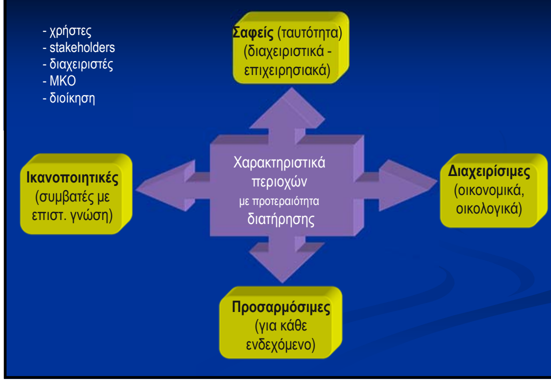
Επιλογή περιοχών προστασίας ειδών και διατήρησης της φύσης

Επίλυση προβλημάτων λήψης απόφασης

Χαρακτηριστικά περιοχών προστασίας της φύσης



Επιλογή περιοχών προστασίας της φύσης: μέθοδοι

Βέλτιστη λύση λαμβάνοντας υπ' όψιν:
περιορισμένους πόρους, προϋποθέσεις, κριτήρια

Γραμμικός προγραμματισμός

- Μαθηματική τεχνική
- Επιλύει προβλήματα κατανομής περιορισμένων πόρων, κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο, υπό ορισμένες προϋποθέσεις και σε διάφορες εναλλακτικές και ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες.
- Δηλαδή επιλογή της στάθμης κάθε δραστηριότητας έτσι ώστε να βελτιστοποιείται ένα προκαθορισμένο κριτήριο επιλογής.

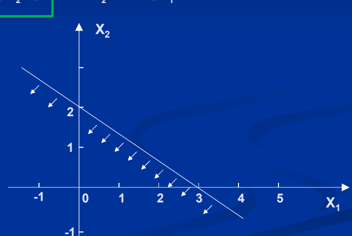
Γραμμικός προγραμματισμός

Γραφική επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού 2 παραμέτρων χωρίς (πολλούς) περιορισμούς και όρια τιμών

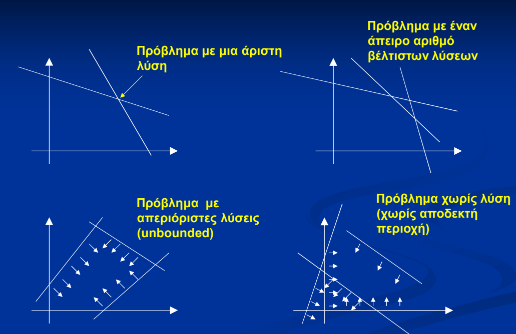
περιορισμός: $\boxed{2 X_1 + 3 X_2 \leq 6} \longrightarrow X_2 \leq 2 - 2/3\, X_1$

Μέγιστη τιμή X_2:
όταν $X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 2$

Μέγιστη τιμή X_1:
όταν $X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 3$



Γραμμικός προγραμματισμός



Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει 2 τύπους ξύλινων παιχνιδιών: στρατιωτάκια & τραίνα

1. Η κατασκευή κάθε παιχνιδιού απαιτεί υλικά
   - Κάθε στρατιωτάκι:
     πωλείται: 27€
     κόστος υλικών: 10€
     κόστος εργασίας: 14€

   - Κάθε τραίνο:
     πωλείται: 21€
     κόστος υλικών: 9€
     κόστος εργασίας: 10€

2. Η κατασκευή κάθε παιχνιδιού απαιτεί ξυλουργική & επιχρωστική (βαφική) εργασία
   - Κάθε στρατιωτάκι απαιτεί:
     1 ώρα ξυλουργικής εργασίας
     2 ώρες βαφικής εργασίας
   - Κάθε τραίνο απαιτεί :
     1 ώρα ξυλουργικής εργασίας
     1 ώρα βαφικής εργασίας

- Εβδομαδιαίως, το εργοστάσιο διαθέτει:
  όλα τα απαραίτητα υλικά
  μόνο 80 ώρες ξυλουργικής εργασίας
  μόνο 100 ώρες βαφικής εργασίας
- Εβδομαδιαίως, το εργοστάσιο μπορεί να πωλεί:
  όλα τα τραίνα που παράγει, αλλά το ανώτατο 40 στρατιωτάκια

Περιορισμοί

Τι πρέπει να παράγει για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του?

Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Ποιες οι παράμετροι του προβλήματος για τη λήψη απόφασης?

X_1 = Nº των στρατιωτών που παράγονται / εβδομάδα

X_2 = Nº των τραίνων που παράγονται / εβδομάδα

Ποιος ο αντικειμενικός στόχος?

Μεγιστοποίηση των κερδών

Κέρδη ανά στρατιωτάκι : 27 – 10 – 14 = 3€ / στρατιωτάκι

Τιμή πώλησης υλικά εργασία

Κέρδη ανά τραίνο: 21 – 9 – 10 = 2€ / τραίνο

Ολικά κέρδη / εβδομάδα: $3\ X_1 + 2\ X_2$

αντικειμενικός στόχος:
μεγιστοποίηση της συνάρτησης $z = 3\ X_1 + 2\ X_2$

Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Ποιοι είναι οι περιορισμοί?

Περιορισμός 1: ≤ 80 ώρες εργασίας ξυλουργείου / εβδομάδα

$1\ X_1 + 1\ X_2 \le 80$

ώρες /στρατιωτάκι, nº στρατιωτών, ώρες /τραίνο, nº τραίνων

Περιορισμός 2: ≤ 100 ώρες εργασίας επιχρωματισμού / εβδομάδα

$2\ X_1 + 1\ X_2 \le 100$

ώρες /στρατιωτάκι, nº στρατιωτών, ώρες /τραίνο, nº τραίνων

Περιορισμός 3: πώληση σε στρατιωτάκια: ≤ 40 παραγόμενα / εβδομάδα

$X_1 \le 40$

Περιορισμοί 4 & 5 (όρια): οι αριθμοί των παραγόμενων παιχνιδιών είναι μόνο θετικοί

$X_1 \ge 0$ $X_2 \ge 0$

Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, στο οποίο:

1. Επιθυμείται η μεγιστοποίηση (ή ελαχιστοποίηση) μιας γραμμικής συνάρτησης των παραμέτρων της απόφασης. Η συνάρτηση που τις μεγιστοποιεί (ή τις ελαχιστοποιεί) συνιστά τον αντικειμενικό στόχο.
2. Οι τιμές που οι παράμετροι μπορούν να λάβουν είναι περιορισμένες. Κάθε περιορισμός αποτελεί μια γραμμική εξίσωση ή ανίσωση.
3. Κάθε παράμετρος απόφασης περιορίζεται από ένα όριο (ή, αντίθετα, θεωρείται ότι η παράμετρος δεν περιορίζεται)

Π.χ. Εργοστάσιο στρατιωτών & τραίνων:

μεγιστοποίηση: $z = 3\ X_1 + 2\ X_2$ Αντικειμενικός στόχος

Περιορισμοί:
$$1\ X_1 + 1\ X_2 \le 80$$
$$2\ X_1 + 1\ X_2 \le 100$$
$$X_1 \le 40$$
Περιορισμοί

$$X_1 \ge 0$$
$$X_2 \ge 0$$
Περιορισμοί ορίου τιμών

Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Περιοχή αποδεκτού:

Σύνολο όλων των σημείων (λύσεων) που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς του προβλήματος, συμπεριλαμβανόμενων και των περιορισμών ορίου

- Παραδείγματα:
  1. Εάν $X_1 = 20$, $X_2 = 60$: αποδεκτή λύση
  2. Εάν $X_1 = 30$, $X_2 = 50$: ΜΗ αποδεκτή λύση
  3. Εάν $X_1 = 40$, $X_2 = 40$: ΜΗ αποδεκτή λύση

μεγιστοποίηση: $z = 3\ X_1 + 2\ X_2$

Με δεδομένο:
$$1\ X_1 + 1\ X_2 \le 80$$
$$2\ X_1 + 1\ X_2 \le 100$$
$$X_1 \le 40$$
$$X_1 \ge 0$$
$$X_2 \ge 0$$

Βέλτιστη λύση:

Για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης, το ζητούμενο είναι το σημείο εκείνο της αποδεκτής περιοχής που δίνει τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης – αντικειμενικού σκοπού

Για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, το ζητούμενο είναι το σημείο εκείνο της αποδεκτής περιοχής που δίνει την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εργοστασίου στρατιωτών-τραίνων

περιορισμοί: $2\ X_1 + 1\ X_2 \le 100 \longrightarrow X_2 \le 100,\ X_1 \le 50$
(ο αριθμός ωρών επιχρωματισμού ≤ 100)

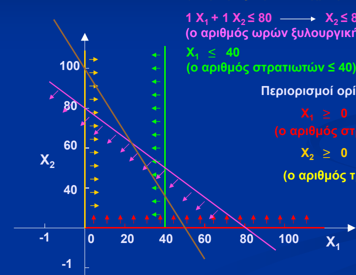
$1\ X_1 + 1\ X_2 \le 80 \longrightarrow X_2 \le 80,\ X_1 \le 80$
(ο αριθμός ωρών ξυλουργικής ≤ 80)

$X_1 \le 40$
(ο αριθμός στρατιωτών ≤ 40)

Περιορισμοί ορίου:

$X_1 \ge 0$
(ο αριθμός στρατιωτών να είναι θετικός)

$X_2 \ge 0$
(ο αριθμός τραίνων να είναι θετικός)



Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εργοστασίου στρατιωτών-τραίνων

περιορισμοί:

$2X_1 + 1X_2 \leq 100 \longrightarrow X_2 \leq 100,\ X_1 \leq 50$
(ο αριθμός ωρών επιχρωματισμού ≤ 100)

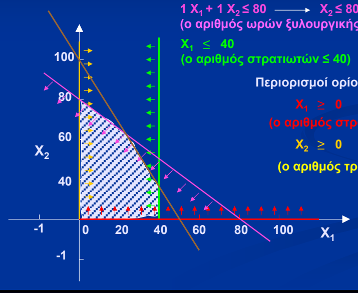
$1X_1 + 1X_2 \leq 80 \longrightarrow X_2 \leq 80,\ X_1 \leq 80$
(ο αριθμός ωρών ξυλουργικής ≤ 80)

$X_1 \leq 40$
(ο αριθμός στρατιωτών ≤ 40)

Περιορισμοί ορίου:

$X_1 \geq 0$
(ο αριθμός στρατιωτών να είναι θετικός)

$X_2 \geq 0$
(ο αριθμός τραίνων να είναι θετικός)



Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εργοστασίου στρατιωτών-τραίνων

περιορισμοί:

$2X_1 + 1X_2 \leq 100 \longrightarrow X_2 \leq 100 - 2X_1$
(ο αριθμός ωρών επιχρωματισμού ≤ 100)

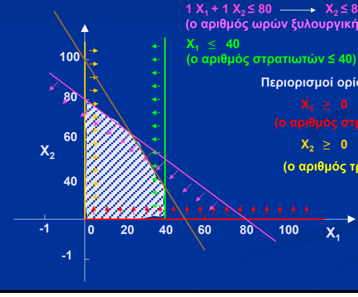
$1X_1 + 1X_2 \leq 80 \longrightarrow X_2 \leq 80 - X_1$
(ο αριθμός ωρών ξυλουργικής ≤ 80)

$X_1 \leq 40$
(ο αριθμός στρατιωτών ≤ 40)

Περιορισμοί ορίου:

$X_1 \geq 0$
(ο αριθμός στρατιωτών να είναι θετικός)

$X_2 \geq 0$
(ο αριθμός τραίνων να είναι θετικός)



Γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 1

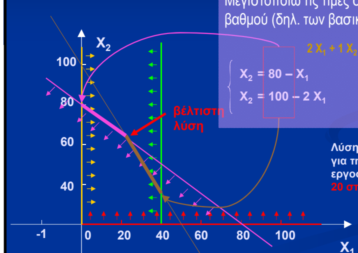
Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εργοστασίου στρατιωτών-τραίνων

Αντικειμενικός στόχος: μεγιστοποίηση: $z = 3X_1 + 2X_2$ $\qquad X_2 = ½ z - 2/3 X_1$

Μεγιστοποιώ τις τιμές στο σύστημα 2 ανισώσεων 1ου βαθμού (δηλ. των βασικών περιορισμών):

$2X_1 + 1X_2 = 100$ $\qquad 1X_1 + 1X_2 = 80$

$$\begin{cases} X_2 = 80 - X_1 \\ X_2 = 100 - 2X_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1 = 20 \\ X_2 = 60 \end{cases}$$



όταν $z = 100$: $X_2 = 50 - 2/3 X_1$

Λύση:
για τη μεγιστοποίηση του στόχου του το εργοστάσιο πρέπει να παράγει / εβδομάδα:
20 στρατιωτάκια + 60 τραίνα

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Μια περιοχή έχει 6 σημαντικές πόλεις. Η κεντρική διοίκηση επιθυμεί να εγκαταστήσει πυροσβεστικούς σταθμούς, αλλά δεν γνωρίζει πού

Επιθυμία: η μέγιστη απόσταση μεταξύ κάθε πόλης & πλησιέστερου σταθμού να είναι το μέγιστο 15 min

Ο απαραίτητος χρόνος μεταφοράς από τη μια πόλη στην άλλη είναι (min):

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3	Πόλη 4	Πόλη 5	Πόλη 6
Πόλη 1	0	10	20	30	30	20
Πόλη 2	10	0	25	35	20	10
Πόλη 3	20	25	0	15	30	20
Πόλη 4	30	35	15	0	15	25
Πόλη 5	30	20	30	15	0	14
Πόλη 6	20	10	20	25	14	0

Πόσοι πυροσβεστικοί σταθμοί πρέπει να κατασκευασθούν και πού?

Επιθυμούμε την ελαχιστοποίηση του αριθμού των απαραίτητων σταθμών για την κάλυψη των αναγκών όλων των πόλεων

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Ποιες είναι οι παράμετροι για την απόφαση?

Απόφαση: εάν ένας σταθμός θα κατασκευασθεί ή όχι στην πόλη j (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)

$$Xj = \begin{cases} 1 \text{ όταν ένας σταθμός θα κατασκευασθεί στην πόλη j} \\ 0 \text{ όταν δεν θα κατασκευασθεί} \end{cases}$$

Ποιος είναι ο αντικειμενικός σκοπός?

Η ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού σταθμών

$$\text{Min } z = \underbrace{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6}_{\text{ολικός αριθμός σταθμών}}$$

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Ποιοι είναι οι περιορισμοί?

Κάθε πόλη πρέπει να έχει τουλάχιστον 1 σταθμό σε απόσταση 15 λεπτών (μέγιστο)

Ο απαραίτητος χρόνος μετάβασης από μια πόλη σε μια άλλη είναι:

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3	Πόλη 4	Πόλη 5	Πόλη 6
Πόλη 1	0	10	20	30	30	20
Πόλη 2	10	0	25	35	20	10
Πόλη 3	20	25	0	15	30	20
Πόλη 4	30	35	15	0	15	25
Πόλη 5	30	20	30	15	0	14
Πόλη 6	20	10	20	25	14	0

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Ποιοι είναι οι περιορισμοί?

Κάθε πόλη πρέπει να έχει τουλάχιστον 1 σταθμό σε απόσταση 15 λεπτών (μέγιστο)

Ο απαραίτητος χρόνος μετάβασης από μια πόλη σε μια άλλη είναι:

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3	Πόλη 4	Πόλη 5	Πόλη 6	Για την πόλη xj, σταθμός θα πρέπει να κατασκευαστεί σε:
Πόλη 1	0	10	20	30	30	20	$X_1 + X_2 \geq 1$
Πόλη 2	10	0	25	35	20	10	$X_1 + X_2 + X_6 \geq 1$
Πόλη 3	20	25	0	15	30	20	$X_3 + X_4 \geq 1$
Πόλη 4	30	35	15	0	15	25	$X_3 + X_4 + X_5 \geq 1$
Πόλη 5	30	20	30	15	0	14	$X_4 + X_5 + X_6 \geq 1$
Πόλη 6	20	10	20	25	14	0	$X_2 + X_5 + X_6 \geq 1$

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Ποιοι είναι οι περιορισμοί ορίου?

Σε κάθε πόλη, κατασκευάζεται ένας (xj = 1) ή κανένας (xj = 0) σταθμός

Δεν μπορούν να κατασκευασθούν τμήματα σταθμού (xj = ~~0.5~~)

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \in \{0,1\} \\ x_2 \in \{0,1\} \\ x_3 \in \{0,1\} \\ x_4 \in \{0,1\} \\ x_5 \in \{0,1\} \\ x_6 \in \{0,1\} \end{array}\right\} \text{Δυαδικές παράμετροι}$$

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Το πρόβλημα ολοκληρωμένο

Ελαχιστοποίηση $z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$ $\quad \sum_{j=1}^{6} x_j$

Αντικειμενικοί περιορισμοί:

$$\left.\begin{array}{l} X_1 + X_2 \geq 1 \\ X_1 + X_2 + X_6 \geq 1 \\ X_3 + X_4 \geq 1 \\ X_3 + X_4 + X_5 \geq 1 \\ X_4 + X_5 + X_6 \geq 1 \\ X_2 + X_5 + X_6 \geq 1 \end{array}\right\} \sum_{j=1}^{6} a_{ij}\, x_j \geq 1$$

j : συγκεκριμένη πόλη
i : άλλη πόλη

a_{ij} = 1 όταν η πόλη i βρίσκεται ≤ 15 min από την πόλη j
a_{ij} = 0 όταν όχι

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \in \{0,1\} \\ x_2 \in \{0,1\} \\ x_3 \in \{0,1\} \\ x_4 \in \{0,1\} \\ x_5 \in \{0,1\} \\ x_6 \in \{0,1\} \end{array}\right\} x_j \in \{0,1\}$$

Περιορισμοί ορίου

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός: Παράδειγμα 2

Βέλτιστη λύση:

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3	Πόλη 4	Πόλη 5	Πόλη 6
Πόλη 1	0	10	20	30	30	20
Πόλη2	10	0	25	35	20	10
Πόλη 3	20	25	0	15	30	20
Πόλη 4	30	35	15	0	15	25
Πόλη 5	30	20	30	15	0	14
Πόλη 6	20	10	20	25	14	0

Μη βέλτιστη λύση:

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3	Πόλη 4	Πόλη 5	Πόλη 6
Πόλη 1	0	10	20	30	30	20
Πόλη 2	10	0	25	35	20	10
Πόλη 3	20	25	0	15	30	20
Πόλη 4	30	35	15	0	15	25
Πόλη 5	30	20	30	15	0	14
Πόλη 6	20	10	20	25	14	0

Εφαρμογή του Προβλήματος του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού στην επιλογή περιοχών συμπληρωματικών ως προς τη βιοποικιλότητά τους για τα δίκτυα προστατευτέων περιοχών

Περιφέρεια χωρισμένη σε 15 περιοχές

Υπάρχοντα είδη σε κάθε περιοχή

ΠΕΡΙΟΧΕΣ

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

Επιθυμούμε να μάθουμε το ελάχιστο σύνολο των περιοχών στο οποίο όλα τα είδη αντιπροσωπεύονται τουλάχιστον άπαξ ("set covering problem")

ΠΕΡΙΟΧΕΣ

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

Ποιες είναι οι παράμετροι για την απόφαση?

Γνώση εάν κάθε περιοχή επιλέγεται ή ΟΧΙ (j = 1, 2, …, 15)

$$X_j = \begin{cases} \text{1, όταν η περιοχή επιλέγεται} \\ \text{0, όταν η περιοχή ΔΕΝ επιλέγεται} \end{cases}$$

Ποιος είναι ο αντικειμενικός σκοπός/ συνάρτηση-στόχος?

Η ελαχιστοποίηση του αριθμού των επιλεχθησόμενων περιοχών

$$\text{Min } z = X_1 + X_2 + \ldots + X_{15} \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{15} x_j$$

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Ποιοι είναι οι **περιορισμοί** / είδος?

Κάθε είδος να εκπροσωπείται τουλάχιστο σε μία από τις περιοχές που θα επιλεγούν

Το Είδος 1 υπάρχει στις περιοχές:

1 3 4 5 6 7 8 11 12 13 14 15

Ο περιορισμός είναι: $X_1 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 1$

Το Είδος 2 $X_3 + X_9 + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 1$

Το Είδος 10 $X_3 + X_9 + X_{11} \geq 1$

$$\sum_{j=1}^{15} a_{ij}\, x_j \geq 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, 10$$

Όπου: a_{ij} =1 όταν το είδος i υπάρχει στην περιοχή j, =0 όταν δεν υπάρχει

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Ποιοι είναι οι **περιορισμοί ορίου**?

Κάθε περιοχή, είτε επιλέγεται (xj = 1) είτε δεν επιλέγεται (xj = 0)

$x_1 \in \{0,1\}$

$x_2 \in \{0,1\}$

$x_3 \in \{0,1\}$

$x_4 \in \{0,1\}$

$x_5 \in \{0,1\}$

. . . xj $\in \{0,1\}$, j = 1, 2, …, 15

ΣΥΝΟΨΗ

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Επιδίωξη: επιλογή του ελάχιστου αριθμού περιοχών, εντός των οποίων κάθε είδος εκπροσωπείται τουλάχιστον άπαξ

Ελαχιστοποίηση $\sum_{j=1}^{n} x_j$

Περιορισμοί:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \geq 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

Είδος 1: x1 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x11 + x12 + x13 + x14 + x15 >= 1

xj $\in \{0,1\}$, j = 1, 2, …, n

n : ο αριθμός των περιοχών
m : ο αριθμός των ειδών
a_{ij} =1 όταν το είδος i υπάρχει στην περιοχή j, =0 όταν δεν υπάρχει
η μεταβλητή xj =1 όταν η περιοχή j επιλέγεται, =0 όταν δεν επιλέγεται

```
minimize
x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10 + x11 + x12 + x13 + x14 + x15

Subject to
x1 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x11 + x12 + x13 + x14 + x15 >= 1
x3 + x9 + x12 + x13 + x14 + x15 >= 1
x1 + x6 + x10 + x13 >= 1
x10 + x11 >= 1
x15 >= 1
x1 + x2 + x4 + x6 >= 1
x2 + x3 + x4 + x5 + x9 + x12 + x14 + x15 >= 1
x10 + x12 + x14 >= 1
x8 + x12 + x13 + x14 + x15 >= 1
x3 + x9 + x11 >= 1
End
Int x1
Int x2
Int x3
Int x4
Int x5
Int x6
Int x7
Int x8
Int x9
Int x10
Int x11
Int x12
Int x13
Int x14
Int x15
```

ΣΚΟΠΟΣ

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ - ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ

Ο Ρ Ι Α

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

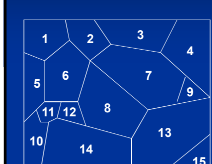
ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Λύση του συστήματος ανισώσεων: λογισμικό LINDO / LINGO

Λύση του προβλήματος

4.00 περιοχές

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X6	1.000000	1.000000
X11	1.000000	1.000000
X14	1.000000	1.000000
X15	1.000000	1.000000



ΠΕΡΙΟΧΕΣ

ΕΙΔΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0