2 * W * (D + 1) = 2 * \Delta f * \left(1 + \frac{1}{D}\right)$$

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

58

- Προσεγγιστική τιμή του B_T με αντικατάσταση

$$\beta \rightarrow D \qquad f_m \rightarrow W$$

και χρήση της παγκόσμιας καμπύλης ή/και του **Κανόνα του Carson** ($B_T = 2 \cdot \Delta f + 2 \cdot W$).

- Η επιλογή μιας τιμής ανάμεσα στις δύο τιμές που προκύπτουν από τους παραπάνω εμπειρικούς κανόνες είναι αποδεκτή για τους περισσότερους πρακτικούς σκοπούς.

Εύρος Ζώνης Μετάδοσης Κυματομορφών FM

59

Παράδειγμα

- Μέγιστη απόκλιση συχνότητας $\Delta f_{max} = 75\text{kHz}$ $\Rightarrow D=75/15=5$
- Μέγιστη συχνότητα εκπομπής ήχου $W=15\text{kHz}$
- Προσεγγιστική τιμή με χρήση του Κανόνας του Carson και αντικατάσταση $\beta \rightarrow D, f_m \rightarrow W$:

$$B_T = 2 * (\Delta f + W) = 2 * (75 + 15) = 180\text{kHz}$$

- Με χρήση της παγκόσμιας καμπύλης:

$$B_T = 3.2 * \Delta f = 2 * 75 = 240\text{kHz}$$

- Άρα ο κανόνας του Carson υποτιμά το B_T κατά 25% σε σχέση με το αποτέλεσμα από τη χρήση της παγκόσμιας καμπύλης.

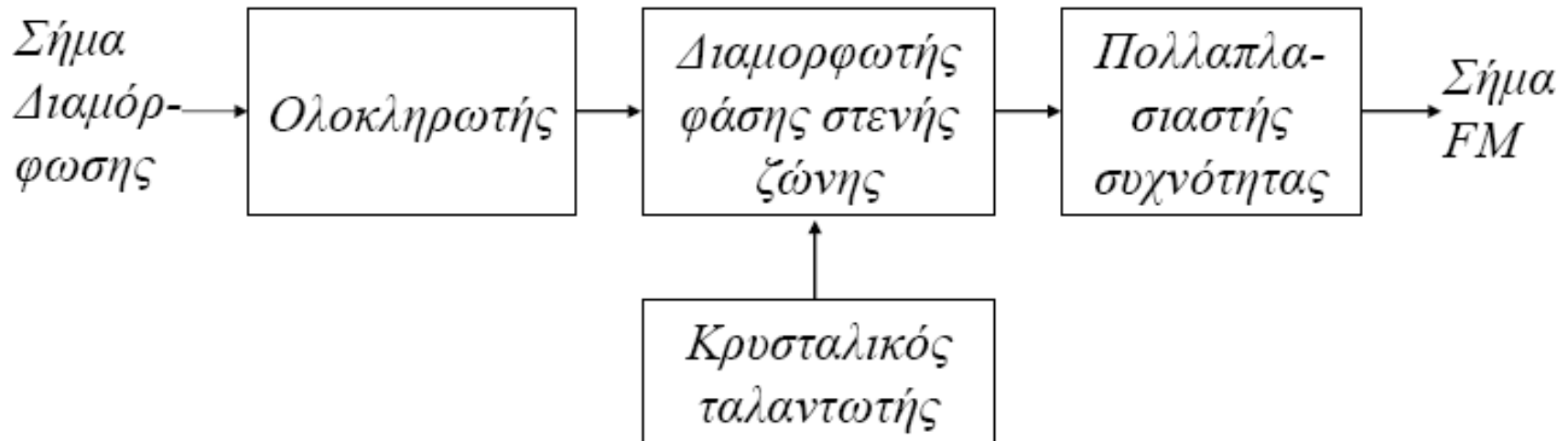
Παραγωγή Κυματομορφών FM

60

- Δύο βασικές μέθοδοι για την παραγωγή κυματομορφών FM:
 - *Έμμεση FM (indirect FM)*, όπου το σήμα διαμόρφωσης χρησιμοποιείται αρχικά για την παραγωγή κυματομορφής FM στενής ζώνης και στη συνέχεια χρησιμοποιείται *πολλαπλασιασμός συχνότητας (frequency multiplication)* για την αύξηση της απόκλισης συχνότητας στο επιθυμητό επίπεδο.
 - *Άμεση FM (direct FM)*, όπου η συχνότητα του φέροντος μεταβάλλεται απ' ευθείας σύμφωνα με το σήμα βασικής ζώνης στην είσοδο.

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Έμμεση FM

61



- Για να ελαχιστοποιήσουμε την παραμόρφωση που πάντα ενυπάρχει στη διαμόρφωση φάσης, η μέγιστη απόκλιση φάσης ή ο δείκτης διαμόρφωσης β κρατείται μικρός.

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Έμμεση FM

62

- Έστω $s_1(t)$ η έξοδος του διαμορφωτή φάσης:

$$s_1(t) = A_1 \cos \left[2\pi f_1 t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

- και για ημιτονικό σήμα διαμόρφωσης ($\beta_1 < 0.3 \text{rad}$):

$$s_1(t) = A_1 \cos \left[2\pi f_1 t + \beta_1 \sin(2\pi f_m t) \right]$$

- Η $s_1(t)$ πολλαπλασιάζεται n φορές σε συχνότητα από τον πολλαπλασιαστή συχνότητας (frequency multiplier), όπου $f_c = n f_1$.

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Έμμεση FM

63

- Έξοδος FM ευρείας ζώνης:

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2n\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

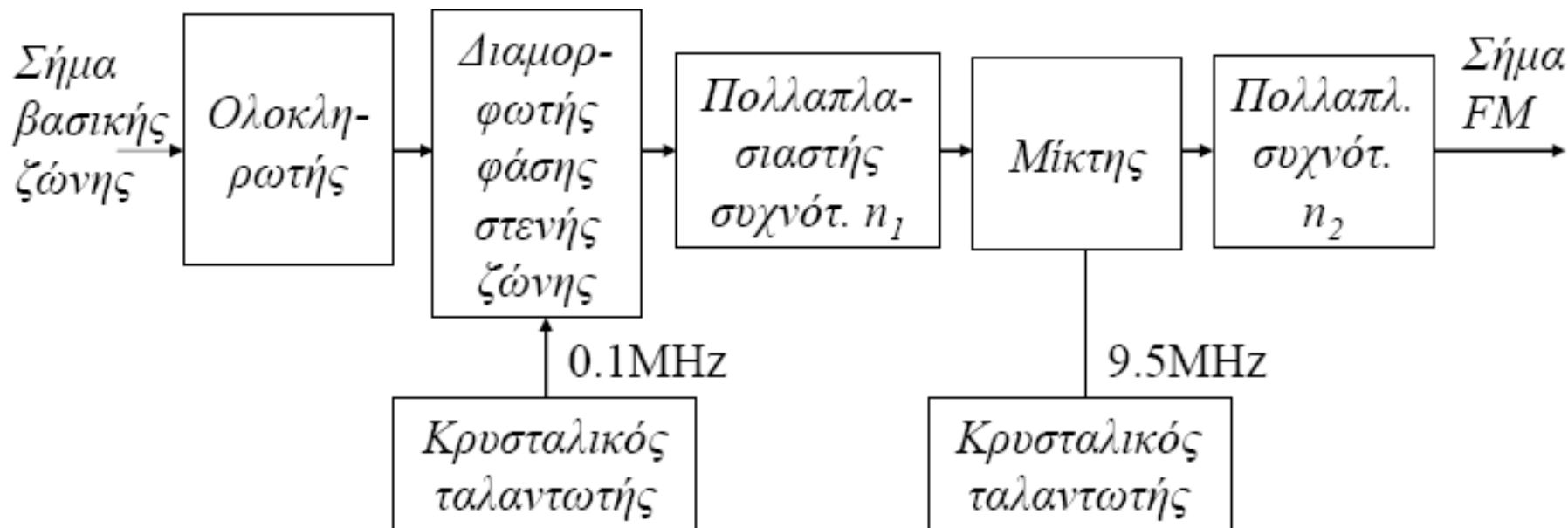
- και για ημιτονικό σήμα διαμόρφωσης:

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t) \right]$$

όπου $f_c = nf_1$ και $\beta = n\beta_1$.

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Έμμεση FM - Παράδειγμα

64



$$m(t): 100\text{Hz}-15\text{kHz},$$

$$f_c = 100\text{MHz},$$

$$\Delta f = 75\text{kHz}$$

$$\beta_1 = 0.2,$$

$$\Delta f_1 = \beta f_m: 20\text{Hz} - 3\text{kHz}$$

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Έμμεση FM - Παράδειγμα

65

- Πολλαπλασιαστής συχνότητας δύο βαθμίδων με μια ενδιάμεση βαθμίδα μετατροπής συχνότητας

$$\left. \begin{aligned} n_1 n_2 &= \Delta f / \Delta f_1 = 75000 / 20 = 3750 \\ f_2 - n_1 f_1 &= f_c / n_2 \Rightarrow 9.5 - 0.1 n_1 = 1000 / n_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} n_1 &= 75 \\ n_2 &= 50 \end{aligned}$$

	Συχν. Φέροντος	Απόκλ. συχν.
□ Στην έξοδο του διαμορφωτή φάσης	0.1MHz	20Hz
□ Στην έξοδο του 1ου πολ/στή συχν. (x75)	7.5MHz	1.5kHz
□ Στην έξοδο του μίκτη	2.0MHz	1.5kHz
□ Στην έξοδο του 2ου πολ/στή συχν. (x50)	100MHz	75kHz

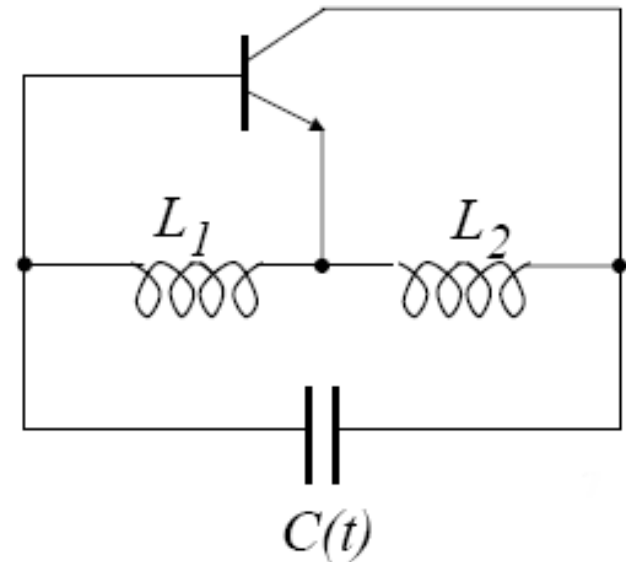
Παραγωγή Κυματομορφών FM:

Άμεση FM

66

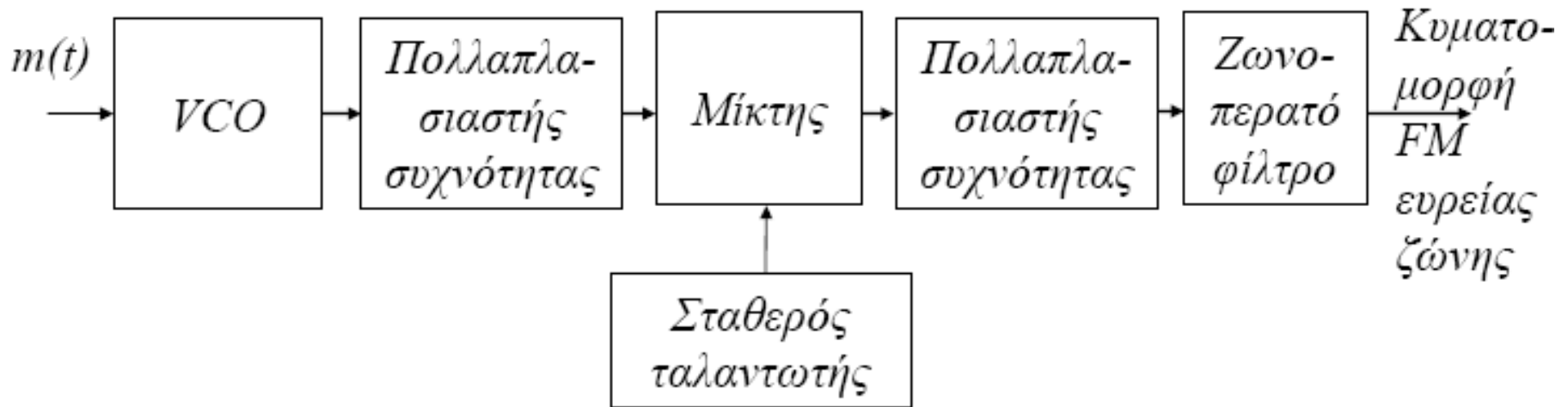
- Σε σύστημα άμεσης FM η στιγμιαία συχνότητα του φέροντος μεταβάλλεται απ' ευθείας με το σήμα βασικής ζώνης μέσω μιας διάταξης που είναι γνωστή σαν **ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση** (voltage - controlled oscillator, VCO).

- Π.χ. Ταλαντωτής Hartley:



Παραγωγή Κυματομορφών FM: Άμεση FM

67

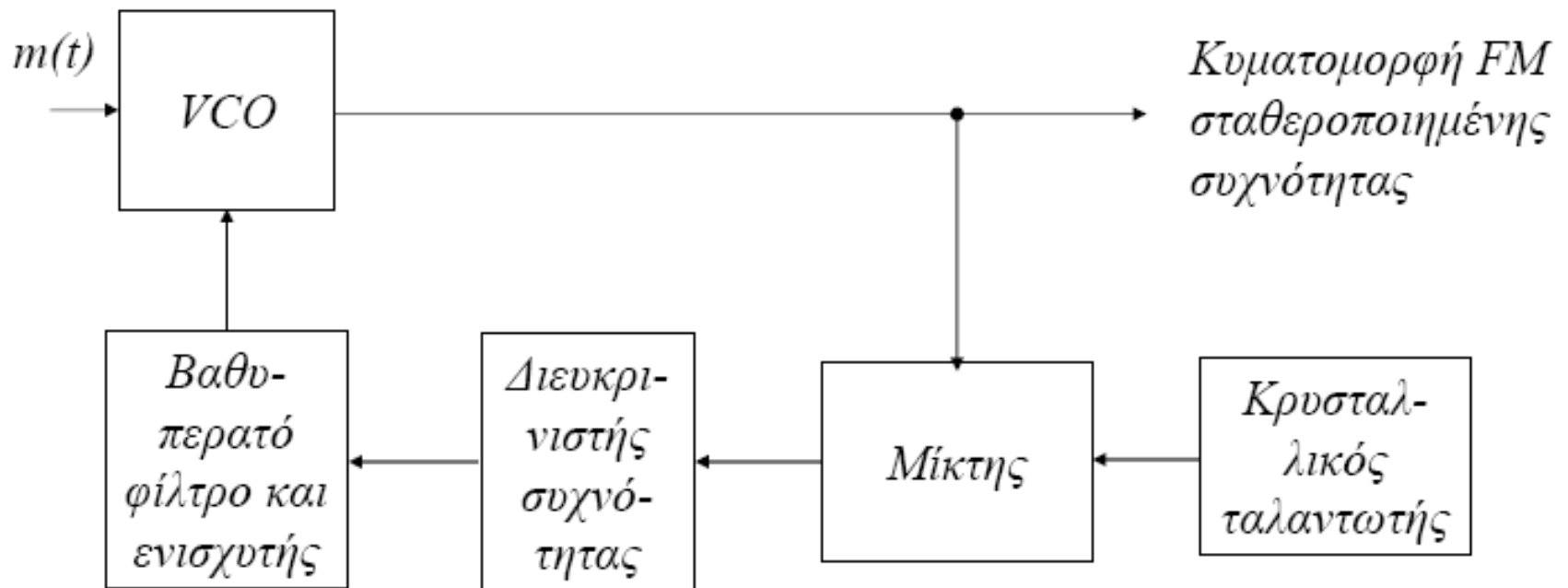


- Η διάταξη αυτή επιτρέπει τη διατήρηση μιας καλής σταθερότητας στον ταλαντωτή, σταθερής αναλογίας μεταξύ της αλλαγής συχνότητας εξόδου και αλλαγής της τάσης εισόδου και το απαραίτητο εύρος ζώνης διαμορφωτή για την επίτευξη FM ευρείας ζώνης.
- Μειονέκτημα είναι ότι η συχνότητα του φέροντος δεν λαμβάνεται από ταλαντωτή υψηλής ευστάθειας.

Παραγωγή Κυματομορφών FM: Άμεση FM

68

- Διάταξη ανάδρασης για τη σταθεροποίηση συχνότητας ενός διαμορφωτή συχνότητας:



Παραγωγή Κυματομορφών FM:

Άμεση FM

69

- **Διευκρινιστής συχνότητας** (frequency discriminator) είναι μία διάταξη της οποίας η τάση εξόδου έχει στιγμιαίο πλάτος που είναι ανάλογο προς τη στιγμιαία συχνότητα της κυματομορφής FM που εφαρμόζεται στην είσοδό του.
- Αποκλίσεις της συχνότητας φέροντος του πομπού από την ονομαστική τιμή, συντελούν ώστε ο συνδυασμός φίλτρου-διευκρινιστή συχνότητας να παράγει dc τάση εξόδου με πολικότητα που καθορίζεται από τη φορά της μετατόπισης της συχνότητας του φέροντος
- Αυτή η dc τάση εφαρμόζεται στον VCO με τέτοιο τρόπο ώστε να τροποποιεί τη συχνότητα του ταλαντωτή σε φορά που να τείνει να αποκαταστήσει τη συχνότητα φέροντος.

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM

70

- Ο αποδιαμορφωτής συχνότητας (*frequency demodulation*) παράγει τάση εξόδου της οποίας το στιγμιαίο πλάτος είναι απ' ευθείας ανάλογο προς τη στιγμιαία συχνότητα της κυματομορφής FM εισόδου.
- Περιγράφουμε δύο βασικές διατάξεις για την πραγματοποίηση της αποδιαμόρφωσης συχνότητας:
 - τον διευκρινιστή συχνότητας (*frequency discriminator*)
 - τον αποδιαμορφωτή βρόχου κλειδωμένης φάσης (*phase locked loop demodulator*)

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

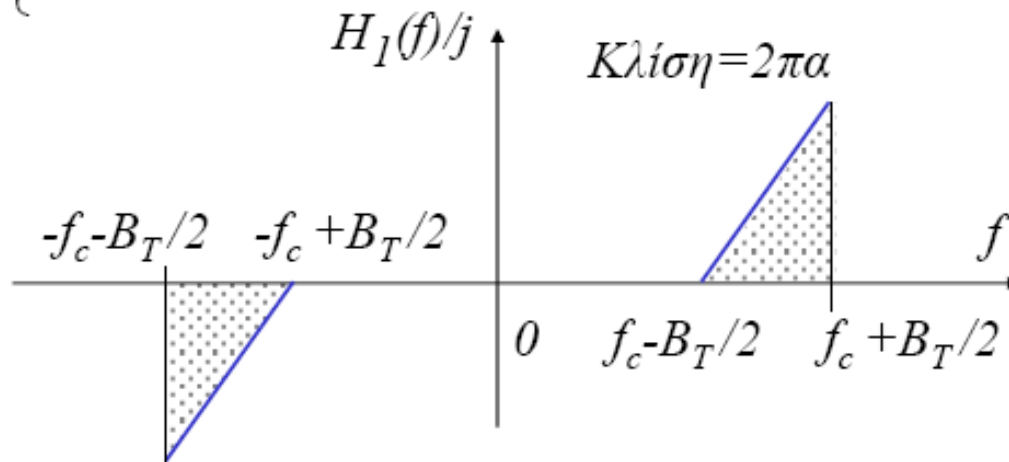
71

- Ο *διευκρινιστής συχνότητας* αποτελείται από ένα κύκλωμα κλίσης (*slope circuit*) ακολουθούμενο από φωρατή περιβάλλουσας.
- Το ιδανικό κύκλωμα κλίσης χαρακτηρίζεται από συνάρτηση μεταφοράς που είναι καθαρά φανταστική και μεταβάλλεται γραμμικά με τη συχνότητα μέσα σε μια προδιαγραμμένη περιοχή.

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

72

$$H_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f - f_c + \frac{B_T}{2} \right), & f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ j2\pi a \left(f + f_c - \frac{B_T}{2} \right), & -f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq -f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{αλλο } \acute{\upsilon} \end{cases}$$

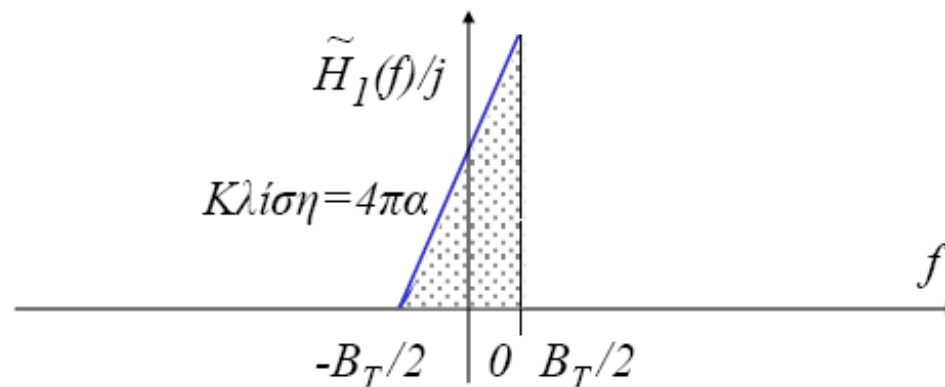


Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

73

- Αντικατάσταση του κυκλώματος κλίσης με ένα ισοδύναμο βαθυπερατό φίλτρο και τροφοδότηση του φίλτρου με τη μιγαδική περιβάλλουσα της FM κυματομορφής εισόδου.

$$\tilde{H}_1(f - f_c) = 2H_1(f), \quad f > 0 \Rightarrow \tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j4\pi\alpha \left(f + \frac{B_T}{2} \right), & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{αλλώ} \end{cases}$$



Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

74

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp \left[2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

$$\tilde{S}_1(f) = \frac{1}{2} \tilde{H}_1(f) \tilde{S}(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) \tilde{S}(f), & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

- Πολλαπλασιασμός του ΜΣ Fourier ενός σήματος με $j2\pi f$ είναι ισοδύναμος με τη διαφόριση αυτού του σήματος στο πεδίο του χρόνου.

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

75

$$\tilde{s}_1(t) = a \left[\frac{d\tilde{s}(t)}{dt} + j\pi B_T \tilde{s}(t) \right]$$

$$\tilde{s}_1(t) = j\pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \exp \left[j2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \operatorname{Re} \left[\tilde{s}_1(t) \exp(j2\pi f_c t) \right] = \\ &= \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned}$$

- Το $s_1(t)$ είναι μια υβριδικά διαμορφωμένη κυματομορφή.

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

76

- Με δεδομένο ότι επιλέγουμε: $\left| \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right| < 1$

χρησιμοποιούμε φωρατή περιβάλλουσας για την ανάκτηση των μεταβολών πλάτους, και επομένως του $m(t)$.

- Έξοδος φωρατή περιβάλλουσας:

$$\left| \tilde{s}_1(t) \right| = \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

77

- Ο όρος πόλωσης $\pi B_T a A_c$ μπορεί να απαλειφτεί αφαιρώντας από την έξοδο του φωρατή περιβάλλουσας την έξοδο ενός δεύτερου φωρατή περιβάλλουσας που έχει πριν από αυτόν το **συμπληρωματικό κύκλωμα κλίσης** (*complementary slope circuit*) με μιγαδική συνάρτηση μεταφοράς:

$$\tilde{H}_2(f) = \tilde{H}_1(-f)$$

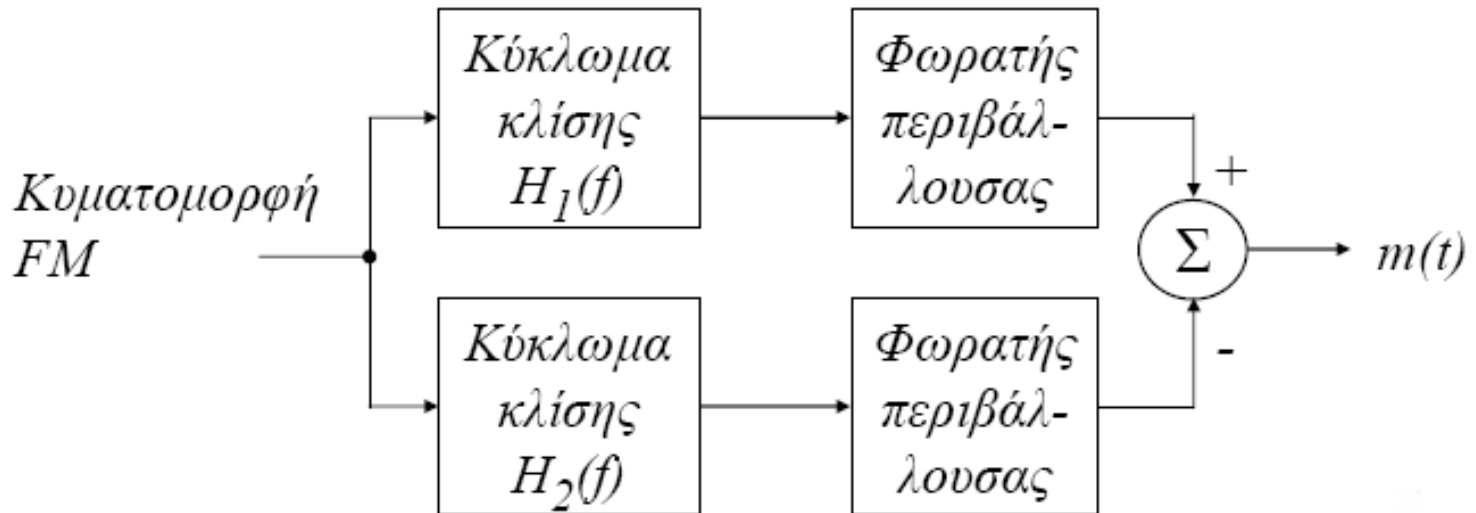
$$\left| \tilde{s}_2(t) \right| = \pi B_T a A_c \left[1 - \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

78

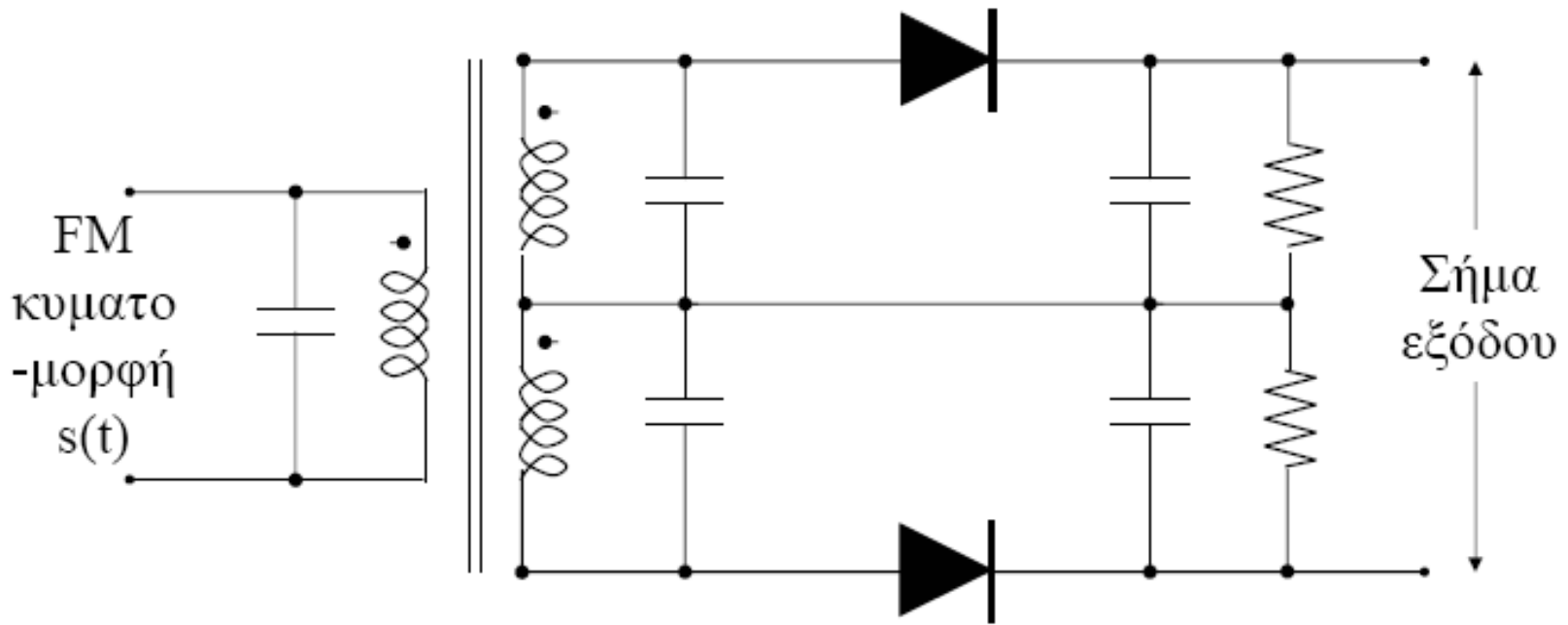
$$s_0(t) = \left| \tilde{s}_1(t) \right| - \left| \tilde{s}_2(t) \right| = 4\pi k_f a A_c m(t)$$

- Ισοσταθμισμένος διευκρινιστής συχνότητας (*balanced frequency discriminator*)



Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Διευκρινιστής Συχνότητας

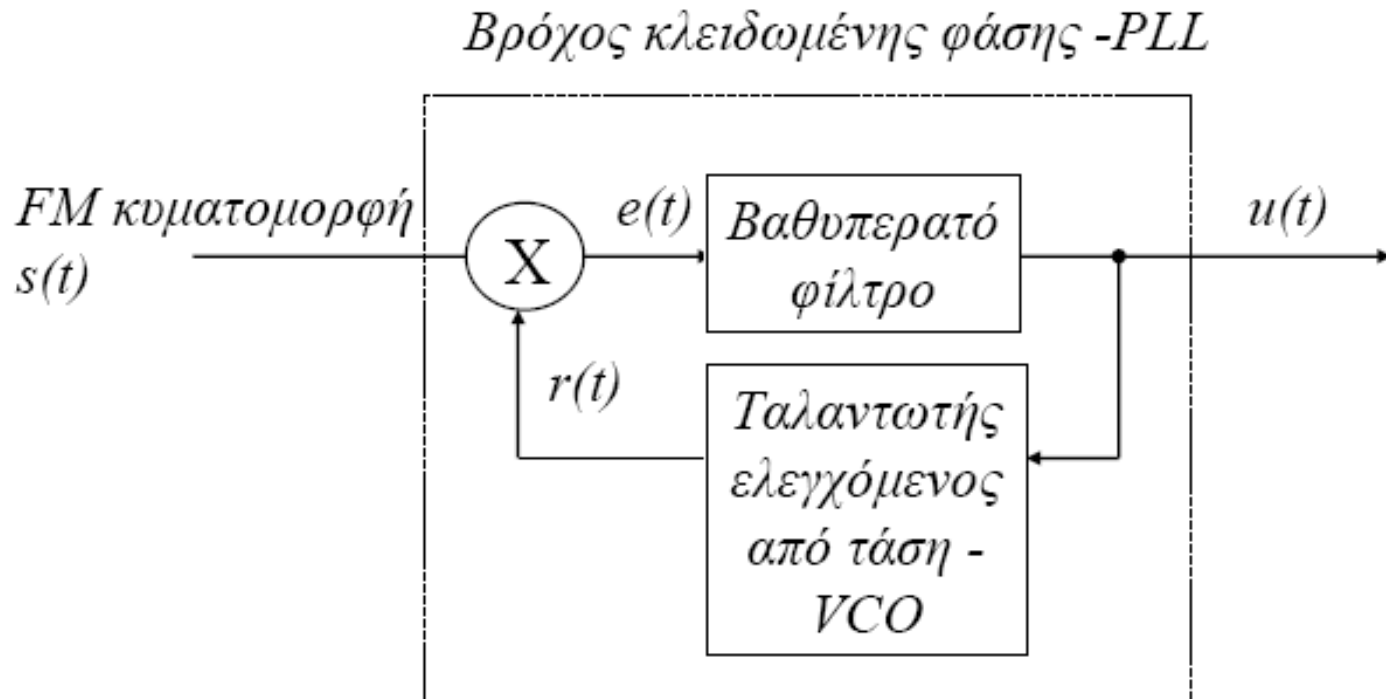
79



- Τα άνω και κάτω συντονισμένα φίλτρα αυτής της διάταξης είναι συντονισμένα σε συχνότητες άνω και κάτω από τη συχνότητα f_c του αδιαμόρφωτου φέροντος, αντίστοιχα.
- Στον ισοσταθμισμένο αποδιαμορφωτή FM έχουμε μετατροπή συχνότητας σε τάση

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Αποδιαμορφωτής PLL

80



- Ο βρόχος κλειδωμένης φάσης (*phased-locked loop*) είναι ένα σύστημα αρνητικής ανάδρασης.
- Κάθε διαμορφωτής FM μπορεί να λειτουργήσει σαν VCO.

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Αποδιαμορφωτής PLL

81

- Έχουμε ρυθμίσει το VCO έτσι ώστε όταν η τάση ελέγχου είναι μηδέν:
 - ▣ η συχνότητα του VCO είναι f_c
 - ▣ η έξοδος του VCO έχει μετατόπιση φάσης 90° σε σχέση με το αδιαμόρφωτο φέρον στην είσοδο.

- Σήμα εισόδου:

$$s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \phi_1(t)]$$

$$\phi_1(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

- Έξοδος VCO:

$$r(t) = A_u \cos [2\pi f_c t + \phi_2(t)]$$

$$\phi_2(t) = 2\pi k_u \int_0^t u(\tau) d\tau$$

Αποδιαμόρφωση Κυματομορφών FM: Αποδιαμορφωτής PLL

82

- Η έξοδος του πολλαπλασιαστή ($k_m = \text{κέρδος πολ/στή} - \text{σε Volt}^{-1}$) παράγει
 - μία συνιστώσα υψηλής συχνότητας την οποία και αγνοούμε γιατί απαλείφεται.

$$k_m A_c A_u \sin[4\pi f_c t + \phi_1(t) + \phi_2(t)]$$

- μία συνιστώσα χαμηλής συχνότητας:

$$k_m A_c A_u \sin[\phi_1(t) - \phi_2(t)]$$

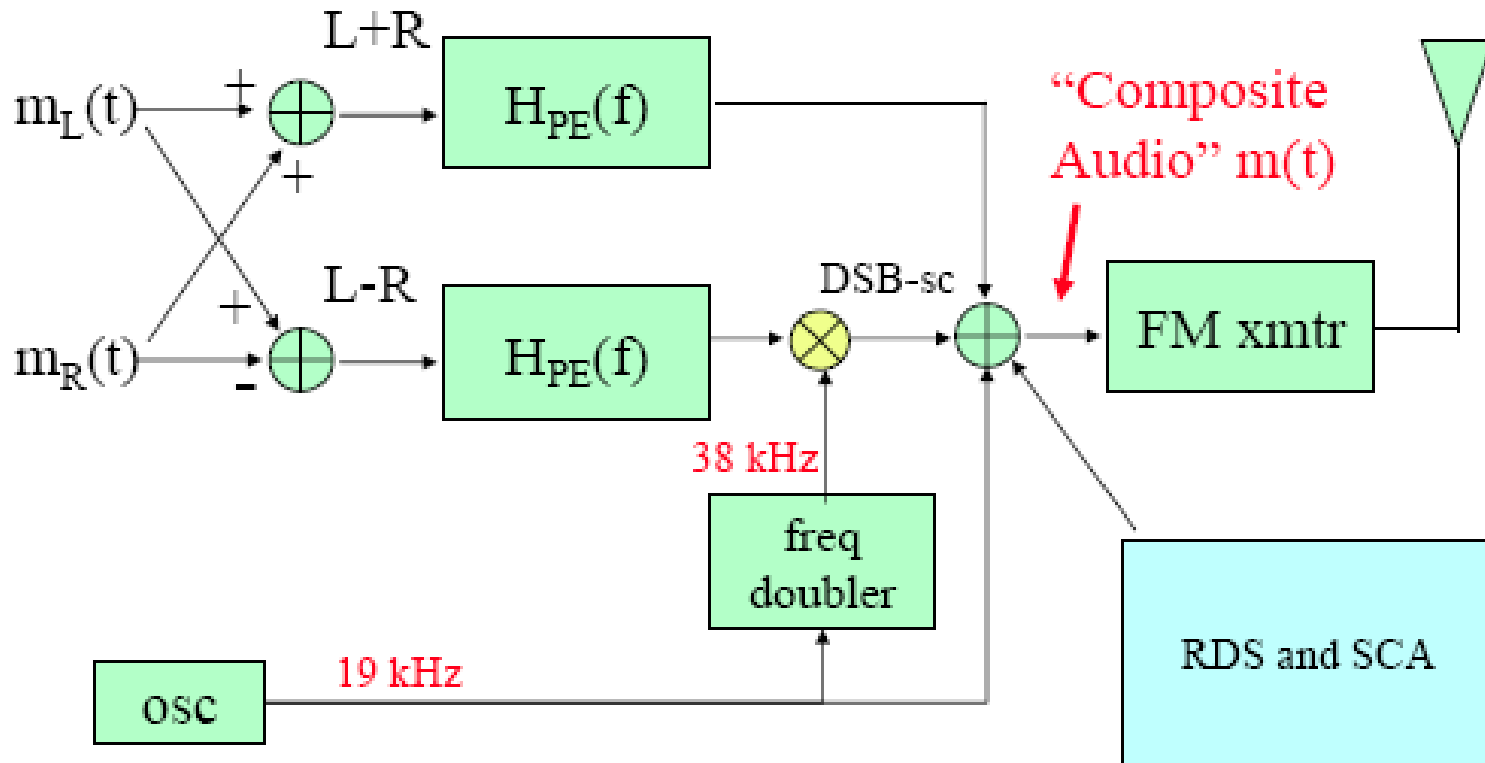
- που αποτελεί και είσοδο στο φίλτρο $e(t) = k_m A_c A_u \sin[\phi_e(t)]$
- Όπου $\phi_e(t) = \text{σφάλμα φάσης (phase error)}$

$$\phi_e(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) = \phi_1(t) - 2\pi k_u \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

- Όταν το σφάλμα φάσης $\phi_e(t)$ είναι μηδέν, ο βρόχος κλειδωμένης φάσης λέγεται ότι είναι σε κλείδωμα φάσης (*phaselock*).

Στερεοφωνική Πολυπλεξία FM

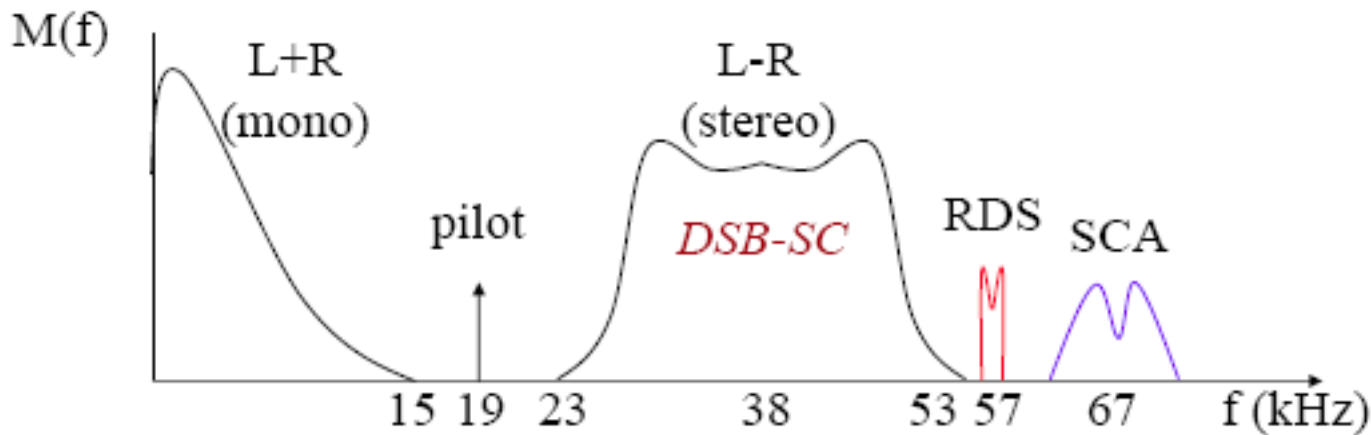
83



Πομπός FM

Σύνθετο ακουστικό σήμα

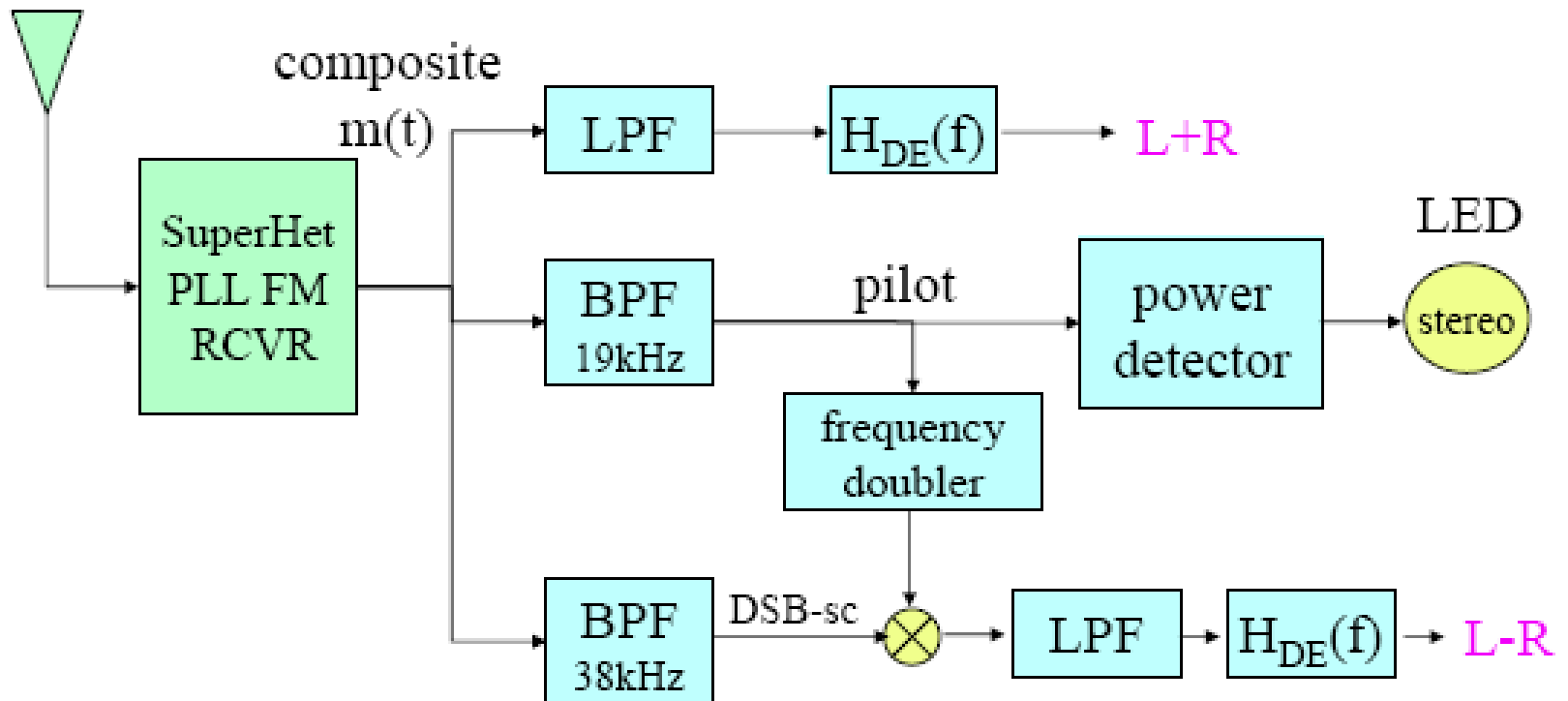
84



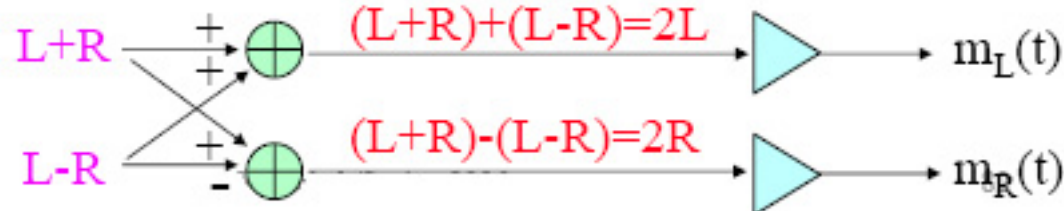
- RDS (Radio Data System)
 - Εναλλακτικές συχνότητες (AF)
 - Κίνηση στους δρόμους (TA)
 - Είδος προγράμματος (PTY)
- SCA (Subsidiary Communications Authorization)
 - Μετάδοση δεδομένων (τιμές μετοχών)
 - Μετάδοση σε άλλη γλώσσα
 - Ανάγνωση κειμένου (για τυφλούς)

Στερεοφωνική Πολυπλεξία FM

85



Δέκτης FM



Απόκριση γραμμικών φίλτρων σε κυματομορφές FM

86

- Ο υπολογισμός της παραμόρφωσης που παράγεται μεταδίδοντας μια κυματομορφή FM μέσω ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου φίλτρου είναι δύσκολος λόγω της μη γραμμικής φύσης της κυματομορφής FM.
- Οι υπολογισμοί είναι δυνατοί με H/Y και χρησιμοποιώντας ένα μαθηματικό μοντέλο βασισμένο στο ισοδύναμο μιγαδικό βαθυπτερατό φίλτρο.

Μη γραμμικά φαινόμενα σε συστήματα FM

87

- Υπάρχουν δύο βασικές μορφές *μη γραμμικότητας* προς εξέταση:
- **Ισχυρές**, όταν εισάγονται σκόπιμα και με έναν ελεγχόμενο τρόπο για κάποια συγκεκριμένη εφαρμογή (π.χ. διαμορφωτές τετραγωνικού νόμου κλπ.)
- **Ασθενείς**, όταν είναι παρασιτικής φύσης. Αποτέλεσμα είναι να περιορίζουν τις ωφέλιμες στάθμες σημάτων σε ένα σύστημα.

Μη γραμμικά φαινόμενα σε συστήματα FM

88

- Αντίθετα από την παραμόρφωση πλάτους, η FM δεν επηρεάζεται από παραμόρφωση που παράγεται από τη μετάδοση μέσω διαύλου με μη γραμμικότητες πλάτους.
- Για αυτό χρησιμοποιείται ευρέως στις μικροκυματικές ζεύξεις και στα συστήματα δορυφορικών επικοινωνιών, γιατί επιτρέπει τη χρήση αρκετά μη γραμμικών ενισχυτών και πομπών ισχύος.
- Ωστόσο, η FM είναι πολύ ευαίσθητη σε μη γραμμικότητες φάσης.
- Ευαίσθητη σε μη γραμμικότητες φάσης γνωστές ως **μετατροπή-AM-σε-PM** που είναι αποτέλεσμα της χαρακτηριστικής φάσης επαναληπτών ή ενισχυτών που χρησιμοποιούνται σε μικροκυματικές ζεύξεις.