Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Χωρική Ανάλυση

Ενότητα 8α: Ποσοτικοποίηση χωρικής συνάφειας

Κυριακίδης Φαίδων

Τμήμα Γεωγραφίας

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης CreativeCommons.

Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Χωρική Συνάφεια Τιμών Γεωχωρικών Μεταβλητών

Φαίδων Κυριακίδης

Καθηγητής

phkyriakidis@geo.aegean.gr

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Λόφος Πανεπιστημίου, 81100 Μυτιλήνη

Χωρική Ανάλυση

ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ

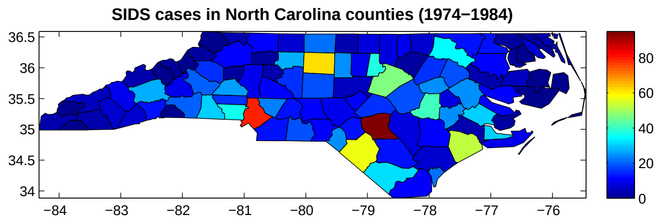
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

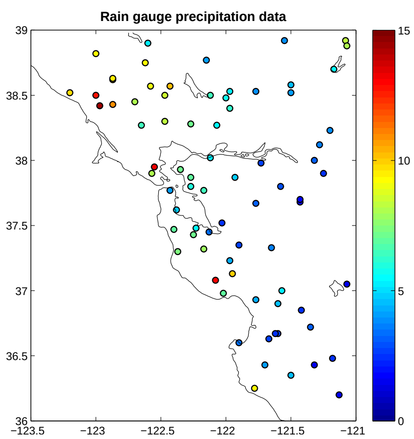
ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Εισαγωγή

Δεδομένα επιφανειών και σημειακά δεδομένα

- τιμές μιας χωρικής μεταβλητής που καταγράφηκαν σε ένα πεπερασμένο αριθμό επιφανειών ή ζωνών (areas or zones), π.χ. διοικητικές περιοχές ή pixels
- τιμές μιας χωρικής μεταβλητής που καταγράφηκαν σε ένα πεπερασμένο αριθμό σημείων, π.χ. βροχομετρικοί σταθμοί





Στόχος μαθήματος

Ποσοτικοποίηση χωρικής συνάφειας, δηλαδή του κατά πόσο οι τιμές μιας χωρικής μεταβλητής "μοιάζουν" μεταξύ τους στο χώρο

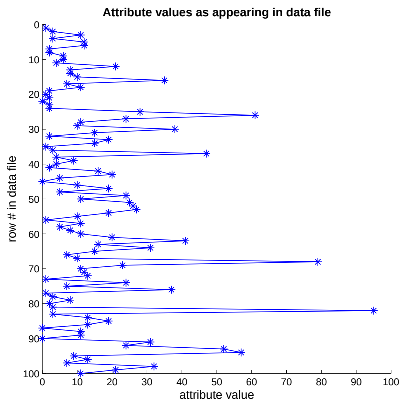
Χωρικά Δεδομένα

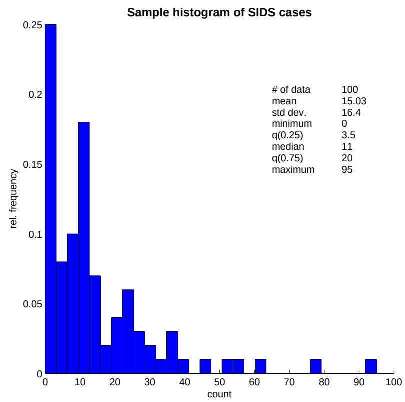
Δεδομένα και υποστηρίγματα

Σύνολο N τιμών μιας χωρικής μεταβλητής Z που καταγράφηκαν σε N μονάδες παρατήρησης ή υποστηρίγματα (supports), π.χ., πολύγωνα, σημεία:

$$\{z(s_i), i = 1, \ldots, N\}$$

όπου $z(s_i) \equiv z_i$ είναι η τιμή της μεταβλητής Z που καταγράφηκε στο υποστήριγμα s_i





Παράδειγμα $N = 100$ τιμών αριθμού συμβάντων της νόσου Sudden Infant Death Syndrome (SIDS) σε 100 περιοχές. Σημείωση: η διάταξη των μετρήσεων στο προφίλ στα αριστερά αντιστοιχεί στη σειρά με την οποία οι μετρήσεις αποθηκεύονται στο αρχείο δεδομένων

Χωρική Συνάφεια Δεδομένων

Στόχοι χωρικής ανάλυσης

- ποσοτικοποίηση, μέσω στατιστικών δείγματος, της χωρικής συνάφειας (χωρικής ομοιότητας ή ανομοιότητας) των N μετρήσεων $\{z(s_i), i = 1, \ldots, N\}$, με σκοπό την διερεύνηση δομημένης (μη τυχαίας) χωρικής κατανομής τους
- έλεγχος υποθέσεως σχετικά με το αν οι N παρατηρούμενες τιμές κατανείμονται τυχαία στις μονάδες παρατήρησης, ή αλλιώς αν θα μπορούσαν να έχουν προέλθει από μια εντελώς τυχαία συνεχή χωρική διεργασία. Το μοντέλο μιας τέτοιας διεργασίας υποθέτει: (α) χωρικά σταθερή αναμενόμενη τιμή της μεταβλητής για κάθε μονάδα παρατήρησης, και (β) τιμές που δεν εξαρτόνται η μία από την άλλη

Προεπισκόπηση

Για να ποσοτικοποιηθεί η χωρική συνάφεια, π.χ., η χωρική αυτο-συσχέτιση, πρέπει να κατασκευαστούν (με κάποιον τρόπο που θα υποδειχθεί παρακάτω) ζεύγη μετρήσεων της μεταβλητής. Αρχικά, θα σχηματιστούν όλα τα $N \times N$ ζεύγη μετρήσεων, και στη συνέχεια θα κατακρατηθούν μόνο εκείνα τα ζεύγη που αντιστοιχούν σε γειτονικά υποστηρίγματα

Περίληψη Συνάφειας Μεταξύ Μετρήσεων (1)

Μέσος όρος τιμών συνάφειας

Ένα περιληπτικό μέτρο όλων των N^2 τιμών συνάφειας που περιέχονται στον $(N \times N)$ πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$, είναι ο αριθμητικός μέσος όρος τους:

$$\overline{\phi} = \frac{1}{N}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\phi(z_i, z_j)$$

Ο παραπάνω μέσος όρος μπορεί επίσης να υπολογιστεί και με τη βοήθεια γραμμικής άλγεβρας ως:

$$\frac{\mathbf{1}^T\boldsymbol{\Phi}\mathbf{1}}{(\mathbf{1}^T\mathbf{1})^2} = \frac{1}{N^2}\begin{bmatrix}1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi(z_1, z_1) & \cdots & \phi(z_1, z_j) & \cdots & \phi(z_1, z_N)\\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \phi(z_i, z_1) & \cdots & \phi(z_i, z_j) & \cdots & \phi(z_i, z_N)\\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \phi(z_N, z_1) & \cdots & \phi(z_N, z_j) & \cdots & \phi(z_N, z_N)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ \vdots\\ 1\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}$$

όπου $\mathbf{1}$ είναι ένα $(N \times 1)$ διάνυσμα με άσσους

Περίληψη Συνάφειας Μεταξύ Μετρήσεων (2)

Ροπή αδράνειας

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{2}(z_i - z_j)^2 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(z_i - z_j)^2$$

συνάφεια = τετραγωνική ημι-διαφορά μετρήσεων: $\phi(z_i, z_j) = \frac{1}{2}(z_i - z_j)^2$

Συνδιακύμανση

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(z_i - \overline{z})(z_j - \overline{z})$$

συνάφεια = γινόμενο αποκλίσεων από το μέσο όρο: $\phi(z_i, z_j) = (z_i - \overline{z})(z_j - \overline{z})$

Η τιμές $\hat{\gamma}$ και $\hat{\sigma}$ ποσοτικοποιούν, αντίστοιχα, τη ροπή αδράνειας και τη συνδιακύμανση του διασπορογράμματος που σχηματίζεται μεταξύ όλων των N^2 ζευγών μετρήσεων

Για όλα τα $(N \times N)$ ζεύγη μετρήσεων, $\hat{\sigma} = 0$ και $\hat{\gamma} = \sigma^2$, όπου σ^2 είναι η διακύμανση των μετρήσεων

Ποσοτικοποίηση Συνάφειας Γειτονικών Μετρήσεων

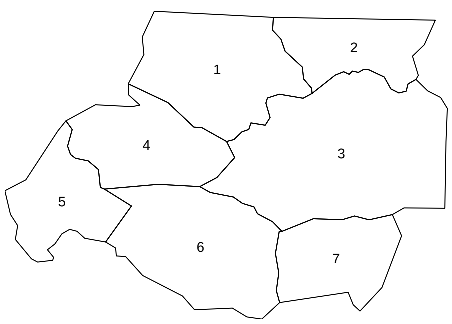
Ανακεφαλαίωση

- μέχρι στιγμής, ορίσαμε διαφορετικά μέτρα συνάφειας μεταξύ **όλων** των ζευγών μετρήσεων (τα οποία και αποθηκεύσαμε στον πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$) και έπειτα υπολογίσαμε μια μέση τιμή συνάφειας (μέσος όρος στοιχείων του πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$)
- η παραπάνω ποσοτικοποίηση συνάφειας δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη γιατί εμπεριέχει ζεύγη μετρήσεων που ίσως βρίσκονται πολύ "μακριά" μεταξύ τους...

Προεπισκόπηση

- στα παρακάτω, θα διαγράψουμε κάποιες τιμές συνάφειας, δηλαδή θα μηδενίσουμε κάποια στοιχεία του πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$, και έπειτα θα ξαναυπολογίσουμε τη μέση συνάφεια μεταξύ των υπολοίπων ζευγών, δηλαδή το **σταθμισμένο** μέσο όρο των **μη μηδενικών** στοιχείων του πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$
- η επιλογή των στοιχείων του πίνακα $\boldsymbol{\Phi}$ που θα μηδενιστούν θα βασίζεται σε χωρικά κριτήρια, όπως η έννοια της γειτνίασης μεταξύ των υποστηριγμάτων από τα οποία προέρχονται οι N μετρήσεις
- η μέση συνάφεια που θα προκύψει θα αναφέρεται στο συγκεκριμένο προσδιορισμό γειτνίασης, δηλαδή στα συγκεκριμένα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα τιμών συνάφειας $\boldsymbol{\Phi}$

Παράδειγμα Πολυγώνων και Πίνακα Γειτνίασης

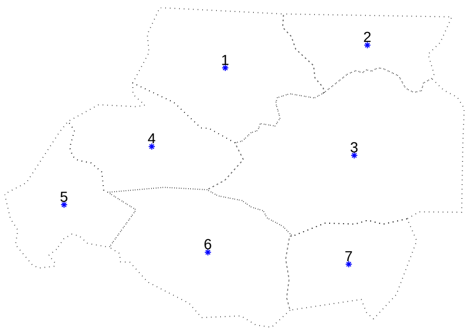


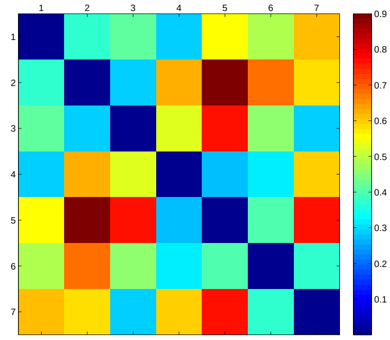
$$
\begin{array}{c|c}
i \backslash j & \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} &
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Παράδειγμα πολυγώνων (αριστερά) και ορισμού γειτονίας με βάση τα κοινά όριά τους. Η τοπολογία των γειτόνων N πολυγώνων μπορεί να αποθηκευτεί υπό τη μορφή ενός $(N \times N)$ πίνακα γειτνίασης (δεξιά), όπου σε κάθε ζεύγος πολυγώνων αντιστοιχεί το 0 (αν τα πολύγωνα δεν γειτνιάζουν) ή το 1 (αν τα πολύγωνα είναι γείτονες). Τα μή μηδενικά στοιχεία της γραμμής 4, για παράδειγμα, υποδηλώνουν ότι το πολύγωνο 4 γειτνιάζει με τα πολύγωνα $1, 3, 5, 6$

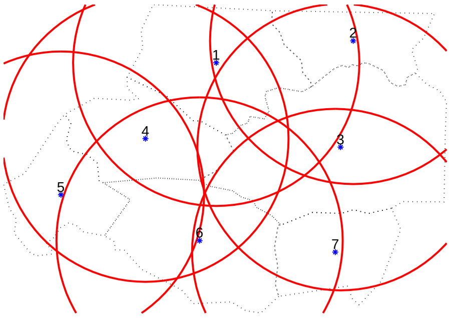
Ο πίνακας γειτνίασης μπορεί να αποθηκευτεί αποδοτικότερα στη μνήμη του υπολογιστή ως ένας αραιός πίνακας (sparse matrix), χωρίς να χρειάζεται η αποθήκευση των μηδενικών στοιχείων του

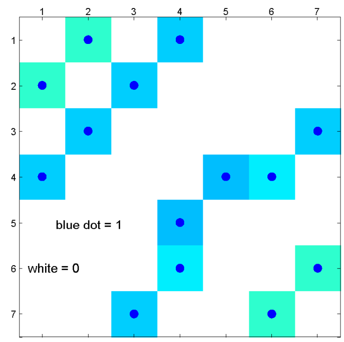
Παράδειγμα Πολυγώνων και Πίνακα Γειτνίασης





Πάνω: Σημεία (κεντροειδή πολυγώνων) και πίνακας αποστάσεων μεταξύ τους
Κάτω: Ένα όριο απόστασης, εδώ 0.4, μετατρέπει τον πίνακα αποστάσεων σε ένα δυαδικό $(0/1)$ πίνακα γειτνίασης (δεξιά) και ορίζει ένα σύστημα γειτνίασης (αριστερά).





Πίνακας Χωρικών Βαρών ή Πίνακας Γειτονικότητας **W**

Ορισμός

Ένας $(N \times N)$ πίνακας $\mathbf{W} = [w_{ij}, i = 1, \ldots, j = 1, \ldots, N]$, όχι απαραίτητα συμμετρικός, όπου το στοιχείο w_{ij} ποσοτικοποιεί τη γειτονικότητα μεταξύ ενός ζεύγους πολυγώνων ή περιοχών μέτρησης s_i και s_j. Είθισται, να θέτουμε $w_{ii} = 0, \forall i$

Συνήθεις τρόποι προσδιορισμού του πίνακα **W**

- $w_{ij} = 1$, αν το πολύγωνο s_i έχει κάποιο κοινό **όριο** με το πολύγωνο s_j. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$
- $w_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_i}$, όπου l_{ij} είναι το μήκος του κοινού ορίου μεταξύ του s_i του s_j, και l_i είναι η περίμετρος του s_i. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$
- $w_{ij} = 1$, αν το s_i έχει μια κοινή κορυφή με το s_j, διαφορετικά $w_{ij} = 0$ (χρησιμοποιείται για κανονικές καννάβους)
- $w_{ij} = 1$, αν το κεντροειδές $\mathbf{u}_i$ του πολυγώνου s_i βρίσκεται πλησιέστερα από κάποια **απόσταση** δ από το κεντροειδές $\mathbf{u}_j$ του πολυγώνου s_j. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$. Συνήθως, η τιμή της απόστασης δ καθορίζεται υποκειμενικά
- $w_{ij} = \psi(d_{ij})$, όπου $\psi(d_{ij})$ είναι μια συνάρτηση της απόστασης d_{ij}, π.χ., $\psi(d_{ij}) = 1/d_{ij}$, μεταξύ των 2 κεντροειδών $\mathbf{u}_i$ και $\mathbf{u}_j$. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$ αν $\psi(d_{ij}) \leq \delta$

Σημείωση: Ένας δυαδικός $(0/1)$ πίνακας βαρών **W** λέγεται και πίνακας γειτνίασης **A**

Τυποποιημένος (Κατά Γραμμές) Πίνακας Χωρικών Βαρών

Παράδειγμα $(N \times N)$ δυαδικού $(0/1)$ πίνακα γειτνίασης $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} * & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & * & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & * & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & * & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & * \end{bmatrix}$$

Τυποποίηση στοιχείων με βάση το άθροισμα γραμμών

$$w_{ij} = a_{ij}/N_i(\mathbf{A}) = a_{ij}/\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} a_{ij}, \quad i = 1, \ldots, N$$

$N_i(\mathbf{A})$ είναι το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i, ή ο αριθμός γειτόνων του πολυγώνου s_i

Τυποποιημένος πίνακας βαρών με άθροισμα κάθε γραμμής = 1

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} * & \frac{a_{12}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{13}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{14}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{15}}{N_1(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{21}}{N_2(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{23}}{N_2(\mathbf{A})} & \frac{a_{24}}{N_2(\mathbf{A})} & \frac{a_{25}}{N_2(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{31}}{N_3(\mathbf{A})} & \frac{a_{32}}{N_3(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{34}}{N_3(\mathbf{A})} & \frac{a_{35}}{N_3(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{41}}{N_4(\mathbf{A})} & \frac{a_{42}}{N_4(\mathbf{A})} & \frac{a_{43}}{N_4(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{45}}{N_4(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{51}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{52}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{53}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{54}}{N_5(\mathbf{A})} & * \end{bmatrix}$$

Συνάφεια Γειτονικών Μετρήσεων

Επιλογή γειτονικών τιμών συνάφειας

Ο πολλαπλασιασμός (στοιχείο-προς-στοιχείο) ενός $(N \times N)$ δυαδικού πίνακα γειτνίασης $\mathbf{A}$ με ένα $(N \times N)$ πίνακα τιμών συνάφειας $\boldsymbol{\Phi}$, έχει ως αποτέλεσμα την εκμηδένιση εκείνων των στοιχείων του $\boldsymbol{\Phi}$ που αντιστοιχούν στα μηδενικά στοιχεία του $\mathbf{A}$, δηλαδή την επιλογή $N(\mathbf{A})$ γειτονικών τιμών συνάφειας:

$$\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \otimes \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1\phi(z_1, z_j) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1\phi(z_i, z_1) & \cdots & 0 & \cdots & 1\phi(z_i, z_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1\phi(z_N, z_j) & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

στο παράδειγμα, $a_{ii} = 0$, και $a_{N1} = a_{1N} = 0$

Παρατήρηση

Ο αριθμός $N(\mathbf{A}) < N^2$ των στοιχείων ενός πίνακα $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \otimes \boldsymbol{\Phi}$ που αντιστοιχούν στα μή μηδενικά στοιχεία του πίνακα $\mathbf{A}$ δίνετα ως $\mathbf{1}^T\mathbf{A}\mathbf{1}$ ή αλλιώς ως $\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} a_{ij}$

Περίληψη Συνάφειας Μεταξύ Γειτονικών Μετρήσεων (1)

Μέση συνάφεια γειτονικών μετρήσεων

Ένα περιληπτικό μέτρο των $N(\mathbf{W}) = N(\mathbf{A})$ γειτονικών τιμών συνάφειας στον πίνακα $\mathbf{\Phi}(\mathbf{W}) = \mathbf{W} \otimes \mathbf{\Phi}$, οι οποίες αντιστοιχούν στα μη μηδενικά στοιχεία του $\mathbf{W}$, είναι ο **σταθμισμένος** μέσος όρος τους, όπου το στοιχείο w_{ij} του πίνακα $\mathbf{W}$ ποσοτικοποιεί το βάρος με το οποίο μια τιμή συνάφειας $\phi(z_i, z_j)$ συνεισφέρει στη μέση συνάφεια:

$$\overline{\phi}(\mathbf{W}) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}}$$

Ο παραπάνω σταθμισμένος μέσος όρος μπορεί επίσης να υπολογιστεί και με τη βοήθεια γραμμικής άλγεβρας ως:

$$\frac{\mathbf{1}^T(\mathbf{W}\otimes\mathbf{\Phi})\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}} = \frac{1}{\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}}\begin{bmatrix}1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0\phi(z_1,z_1) & \cdots & w_{1j}\phi(z_1,z_j) & \cdots & w_{1N}\phi(z_1,z_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{i1}\phi(z_i,z_1) & \cdots & 0\phi(z_i,z_j) & \cdots & w_{iN}\phi(z_i,z_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1}\phi(z_N,z_1) & \cdots & w_{Nj}\phi(z_N,z_j) & \cdots & 0\phi(z_N,z_N)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1\end{bmatrix}$$

Περίληψη Συνάφειας Μεταξύ Γειτονικών Μετρήσεων (2)

Ροπή αδράνειας γειτονικών μετρήσεων

$$\hat{\gamma}(\mathbf{W}) = \frac{1}{S_{\mathbf{W}}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\frac{1}{2}(z_i - z_j)^2 = \frac{1}{2S_{\mathbf{W}}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(z_i - z_j)^2$$

όπου $S_{\mathbf{W}} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}$ είναι το άθροισμα των στοιχείων του $\mathbf{W}$

Συνδιακύμανση γειτονικών μετρήσεων

$$\hat{\sigma}(\mathbf{W}) = \frac{1}{S_{\mathbf{W}}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(z_i - \overline{z})(z_j - \overline{z})$$

Η τιμές $\hat{\gamma}(\mathbf{W})$ και $\hat{\sigma}(\mathbf{W})$ ποσοτικοποιούν, αντίστοιχα, τη ροπή αδράνειας και τη συνδιακύμανση του διασπορογράμματος που σχηματίζεται μεταξύ των $N(\mathbf{W})$ ζευγών **γειτονικών** μετρήσεων

Περίληψη Συνάφειας Μεταξύ Γειτονικών Μετρήσεων (3)

$$\hat{\phi}(\mathbf{W}) = \frac{\mathbf{1}^T(\mathbf{W} \otimes \mathbf{\Phi})\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}}$$

Ερμηνεία

Δύο παράγοντες συνεισφέρουν σε ένα μέτρο χωρικής συνάφειας $\hat{\phi}(\mathbf{W})$:

- η συνάφεια ζευγών μετρήσεων $\phi(z_i, z_j)$
- η γεωγραφική γειτονικότητα w_{ij} των υποστηριγμάτων s_i και s_j απ' όπου προήλθαν οι μετρήσεις z_i και z_j. Ο προσδιορισμός του πίνακα $\mathbf{W}$ συνήθως γίνεται υποκειμενικά και ανεξάρτητα των μετρήσεων

Σημειώσεις

- δύναται να υπολογιστούν παρόμοια τέτοια μέτρα συνάφειας για ένα σύνολο γειτονιών χρησιμοποιώντας πολλαπλούς πίνακες $\mathbf{W}$
- ο παρονομαστής $\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}$ τυποποιεί με βάση το εύρος των στοιχείων του πίνακα $\mathbf{W}$
- το μέτρο συνάφειας $\hat{\phi}(\mathbf{W})$ είναι ένα καθολικό ή περιοχικό (μη τοπικό) μέτρο χωρικής συνάφειας, εκφράζει δηλαδή όλα τα $N(\mathbf{W})$ ζεύγη μετρήσεων κι όχι κάποιο συγκεκριμένη μέτρηση

Ο Δείκτης Χωρικής Συνάφειας του Geary

$$\hat{C} = \frac{1}{2}\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(z_i - z_j)^2}{\hat{\sigma}_Z^2 \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}} = \hat{C}(\mathbf{W})$$

όπου $\hat{\sigma}_Z^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(z_i - \overline{z})^2$ είναι η διακύμανση των μετρήσεων

Σημείωση: Εδώ, $\phi(z_i, z_j) = \frac{(z_i - z_j)^2}{2\hat{\sigma}_Z^2}$

Ερμηνεία

- ο δείκτης $\hat{C}$ είναι μια τυποποιημένη μορφή της **ροπής αδράνειας γειτονικών μετρήσεων**. Παίρνει τιμές από 0, για την περίπτωση τέλειας μη ανομοιογένειας, έως 2, για την περίπτωση της απωθητικότητας
  $C \simeq 1$, για την περίπτωση παντελούς έλλειψης συνάφειας
  $0 < \hat{C} < 1$, όταν οι μετρήσεις είναι θετικά συσχετιζόμενες, και
  $1 < \hat{C} < 2$, όταν οι μετρήσεις είναι αρνητικά συσχετιζόμενες
- ο δείκτης $\hat{C}$ μπορεί να τυποποιηθεί έτσι ώστε να παίρνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$

Ο Δείκτης Χωρικής Συνάφειας του Moran

$$\hat{I} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})}{\hat{\sigma}_Z^2 \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}} = \hat{I}(\mathbf{W})$$

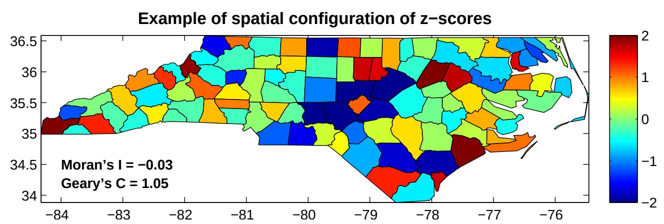
Σημείωση: Εδώ, $\phi(z_i, z_j) = \frac{(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})}{\hat{\sigma}_Z \hat{\sigma}_Z}$ όπου $\hat{\sigma}_Z$ είναι η τυπική απόκλιση των μετρήσεων

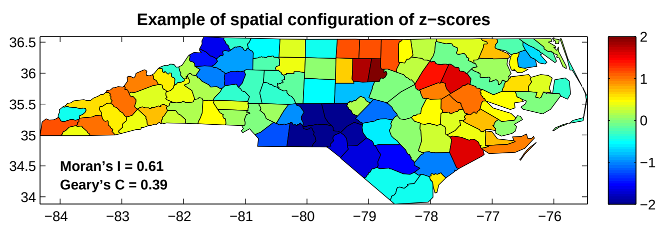
Ερμηνεία

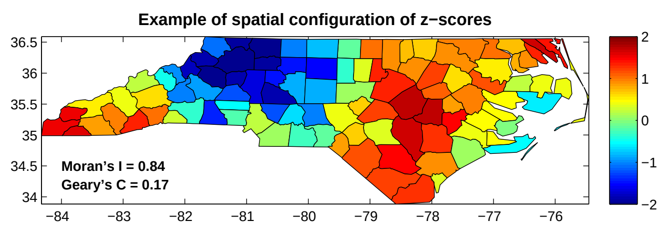
- ο δείκτης $\hat{I}$ είναι μια μορφή **συντελεστή συσχέτισης γειτονικών μετρήσεων**
  $I \simeq -\frac{1}{N-1}$ για την περίπτωση παντελούς έλλειψης συνάφειας. Η τιμή του τείνει στο 0 για πολλές μετρήσεις (μεγάλο N)
  $\hat{I} > 0$, όταν οι μετρήσεις είναι θετικά συσχετιζόμενες, και
  $\hat{I} < 0$, όταν οι μετρήσεις είναι αρνητικά συσχετιζόμενες
- ο δείκτης $\hat{I}$ μπορεί να τυποποιηθεί έτσι ώστε να παίρνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$

Παραδείγματα Τιμών Δεικτών Χωρικής Συνάφειας (1)

Σε όλες τις παρακάτω απεικονίσεις, τα δεδομένα έχουν μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1, και ακολουθούν κατά προσέγγιση την κανονική (Gaussian) κατανομή

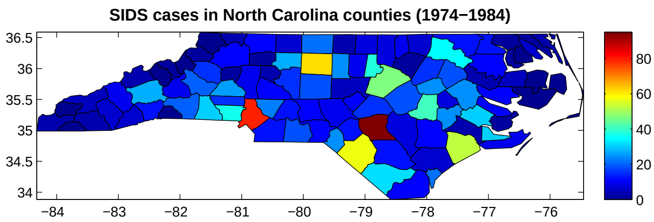


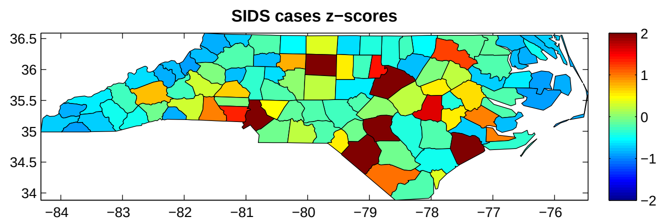


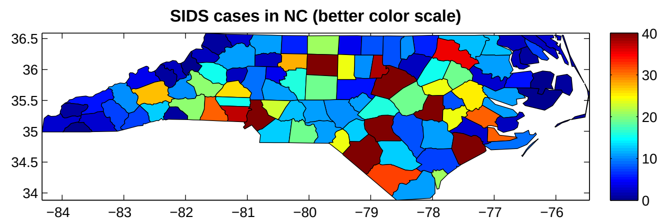


Παραδείγματα Τιμών Δεικτών Χωρικής Συνάφειας (2)

Σε όλες τις παρακάτω απεικονίσεις, ο συντελεστής χωρικής συνάφειας του Moran παίρνει την τιμή 0.17, ενώ αυτός του Geary την τιμή 0.82







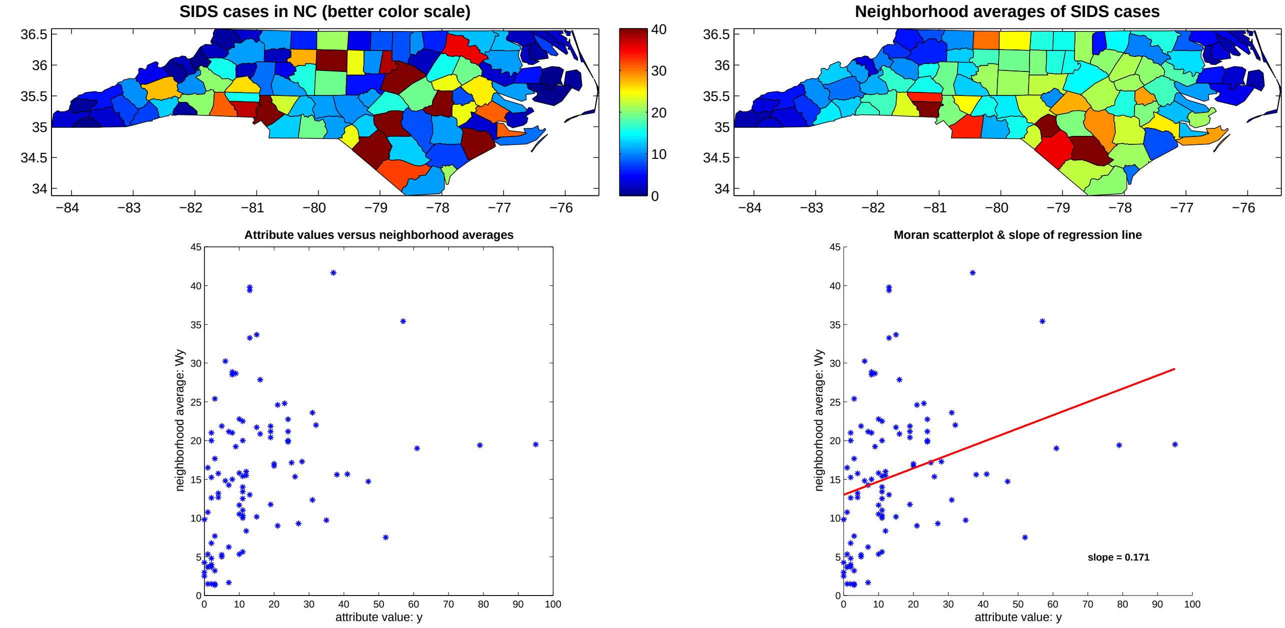
Μέσος Όρος Γειτονικών Μετρήσεων

Έστω ένας (7×7) πίνακας γειτνίασης $\mathbf{W}$ που προήλθε από την τυποποίηση κατά γραμμές του αντίστοιχου πίνακα $\mathbf{A}$, δηλαδή το άθροισμα κάθε γραμμής του πίνακα $\mathbf{W}$ είναι 1. Όπως και ο πίνακας $\mathbf{A}$, ο τυποποιημένος πίνακας $\mathbf{W}$ αντικατοπτρίζει την τοπολογία $N = 7$ πολυγώνων $\{s_1, \ldots, s_7\}$, με αντίστοιχες μετρήσεις στο (7×1) διάνυσμα $\mathbf{z} = [z_1, \ldots, z_7]^T$. Το γινόμενο $\mathbf{Wz}$ δημιουργεί ένα νέο (7×1) διάνυσμα $\bar{\mathbf{z}} = [\bar{z}_1, \ldots, \bar{z}_7]^T$ με το μέσο όρο των γειτονικών μετρήσεων κάθε πολυγώνου

$$\begin{bmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \\ \bar{z}_3 \\ \bar{z}_4 \\ \bar{z}_5 \\ \bar{z}_6 \\ \bar{z}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \bar{\mathbf{z}} = \mathbf{Wz}$$

Για παράδειγμα, το στοιχείο $\bar{z}_6$ είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων που λήφθηκαν στα γειτονικά πολύγωνα $\{s_3, s_4, s_5, s_7\}$ του πολυγώνου s_6, δηλαδή: $\bar{z}_6 = \sum_{j=1}^{7} w_{6j} z_j = \frac{1}{4} z_3 + \frac{1}{4} z_4 + \frac{1}{4} z_5 + \frac{1}{4} z_7$. Τα μηδενικά στοιχεία της 6ης γραμμής του πίνακα $\mathbf{W}$ εξαιρούν τις μή γειτονικές (του πολυγώνου s_6) μετρήσεις από το μέσο όρο $\bar{z}_6$. Γενικά $\bar{z}_i = \mathbf{W}(i, :)\mathbf{z}$, όπου $\mathbf{W}(i, :)$ δηλώνει την i-οστή γραμμή του πίνακα $\mathbf{W}$

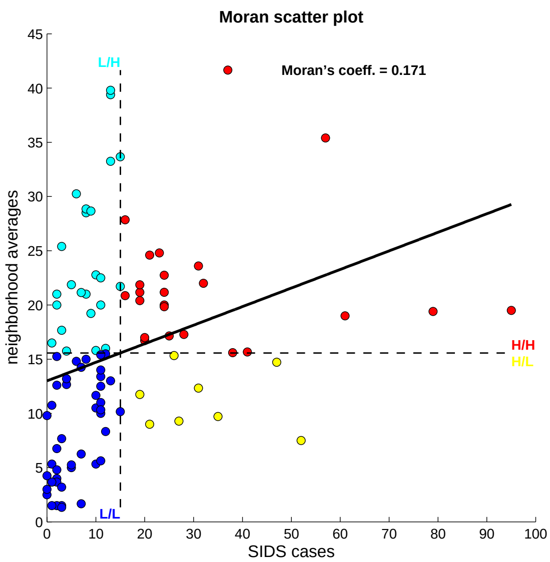
Διασπορόγραμμα του Moran (1)

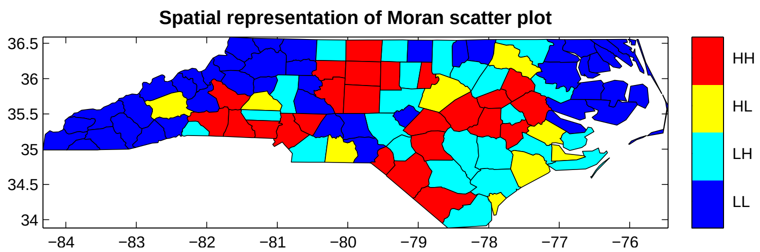


Το διασπορόγραμμα στο οποίο ένα σημείο έχει τετμημένη την τιμή $z(s_i)$ μιας χωρικής μεταβλητής στο υποστήριγμα s_i και τεταγμένη το μέσο όρο των τιμών στα υποστηρίγματα που γειτνιάζουν με το s_i, λέγεται διασπορόγραμμα του Moran και παρέχει μια γραφική απεικόνιση της χωρικής συνάφειας μιας μεταβλητής. Η **κλίση** της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων (δεξιά) που αντιστοιχεί στο διασπορόγραμμα είναι η τιμή του δείκτη χωρικής συνάφειας του Moran

Διασπορόγραμμα του Moran (2)

Το διασπορόγραμμα του Moran μπορεί να χωριστεί σε 4 τεταρτημόρια με βάση το μέσο όρο των τιμών της μεταβλητής **z** και το μέσο όρο των γειτονικών τιμών αυτής **Wz**. Τα τεταρτημόρια αυτά ορίζουν 4 τύπους χωρικής συνάφειας: LL, LH, HL, HH, ανάλογα με το αν μια χαμηλή (L) τιμή της μεταβλητής περιβάλλεται από χαμηλές (κατά μέσο όρο) γειτονικές τιμές (LL)

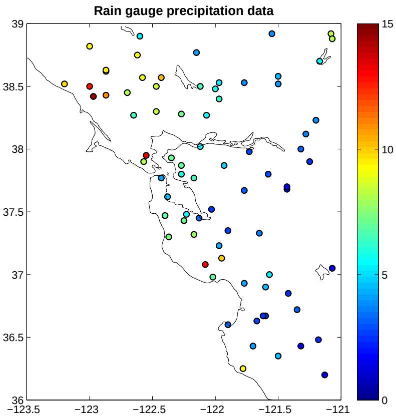


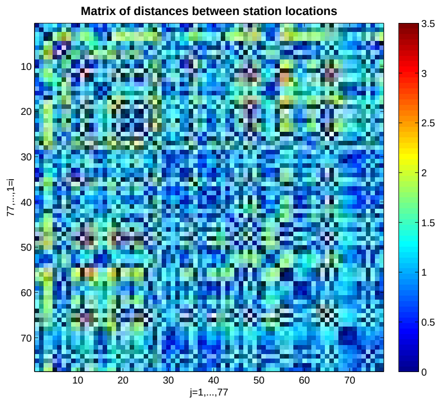


Χωρική Συνάφεια για Πολλαπλές "Τάξεις" Γειτνίασης

Σημειακά χωρικά δεδομένα βροχόπτωσης

$N = 77$ μετρήσεις βροχόπτωσης (mm/day) σε 77 σταθμούς (αριστερά) και (77×77) πίνακας αποστάσεων $\mathbf{D}$ (δεξιά) μεταξύ των θέσεων των 77 σταθμών





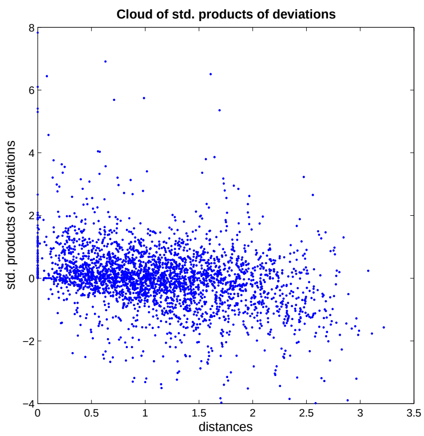
Σκοπός

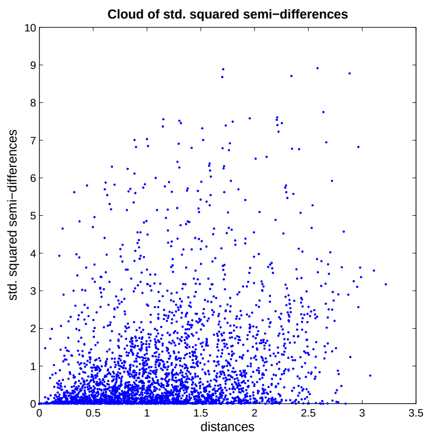
Ποσοτικοποίηση χωρικής συνάφειας της βροχόπτωσης σε συνάρτηση με την απόσταση για διαφορετικές "τάξεις αποστάσεων"

Νέφος Συσχέτισης ή Ημιβαριογράμματος (1)

Ορισμός

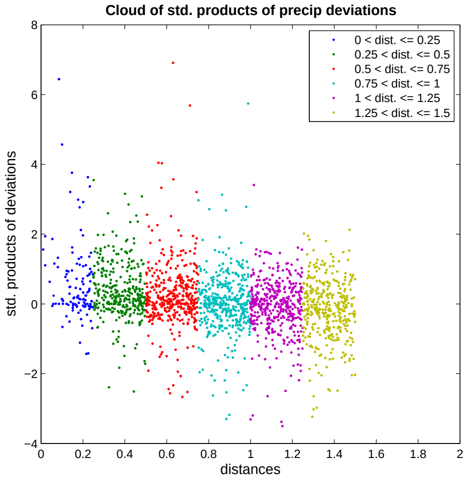
Διασπορόγραμμα όπου κάθε σημείο έχει τετμημένη την απόσταση d_{ij} μεταξύ δύο σταθμών και τεταγμένη κάποια μορφή συνάφειας των αντίστοιχων μετρήσεων z_i και z_j. Όταν το μέτρο συνάφειας ορίζεται ως $(z_i - m_Z)(z_j - m_Z)/s_Z^2$, όπου m_Z και s_Z^2 είναι ο μέσος όρος και η διακύμανση των τιμών της μεταβλητής Z, τότε μιλάμε για ένα "νέφος συσχέτισης". Όταν μέτρο συνάφειας ορίζεται ως $\frac{1}{2}(z_i - z_j)^2$, τότε μιλάμε για ένα "νέφος ημιβαριογράμματος"

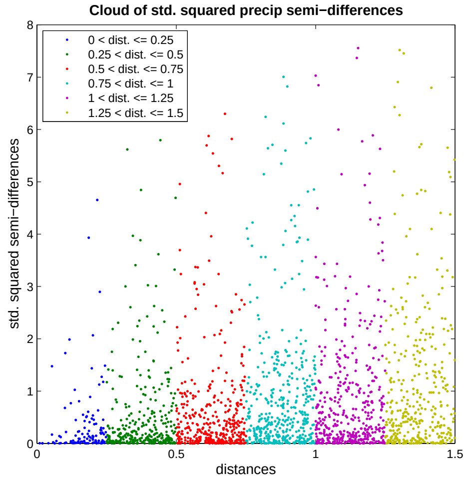




Ένα νέφος ημιβαριογράμματος απεικονίζει την ανομοιότητα μεταξύ ζευγών μετρήσεων συναρτήσει της απόστασης, ενω ένα νέφος συσχέτισης απεικονίζει ομοιότητα. Όσο πιο μεγάλη είναι η απόσταση d_{ij} μεταξύ των δύο σημείων s_i και s_j, τόσο μεγαλύτερη αναμένεται να είναι και η διαφορά $\frac{1}{2}(z_i - z_j)^2$ μεταξύ των επιμέρους μετρήσεων $z(s_i)$ και $z(s_j)$

Νέφος Συσχέτισης ή Ημιβαριογράμματος (2)

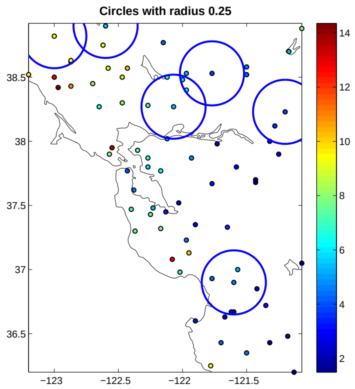


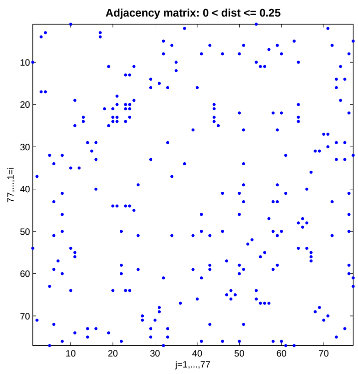


Πρόβλημα

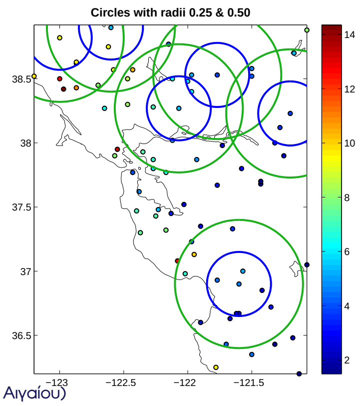
Το αρχικό νέφος της προηγούμενης σελίδας ερμηνεύεται δύσκολα. Κατά συνέπεια, ορίζουμε διαστήματα απόστασης με βάση τα οποία ομαδοποιούνται τα ζεύγη των σταθμών, όπως (με διαφορετικό χρώμα) στα παραπάνω διαασπορογράμματα. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος των τετραγωνικών ημι-διαφορών, για παράδειγμα, σε κάθε τέτοια ομάδα ζευγών

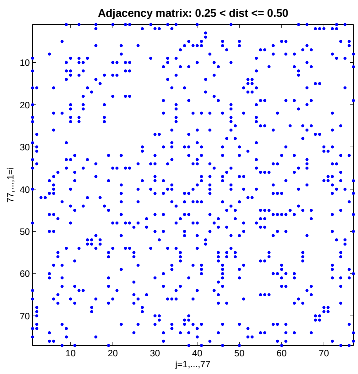
Ορισμός Γειτνίασης με Βάση την Απόσταση



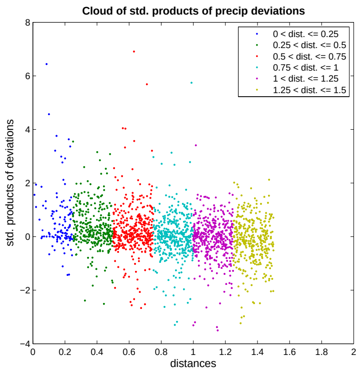


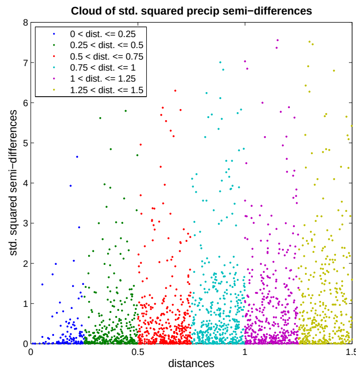
Παράδειγμα διαστημάτων απόστασης (0 0.25] και (0.25 0.5] (αριστερά), και αντίστοιχων πινάκων γειτνίασης (δεξιά)



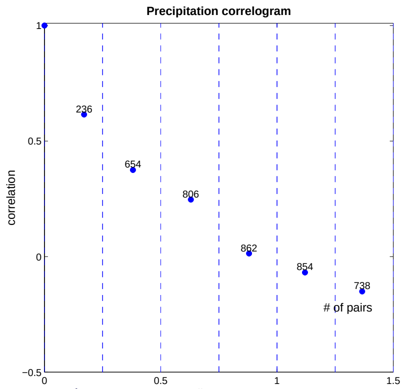


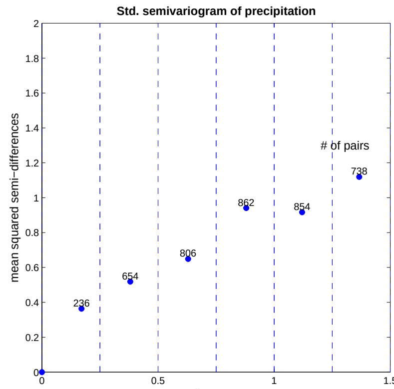
Συσχετόγραμμα ή Ημιβαριόγραμμα Γειτόνικών Μετρήσεων





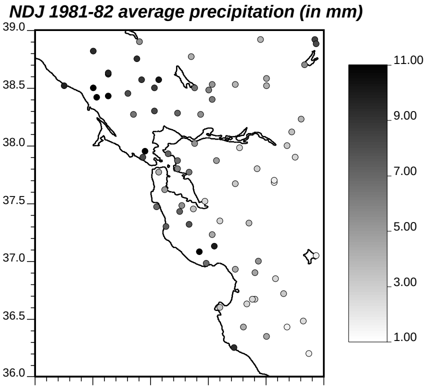
Μέσοι όροι γινομένων αποκλίσεων (αριστερά) και τετραγωνικών ημι-διαφορών (δεξιά) στις διάφορες ομάδες ζευγών σταθμών (τεταγμένη), σε συνάρτηση με τη μέση απόσταση μεταξύ των σταθμών στην κάθε ομάδα (τετμημένη)

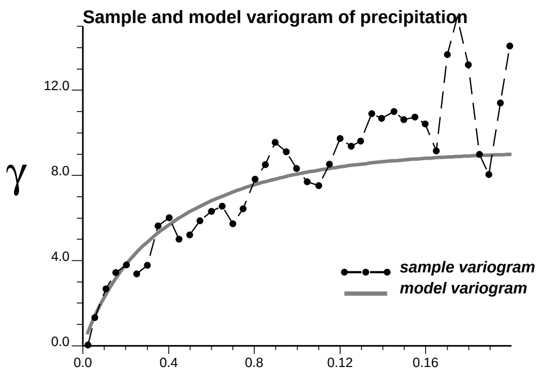




Εμπειρικό Ημιβαριόγραμμα

$$\hat{\gamma}(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^{N(d)} [z(s_i + d) - z(s_i)]^2$$

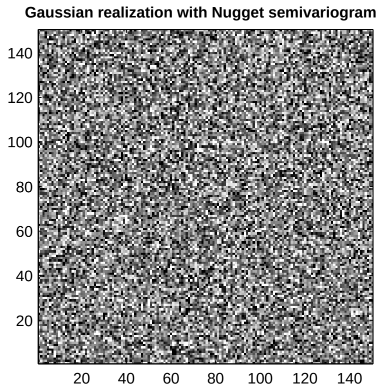


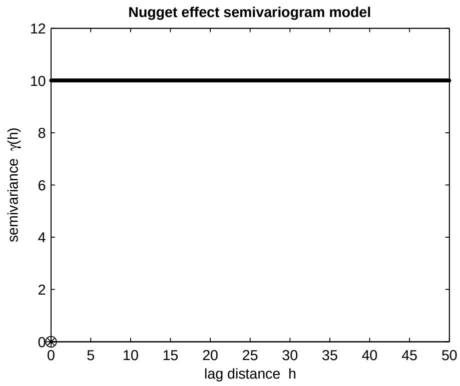


Χαρακτηριστικά (παράμετροι μοντέλου)

- Οροφή (sill): Η τιμή του ημιβαριογράμματος (τετμημένη), γύρω από την οποία σταθεροποιείται το γράφημα – σχετίζεται με τη διακύμανση των μετρήσεων
- Εύρος (range) ή απόσταση επιρροής (range of influence): η απόσταση εκείνη στην οποία το γράφημα τείνει στην οροφή
- Επίδραση κόκκου (nugget effect): Ασυνέχεια του ημιβαριογράμματος (τετμημένη) για πολύ μικρές αποστάσεις, λόγω τυχαίας χωρικής μεταβλητότητας

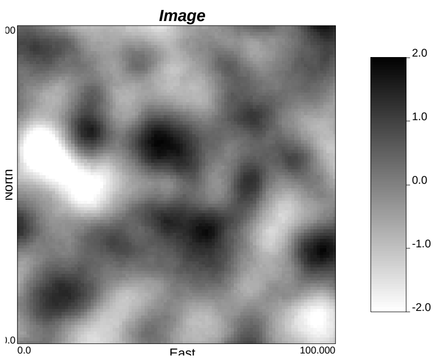
Παραδείγματα Ημιβαριογραμμάτων (1)

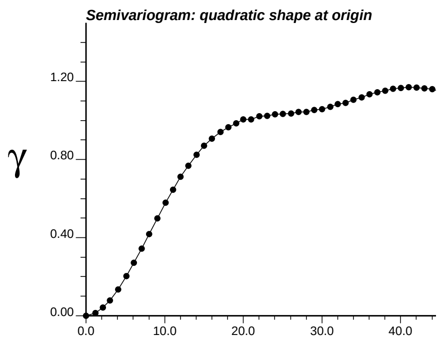




Εντελώς τυχαία χωρική κατανομή τιμών μιας μεταβλητής (αριστερά) και αντίστοιχο εμπειρικό ημιβαριόγραμμα (δεξιά). Το ημιβαριόγραμμα φτάνει στην οροφή από πολύ μικρές αποστάσεις

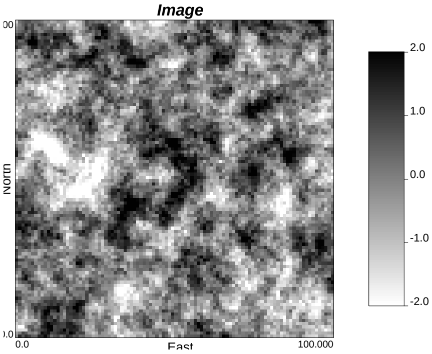
Παραδείγματα Ημιβαριογραμμάτων (2)

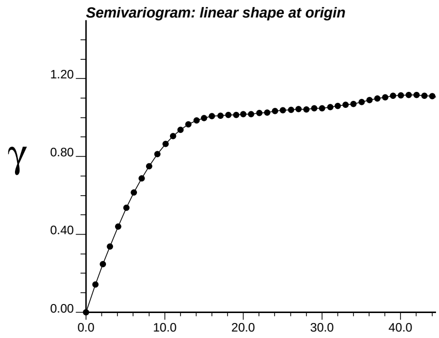


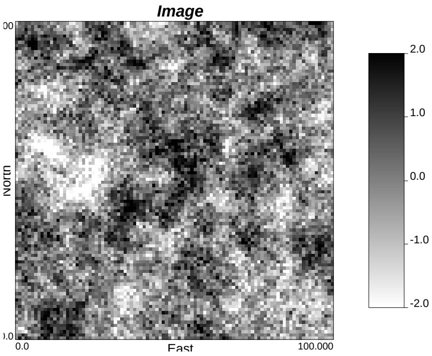


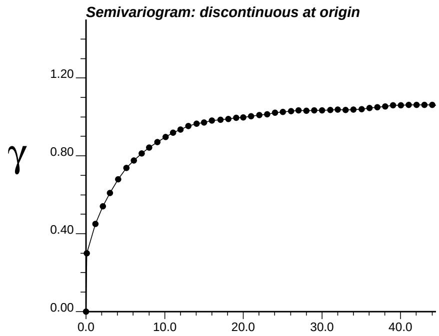
Πολύ ομαλή χωρική κατανομή τιμών μιας μεταβλητής (αριστερά) και αντίστοιχο εμπειρικό ημιβαριόγραμμα (δεξιά) με χαρακτηριστική Gaussian μορφή

Παραδείγματα Ημιβαριογραμμάτων (3)

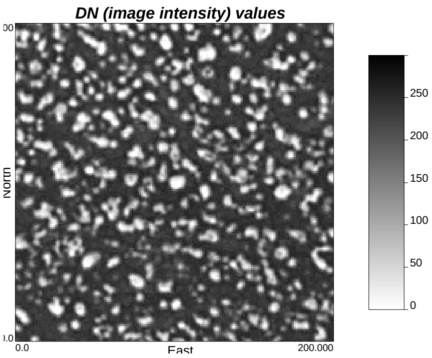


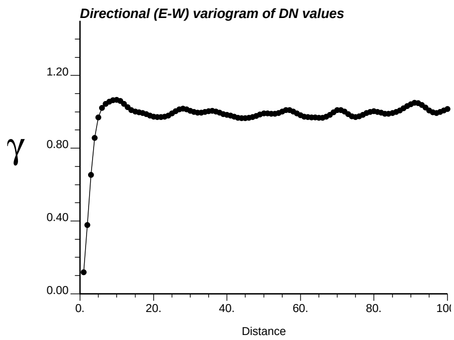


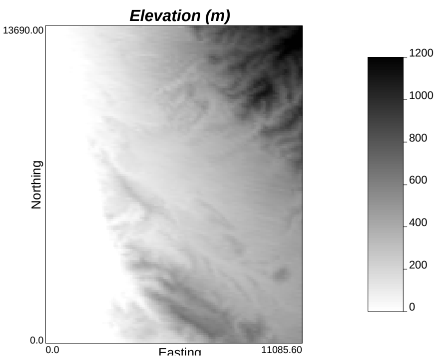


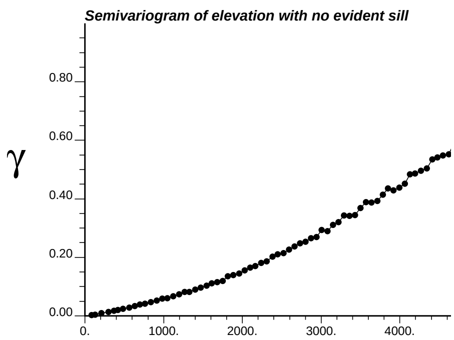


Παραδείγματα Ημιβαριογραμμάτων (4)

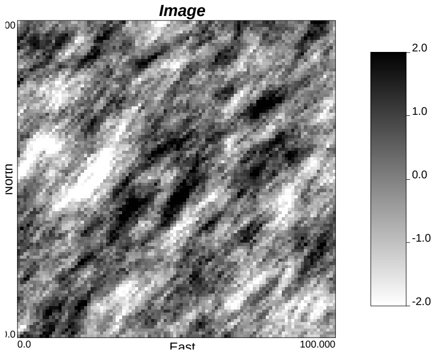


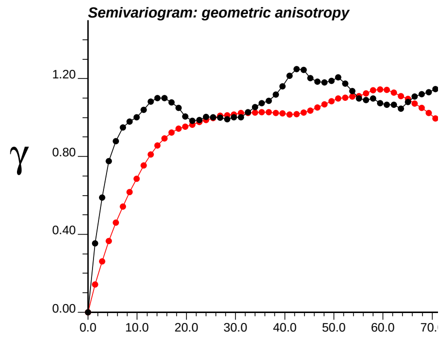


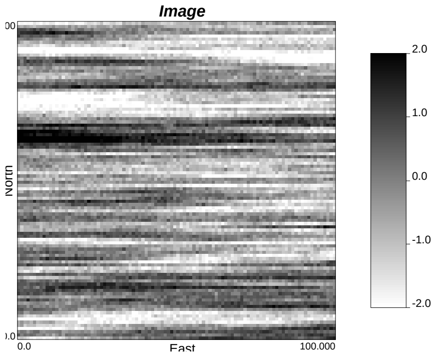


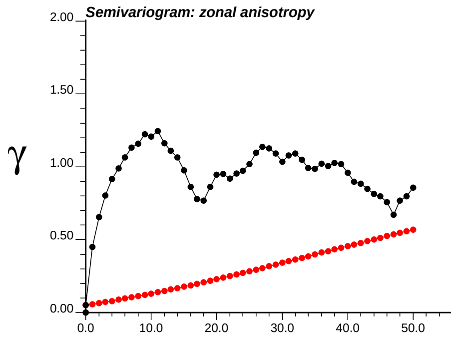


Παραδείγματα Ημιβαριογραμμάτων (5)









Αποδόμηση Καθολικού Δείκτη Χωρικής Συνάφειας

Ανάλυση διπλού αθροίσματος

$$\hat{\phi}(\mathbf{W}) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}} \propto \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)\right) \propto \sum_{i=1}^{N}\hat{\phi}_i(\mathbf{W})$$

$\propto$ (ανάλογο προς) με συντελεστή αναλογίας $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}$, και $\hat{\phi}_i(\mathbf{W}) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)$

$$\frac{\mathbf{1}^T[(\mathbf{W}\otimes\mathbf{\Phi})\mathbf{1}]}{\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}} = \frac{1}{\mathbf{1}^T\mathbf{W}\mathbf{1}}[1 \cdots 1 \cdots 1]\underbrace{\begin{bmatrix} 0\phi(z_1, z_1) & \cdots & w_{1j}\phi(z_1, z_j) & \cdots & w_{1N}\phi(z_1, z_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{i1}\phi(z_i, z_1) & \cdots & 0\phi(z_i, z_j) & \cdots & w_{iN}\phi(z_i, z_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1}\phi(z_N, z_1) & \cdots & w_{Nj}\phi(z_N, z_j) & \cdots & 0\phi(z_N, z_N) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{(N\times 1)\ \text{διάνυσμα}}$$

Ένας καθολικός δείκτης χωρικής συνάφειας $\phi(\hat{\mathbf{W}})$, μια μέση τιμή, μπορεί να αποδομηθεί στο άθροισμα N τιμών αθροιστικής συνάφειας $\hat{\phi}_i(\mathbf{W}) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j)$. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν σε κάθε ένα από τα N υποστηρίγματα

Τοπικοί Δείκτες Χωρικής Συνάφειας (1)

Ορισμός

Η συνεισφορά $\hat{\phi}_i(\mathbf{W})$ της μέτρησης z_i στο υποστήριγμα s_i, ή καλύτερα των N ζευγών *συνάφειας* που εμπεριέχουν τη μέτρηση z_i, στην τιμή του καθολικού δείκτη χωρικής συνάφειας $\hat{\phi}(\mathbf{W})$, ονομάζεται **τοπικός** δείκτης χωρικής συνάφειας γιατί αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο υποστήριγμα, εδώ το s_i:

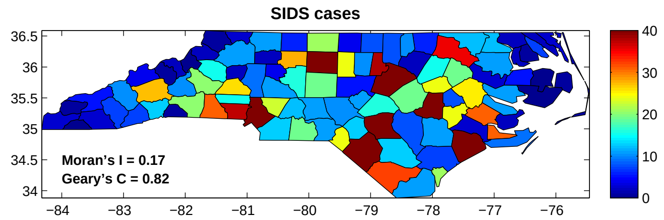
$$\hat{\phi}_i(\mathbf{W}) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\phi(z_i, z_j) \qquad \text{και συνεπώς} \qquad \hat{\phi}(\mathbf{W}) \propto \sum_{i=1}^{N} \hat{\phi}_i(\mathbf{W})$$

Σημείωση: Ο καθολικός δείκτης χωρικής συνάφειας $\hat{\phi}(\mathbf{W})$ είναι ο μέσος όρος των N τοπικών δεικτών χωρικής συνάφειας $\hat{\phi}_i(\mathbf{W})$

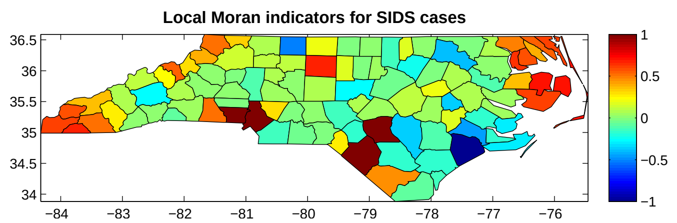
Χρησιμότητα

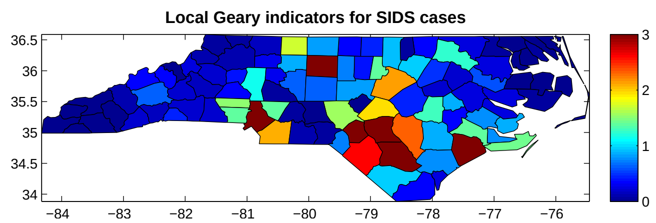
Οι N τοπικοί δείκτες χωρικής συνάφειας, ένας για κάθε υποστήριγμα ή μέτρηση, χρησιμοποιούνται στη διερεύνηση τοπικά μεταβαλόμενης έντασης στην αυτο-συσχέτιση μεταξύ των μετρήσεων και στην ανίχνευση θυλάκων χωρικής συγκέντρωσης (clusters) υψηλών ή χαμηλών τιμών μιας χωρικής μεταβλητής

Τοπικοί Δείκτες Χωρικής Συνάφειας (2)



Τοπικοί δείκτες του Moran (κάτω αριστερά) και του Geary (κάτω δεξιά) για τις περιπτώσεις νόσου SIDS (πάνω). Η τιμές των καθολικών δεικτών 0.17 και 0.82 (πάνω) είναι οι μέσοι όροι των αντίστοιχων τοπικών δεικτών (κάτω)





Από τα παραπάνω εμφανίζονται πολύγωνα που συνδέονται με ισχυρή (θετική ή αρνητική) τοπική αυτοσυσχέτιση. Τα πολύγωνα αυτά συνδέονται με το διασπορόγραμμα του Moran και μελετώνται σε συνάρτηση με αυτό

Έλεγχος Υποθέσεως Τυχαίας Χωρικής Κατανομής

Βασικός στόχος

- υπολογισμός της δειγματοληπτικής κατανομής του στατιστικού $\hat{C}$ ή $\hat{I}$ με βάση τη μηδενική υπόθεση, π.χ., εντελώς τυχαία χωρική κατανομή τιμών της μεταβλητής Z
- υπολογισμός της πιθανότητας P υπέρβασης της παρατηρούμενης τιμής χωρικής συνάφειας από αυτές της μηδενικής υπόθεσης
- απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης αν η πιθανότητα P είναι μικρή. Η εναλλακτική υπόθεση προτείνει ότι οι N μετρήσεις εμφανίζουν στατιστικά σημαντική χωρική συνάφεια

Εναλλακτικές προσεγγίσεις

- αναλυτικός υπολογισμός της δειγματοληπτικής κατανομής του στατιστικού $\hat{C}$ ή $\hat{I}$, βάσει (συχνά μη ρεαλιστικών) παραδοχών
- επανα-δειγματοληψία για τη δημιουργία πολλαπλών συνόλων N τιμών της μεταβλητής Z μέσω: (α) τυχαίας ανταλλαγής (random permutation) τιμών στα διάφορα υποστηρίγματα, ή (β) στοχαστικής προσομοίωσης (Monte Carlo simulation)

Δειγματολειπτικές Κατανομές Δεικτών Συνάφειας

Στόχος: Υπολογισμός της δειγματοληπτικής κατανομής του στατιστικού $\hat{C}$ ή $\hat{I}$ με βάση τη μηδενική υπόθεση της έλλειψης χωρικής συνάφειας

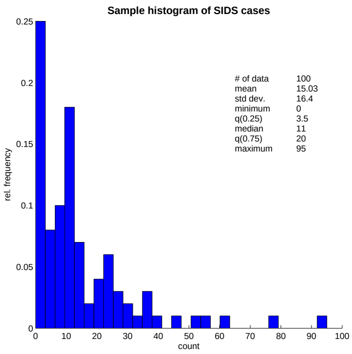
Τυχαία ανταλλαγή

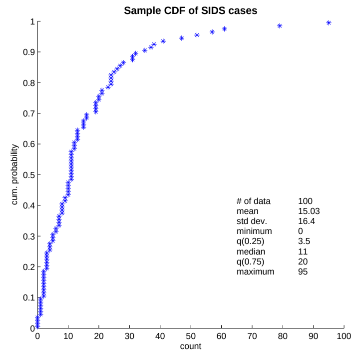
1. απαρίθμηση των $N!$ δυνατών ανταλλαγών των N μετρήσεων $\{z(s_i), i = 1, \ldots, N\}$ στα N υποστηρίγματα $\{s_i, i = 1, \ldots, N\}$
2. υπολογισμός των αντίστοιχων $N!$ τιμών $\hat{C}$ ή $\hat{I}$ από τις $N!$ ανταλλαγές. Όταν το N είναι μεγάλο, συχνά επιλέγεται τυχαία ένα υποσύνολο των $N!$ δυνατών ανταλλαγών
3. υπολογισμός της πιθανότητας P υπέρβασης του παρατηρούμενου στατιστικού

Προσομοίωση

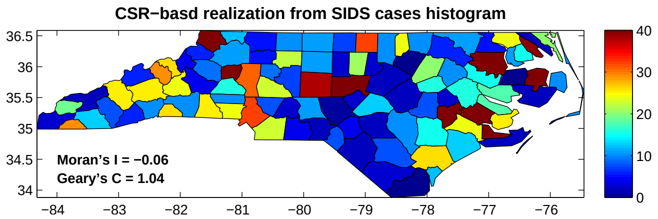
1. δημιουργία $S = 1000$, για παράδειγμα, προσομοιωμένων συνόλων N τιμών από το ιστόγραμμα (ή καλύτερα τη συνάρτηση αθροιστικής κατανομής) των N μετρήσεων. Οι N τιμές κάθε προσομοιωμένου συνόλου μετρήσεων κατανείμονται τυχαία στα N υποστηρίγματα
2. υπολογισμός των S προσομοιωμένων τιμών $\hat{C}$ ή $\hat{I}$ και κατασκευή της δειγματοληπτικής κατανομής (ιστόγραμμα) με βάση τη μηδενική υπόθεση
3. υπολογισμός της πιθανότητας P υπέρβασης του παρατηρούμενου στατιστικού

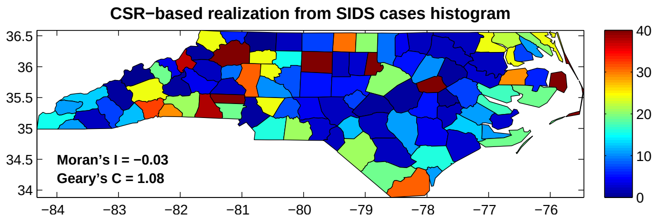
Προσομοίωση Μετρήσεων Από Τυχαία Χωρική Διεργασία





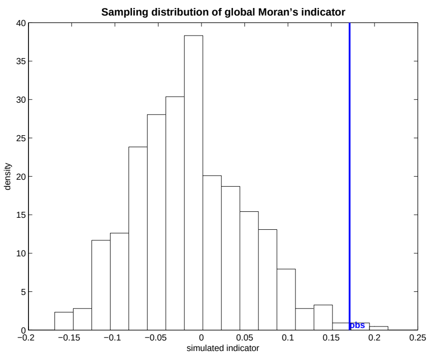
Δύο προσομοιωμένα σύνολα μετρήσεων (κάτω) από μια εντελώς τυχαία χωρική διεργασία με το (κατά προσέγγιση) ιστόγραμμα των πραγματικών μετρήσεων (πάνω), και οι αντίστοιχες τιμές των στατιστικών Moran I και Geary C

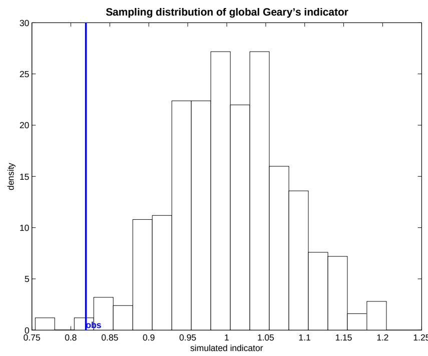




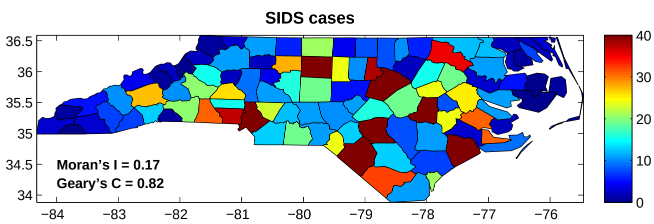
Σε κάθε προσομοιωμένο σύνολο μετρήσεων αντιστοιχεί μια (προσομοιωμένη) τιμή ενός καθολικού δείκτη χωρικής συνάφειας

Έλεγχος Υποθέσεως Τυχαίας Χωρικής Κατανομής



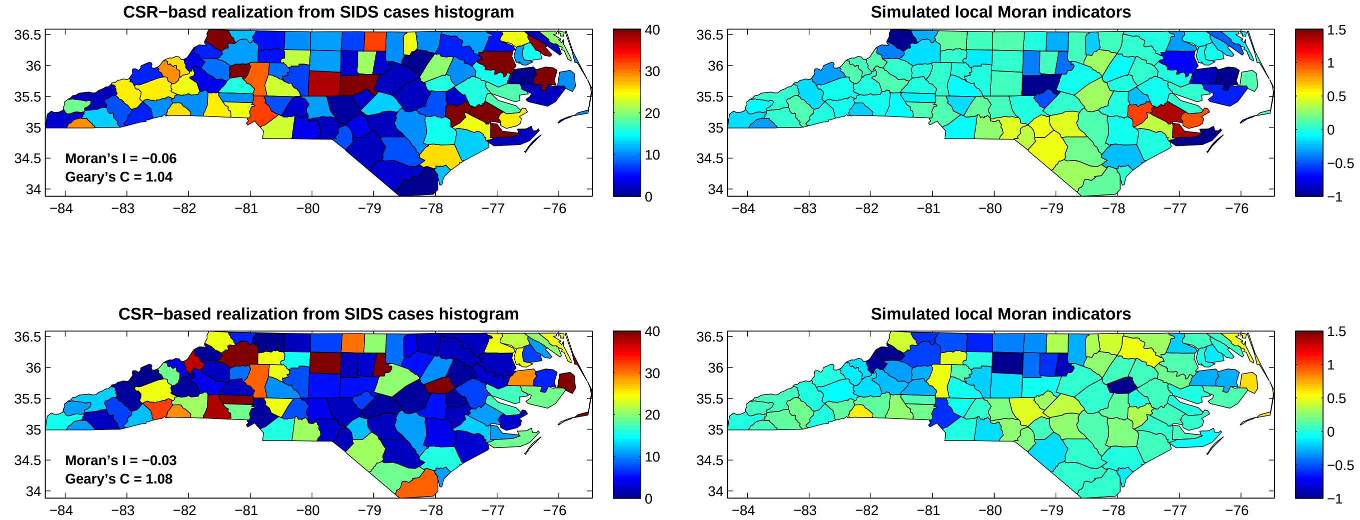


Δειγματοληπτική κατανομή των καθολικών δεικτών Moran I και Geary C έχοντας ως μηδενική υπόθεση την εντελώς τυχαία χωρική διεργασία, και σύγκριση με τις αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές (μπλέ γραμμές)



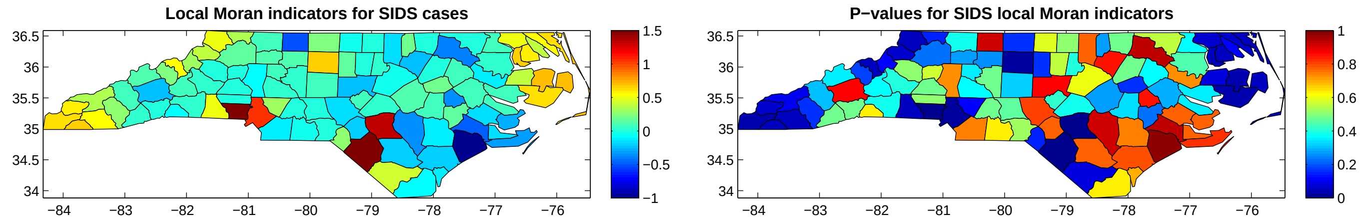
Στην περίπτωση αυτή, φαίνεται ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση: Τα περιστατικά νόσου SIDS (κάτω) εμφανίζουν στατιστικά σημαντική αλλά στην πράξη ασθενή χωρική αυτο-συσχέτιση

Έλεγχος Σημαντικότητας Τοπικών Δεικτών Χ. Συνάφειας (1)

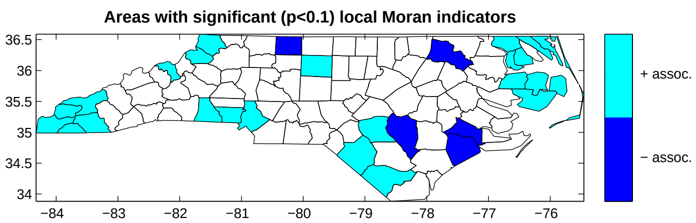


Δύο προσομοιωμένα σύνολα περιστατικών νόσου (αριστερά), έχοντας ως μηδενική υπόθεση την εντελώς τυχαία χωρική διεργασία με κατανομή ίδια με την εμπειρική, και υπολογισμός των αντίστοιχων τοπικών δεικτών χωρικής αυτο-συσχέτισης του Moran (δεξιά)

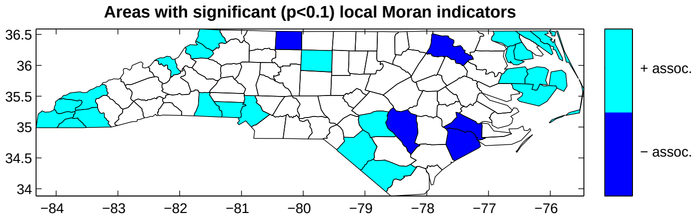
Έλεγχος Σημαντικότητας Τοπικών Δεικτών Χ. Συνάφειας (2)



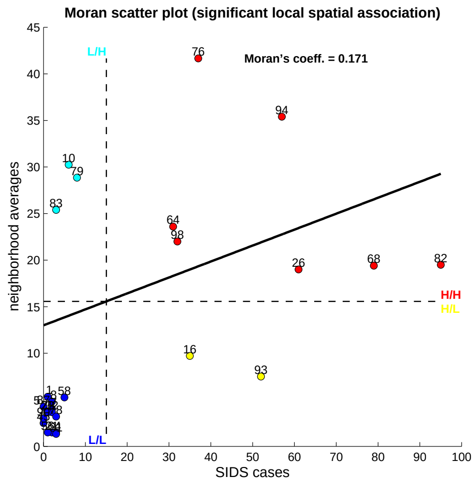
Πιθανότητα (δεξιά) να είναι οι παρατηρούμενες τιμές του τοπικού δείκτη του Moran I (αριστερά) ακραίες με βάση τη μηδενική υπόθεση της εντελώς τυχαίας χωρικής διεργασίας, και απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (κάτω) σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.1$

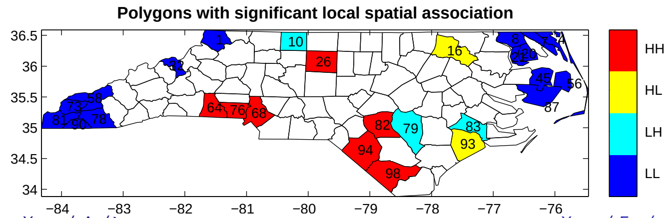


Έλεγχος Σημαντικότητας Τοπικών Δεικτών Χ. Συνάφειας (3)



Πολύγωνα με στατιστικά σημαντική, σε επίπεδο $\alpha = 0.1$, θετική ή αρνητική χωρική αυτο-συσχέτιση (πάνω), και ανίχνευση πολυγώνων με σημαντικούς τύπους (HH, LL) αυτο-συσχέτισης (κάτω δεξιά) με βάση το επικαιροποιημένο διασπορόγραμμα του Moran (κάτω αριστερά)





Βασικά Σημεία Διάλεξης

Χωρική συνάφεια σε γεωχωρικά δεδομένα

- ορισμός συνάφειας ως τετραγωνική ημιδιαφορά: $\frac{1}{2}(z_i - z_j)^2$ ή ως γινόμενο αποκλίσεων μετρήσεων από το μέσο όρο: $(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})$
- υπολογισμός όλων των $(N \times N)$ τιμών συνάφειας που αντιστοιχούν στα $(N \times N)$ ζεύγη μετρήσεων
- ορισμός γειτόνων και επιλεκτικός υπολογισμός των παραπάνω συναφειών μόνο στα $N(\mathbf{W})$ ζευγάρια μετρήσεων που θεωρούνται γειτονικά
- υπολογισμός μέσης συνάφειας γειτονικών μετρήσεων, όπου τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης $\mathbf{W}$ παίζουν το ρόλο βαρών για τον υπολογισμό του μέσου όρου
- ο ορισμός του πίνακα γειτνίασης $\mathbf{W}$ είναι υποκειμενικός, και επηρεάζει κάθε αποτέλεσμα ανάλυσης, όπως τις τιμές $\hat{C}$ και $\hat{I}$, αφού $\hat{C} \equiv \hat{C}(\mathbf{W})$
- για ένα συγκεκριμένο πίνακα γειτνίασης $\mathbf{W}$, μπορεί κανείς να ορίσει τόσο καθολικούς (global) όσο και τοπικούς (local) δείκτες χωρικής συνάφειας
- μπορεί κανείς να ελέγξει άν το παρατηρούμενο στατιστικό $\hat{I}$, για παράδειγμα, είναι (στατιστικά) σημαντικά διαφορετικό από το 0, δηλαδή να ελέγξει την υπόθεση έλλειψης χωρικής αυτοσυσχέτισης στις μετρήσεις