Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Χωρική Ανάλυση

Ενότητα 7: Δομές χωρικής γειτνίασης

Κυριακίδης Φαίδων

Τμήμα Γεωγραφίας

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Τρόποι Ορισμού Χωρικής Γειτονίας

Φαίδων Κυριακίδης

Καθηγητής

phkyriakidis@geo.aegean.gr

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
Λόφος Πανεπιστημίου, 81100 Μυτιλήνη

Χωρική Ανάλυση

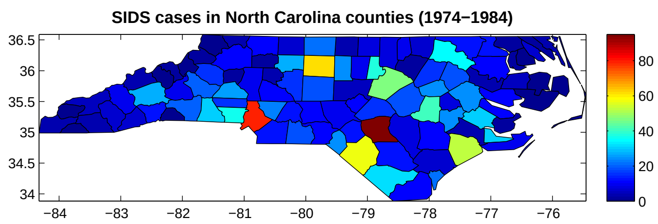
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

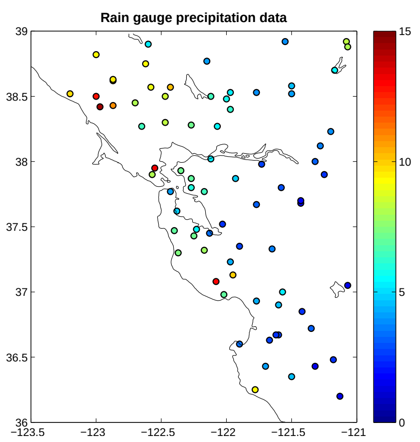
ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Εισαγωγή

Δεδομένα επιφανειών και σημειακά δεδομένα

- τιμές μιας χωρικής μεταβλητής που καταγράφηκαν σε ένα πεπερασμένο αριθμό επιφανειών ή ζωνών (areas or zones), π.χ. διοικητικές περιοχές ή pixels
- τιμές μιας χωρικής μεταβλητής που καταγράφηκαν σε ένα πεπερασμένο αριθμό σημείων, π.χ. βροχομετρικοί σταθμοί





Στόχος μαθήματος

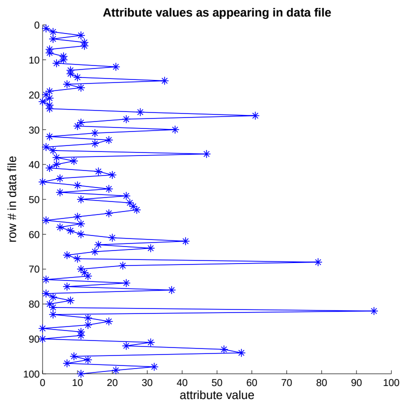
Ορισμός δομής ή συστήματος χωρικής γειτνίασης, όπου σε κάθε μονάδα παρατήρησης (σημείο ή πολύγωνο) αντιστοιχούν γειτονικές μονάδες

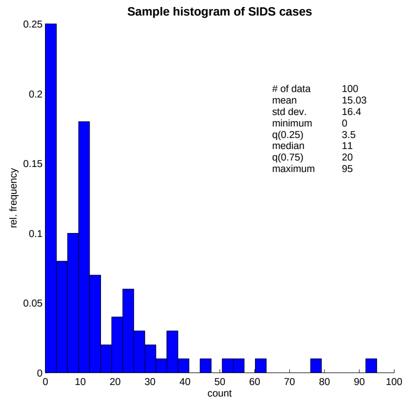
Τα Δεδομένα

Σύνολο N τιμών μιας χωρικής μεταβλητής Y

$$\{y_i, i = 1, \ldots, N\}$$

όπου y_i είναι η τιμή της μέτρησης i της χωρικής μεταβλητής Y στην i-οστή μονάδα παρατήρησης (σημείο, περιοχή)



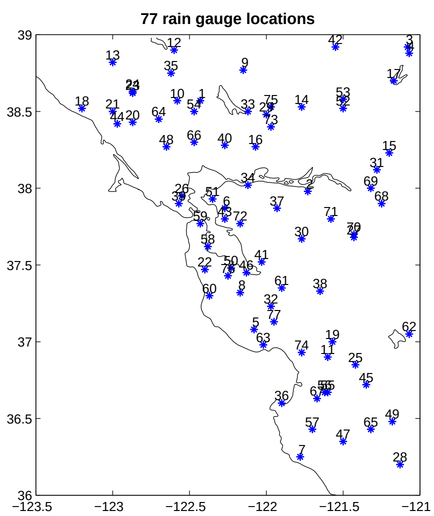


Παράδειγμα $N = 100$ τιμών αριθμού συμβάντων της νόσου Sudden Infant Death Syndrome (SIDS) σε 100 περιοχές. Σημείωση: η διάταξη των μετρήσεων στο προφίλ στα αριστερά αντιστοιχεί στη σειρά με την οποία οι μετρήσεις αποθηκεύονται στο αρχείο δεδομένων

Μονάδες Παρατήρησης ή Υποστηρίγματα Μετρήσεων (1)

Σημειακά υποστηρίγματα

Σύνολο N σημείων σε μια περιοχή μελέτης A: $\{\mathbf{u}_i, i = 1, \ldots, N\}$, $\mathbf{u} \in A$, όπου $\mathbf{u}_i \equiv (\chi_i, \psi_i)$ είναι οι συντεταγμένες του i-οστού σημείου. Σημείωση: Υποστήριγμα μιας μέτρησης λέγεται ο χώρος (ή/και ο χρόνος) στον οποίο αναφέρεται η μέτρηση αυτή



Παράδειγμα θέσεων $N = 77$ βροχομετρικών σταθμών στην Καλιφόρνια των ΗΠΑ. Ενώ η έκταση ενός βροχομετρικού σταθμού δεν είναι μηδενική, ένας τέτοιος σταθμός παρατήρησης στην πράξη θεωρείται σημειακός

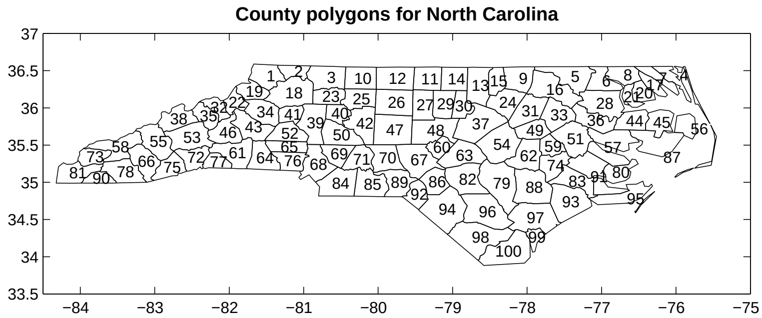
Μονάδες Παρατήρησης ή Υποστηρίγματα Μετρήσεων (2)

Επιφανειακά υποστηρίγματα

Σύνολο N πολυγώνων που απαρτίζουν μια περιοχή μελέτης A με εμβαδόν $|A|$:

$$\{s_i, i = 1, \ldots, N\}$$

όπου $s_i \equiv s(\mathbf{u}_i)$ είναι το πολύγωνο i, με διάνυσμα συντεταγμένων κεντροειδούς $\mathbf{u}_i$ και εμβαδόν $|s_i|$. Συνήθως: $s_1 \cup \ldots \cup s_i \ldots \cup s_N = A$ και συνεπώς: $\sum_{i=1}^{N} |s_i| = |A|$



Παράδειγμα $N = 100$ πολυγώνων που αντιστοιχούν σε 100 κομητείες της πολιτείας Βόρεια Καρολίνα των Η.Π.Α. Ένα πολύγωνο s_i ορίζεται πλήρως από τις συντεταγμένες των κορυφών του. Άλλα χρήσιμα στοιχεία του είναι: οι συντεταγμένες των κορυφών του περιγεγραμμένου παραλληλογράμμου (bounding box), και οι συντεταγμένες $\mathbf{u}_i$ του κεντροειδούς του

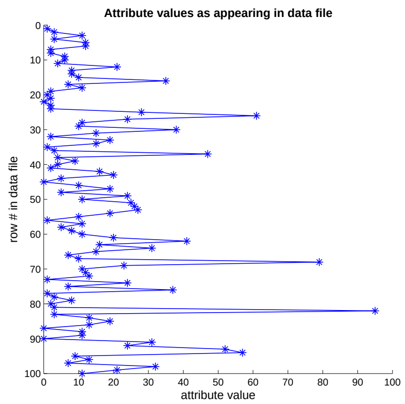
Αντιστοιχία Μετρήσεων και Υποστηριγμάτων (1)

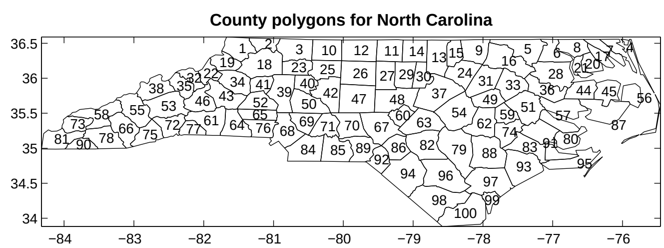
Χωρικά δεδομένα

Σύνολο N τιμών μιας χωρικής μεταβλητής Y που μετρήθηκαν σε N μονάδες παρατήρησης

$$\{y(s_i), i = 1, \ldots, N\}$$

όπου $y(s_i) \equiv y_i$ είναι η τιμή της μεταβλητής Y που καταγράφηκε στο υποστήριγμα s_i



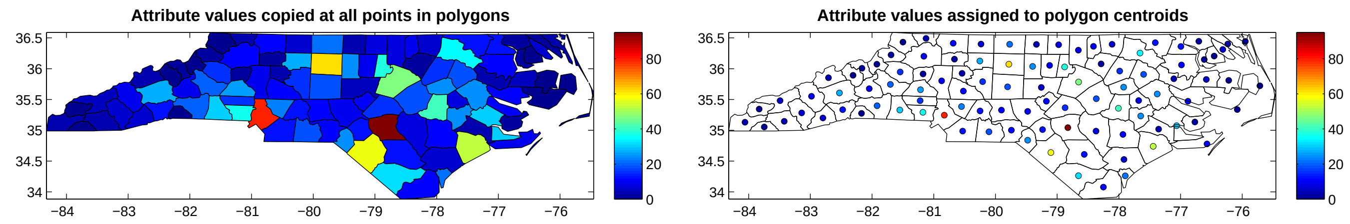


Η παραπάνω αντιστοιχία μετρήσεων (αριστερά) και υποστηριγμάτων ή περιοχών μέτρησης (δεξιά) πρέπει να αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι μια μέτρηση $y(s)$ περιγράφει, π.χ., ολόκληρο το πολύγωνο s κι όχι κάποιο μεμονωμένο σημείο $\mathbf{u} \in s$ μέσα σ' αυτό

Αντιστοιχία Μετρήσεων και Υποστηριγμάτων (2)

Συχνές παρερμηνείες

Το υποστήριγμα μιας τιμής $y(s)$ δεν είναι το κεντροειδές $\mathbf{u}$ του πολυγώνου s, δηλαδή $y(s) \neq y(\mathbf{u})$. Επίσης, μια τιμή $y(s)$ για ένα πολύγωνο s δεν υποδηλώνει ότι η τιμή αυτή εμφανίζεται σε όλα τα σημεία μέσα στο πολύγωνο $\mathbf{u} \in s$



Παράδειγματα γραφικής αντιστοίχισης $N = 100$ μετρήσεων με 100 πολύγωνα: χωροπληθής χάρτης (αριστερά) και απεικόνιση σε κεντροειδή (δεξιά)

Δομές Χωρικής Γειτνίασης: Προεπισκόπηση

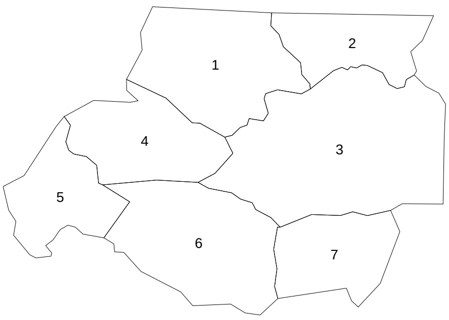
Ανακεφαλαίωση

- "οντολογία" μετρήσεων: αντιστοίχηση τιμών μεταβλητής με χωρικά υποστηρίγματα
- δύο ομάδες υποστηριγμάτων: σημειακά και επιφανειακά (πολύγωνα)
- συνήθως, οι μετρήσεις που αντιστοιχούν σε πολύγωνα προέρχονται μέσω της συνάθροισης (άθροισμα ή μέσος όρος) σημειακών μετρήσεων μέσα στο πολύγωνο, αλλά οι σημειακές αυτές μετρήσεις δεν είναι διαθέσιμες

Προεπισκόπηση

- σε παρακάτω κεφάλαια, θα μας απασχολήσει η ανάλυση χωρικής **συνάφειας** (spatial association) σε δεδομένα επιφανειών ή σε σημειακά δεδομένα
- βασική προϋπόθεση για την ανάλυση χωρικής συνάφειας είναι ο ορισμός του ποιός είναι γείτονας ποιανού, δηλαδή ο ορισμός ενός συστήματος ή μιας δομής **γειτνίασης**

Παράδειγμα Πολυγώνων και Πίνακα Γειτνίασης



$$
\begin{array}{c} i\backslash j \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccc}
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
$$

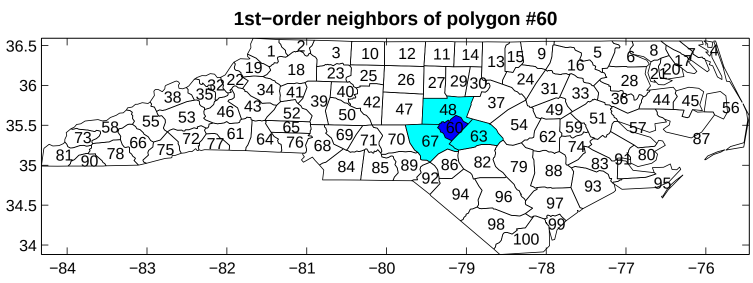
Παράδειγμα πολυγώνων (αριστερά) και ορισμού γειτονίας με βάση τα κοινά όριά τους. Η τοπολογία των γειτόνων N πολυγώνων μπορεί να αποθηκευτεί υπό τη μορφή ενός $(N \times N)$ πίνακα γειτνίασης (δεξιά), όπου σε κάθε ζεύγος πολυγώνων i, j αντιστοιχεί το 0 – αν τα πολύγωνα δεν γειτνιάζουν – ή το 1 – αν τα πολύγωνα είναι γείτονες. Οι *δείκτες* των στηλών που αντιστοιχούν στα μή μηδενικά στοιχεία της γραμμής 4, για παράδειγμα, υποδηλώνουν ότι το πολύγωνο 4 γειτνιάζει με τα πολύγωνα $1, 3, 5, 6$

Ο πίνακας γειτνίασης **A** μπορεί να αποθηκευτεί αποδοτικότερα στη μνήμη του υπολογιστή ως ένας αραιός πίνακας (sparse matrix), χωρίς να χρειάζεται η αποθήκευση των μηδενικών στοιχείων του

Γειτνίαση με Βάση Κοινά Όρια (1)

Ορισμός

Δύο πολύγωνα s_i και s_j είναι γείτονες **πρώτης τάξης**, $a_{ij} = 1$, αν έχουν κάποιο κοινό όριο. Διαφορετικά, $a_{ij} = 0$

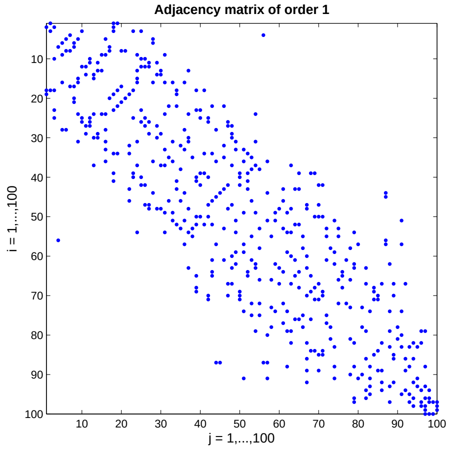


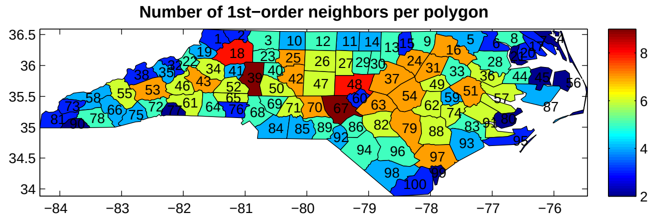
Παράδειγμα ορισμού γειτόνων 1ης τάξης (γαλάζιο χρώμα) του πολυγώνου 60 (σκούρο μπλέ χρώμα) με βάση κοινά όρια πολυγώνων: $a_{60,48} = 1$, $a_{60,63} = 1$, $a_{60,67} = 1$, και $a_{ij} = 0$ για κάθε άλλη τιμή του i και του j

Γειτνίαση με Βάση Κοινά Όρια (2)

Πίνακας γειτνίασης **A**

$(N \times N)$ δυαδικός $(0/1)$ πίνακας $\mathbf{A} = \{a_{ij}, i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N\}$ με τοπολογία γειτόνων N πολυγώνων. Οι στήλες του **A** που περιέχουν μη μηδενικά στοιχεία για τη γραμμή i υποδεικνύουν ποιά πολύγωνα είναι γείτονες (1ης τάξης) του πολυγώνου s_i





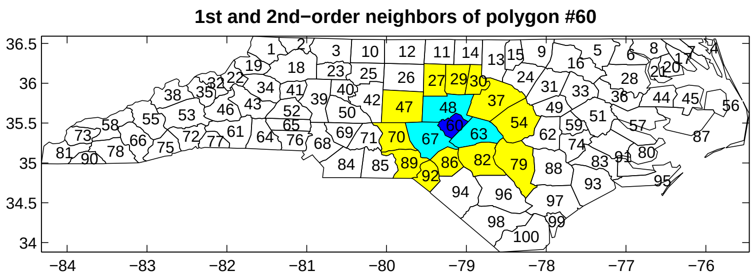
Αριθμός γειτόνων πολυγώνου

Ο αριθμός (1ης τάξης) γειτόνων του πολυγώνου i δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού $(0/1)$ πίνακα **A**, δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i του πίνακα αυτού

Γειτνίαση με Βάση Κοινά Όρια (3)

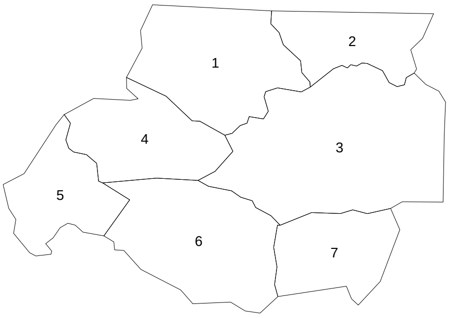
Ορισμός

Δύο πολύγωνα s_i και s_j είναι γείτονες **δεύτερης τάξης**, $a_{ij}^{(2)} = 1$, αν οι 1ης τάξης γείτονές τους έχουν κάποιο κοινό όριο. Διαφορετικά, $a_{ij}^{(2)} = 0$



Παράδειγμα ορισμού γειτόνων 1ης τάξης (γαλάζιο χρώμα) και 2ης τάξης (κίτρινο χρώμα) του πολυγώνου 60 (σκούρο μπλέ χρώμα) με βάση κοινά όρια

Παράδειγμα Πολυγώνων και Πίνακα Γειτνίασης



$$\begin{array}{c} i \backslash j \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Παράδειγμα πολυγώνων (αριστερά) και πίνακας γειτνίασης 2ης τάξης (δεξιά)

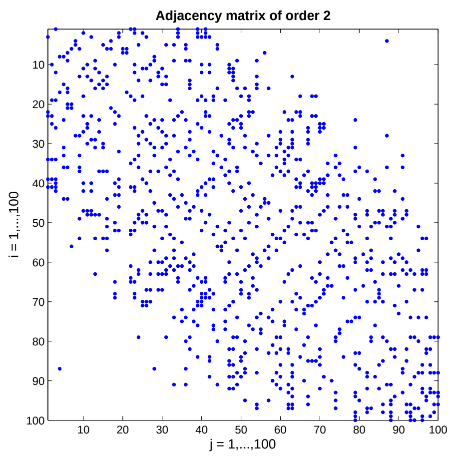
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

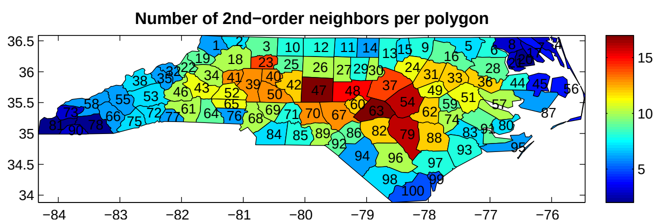
Ο πίνακας $\mathbf{A} \times \mathbf{A} = \mathbf{A}^2$ περιέχει πληροφορίες για τους διαφορετικούς τρόπους μετάβασης μεταξύ των πολυγώνων σε 2 βήματα. Τα στοιχεία στη διαγώνιο υποδεικνύουν πόσες φορές μπορεί κανείς να μεταβεί από ένα πολύγωνο πίσω στον εαυτό του σε 2 βήματα. Το στοιχείο $(1,3) = 2$, π.χ., υποδηλώνει ότι υπάρχουν 2 δρόμοι μετάβασης από το πολύγωνο 1 στο πολύγωνο 3 σε 2 βήματα. Ο πίνακας γειτνίασης 2ης τάξης (πάνω) υπολογίζεται από τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{A}^2$

Γειτνίαση με Βάση Κοινά Όρια (4)

Πίνακας γειτνίασης 2ης τάξης $\mathbf{A}_2$

$(N \times N)$ δυαδικός $(0/1)$ πίνακας $\mathbf{A}_2 = \{a_{ij}^{(2)}, i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N\}$ με τοπολογία γειτόνων N πολυγώνων. Οι στήλες του $\mathbf{A}_2$ που περιέχουν μη μηδενικά στοιχεία για τη γραμμή i υποδεικνύουν ποιά πολύγωνα είναι γείτονες (2ης τάξης) του πολυγώνου s_i





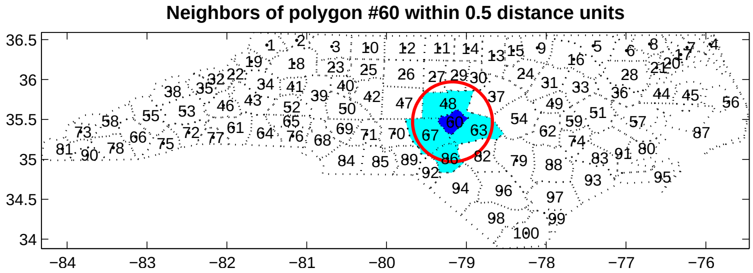
Αριθμός γειτόνων πολυγώνου

Ο αριθμός (2ης τάξης) γειτόνων του πολυγώνου i δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού $(0/1)$ πίνακα $\mathbf{A}_2$, δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i του πίνακα αυτού

Γειτνίαση με Βάση την Απόσταση (1)

Ορισμός

Δύο σημεία $\mathbf{u}_i$ και $\mathbf{u}_j$, π.χ., τα κεντροειδή δύο πολυγώνων s_i και s_j, είναι γείτονες, $a_{ij} = 1$, αν απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|$ μικρότερη ενός ορίου απόστασης δ. Διαφορετικά, $a_{ij} = 0$



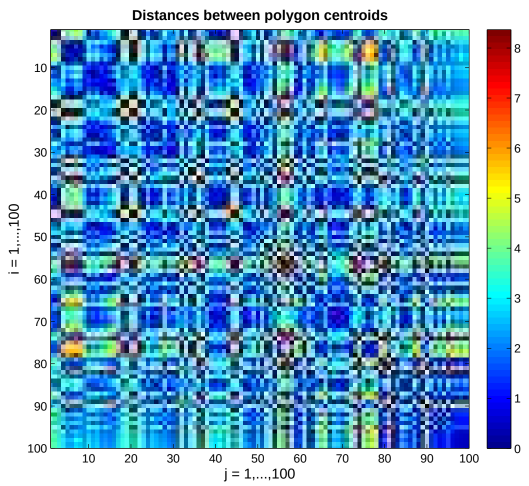
Παράδειγμα ορισμού γειτόνων (γαλάζιο χρώμα) του πολυγώνου 60 (σκούρο μπλέ χρώμα) με βάση την απόσταση μεταξύ κεντροειδών: τα πολύγωνα εκείνα των οποίων τα κεντροειδή απέχουν απόσταση ≤ 0.5 από το κεντροειδές $\mathbf{u}_{60}$ του πολυγώνου s_{60} είναι γείτονες του πολυγώνου s_{60} γι' αυτό το όριο απόστασης.

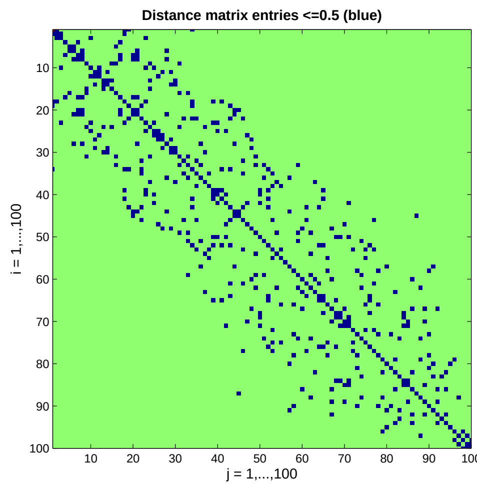
Θα μπορούσε κανείς να αγνοήσει τα πολύγωνα και να θεωρήσει οτι τα κεντροειδή αντιστοιχούν, για παράδειγμα, σε βροχομετρικούς σταθμούς

Από τον Πίνακα Αποστάσεων στον Πίνακα Γειτνίασης

Πίνακας αποστάσεων $\mathbf{D}$

$(N \times N)$ πίνακας $\mathbf{D} = \{d_{ij}, i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N\}$ με αποστάσεις μεταξύ σημείων (κεντροειδών)





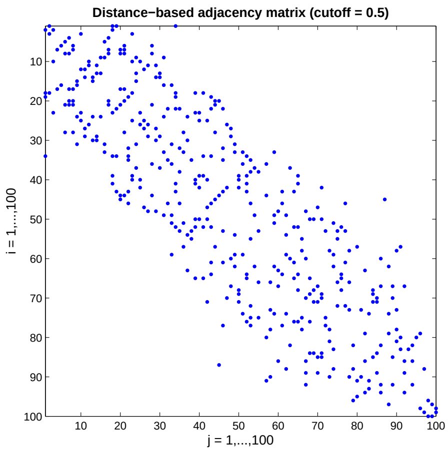
Κριτήριο μέγιστης απόστασης μεταξύ σημείων

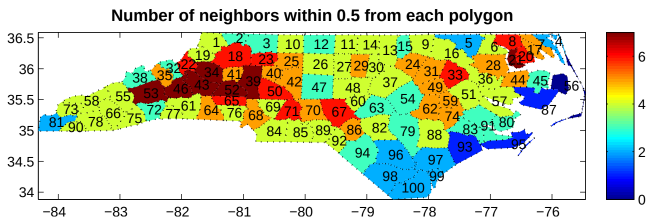
Μετατροπή ενός στοιχείου d_{ij} του πίνακα $\mathbf{D}$ σε ένα δυαδικό αριθμό a_{ij}, ως:
$a_{ij} = 1$ αν $d_{ij} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\| \leq \delta$, αλλιώς $a_{ij} = 0$ (στο παράδειγμα, $\delta = 0.5$)

Γειτνίαση με Βάση την Απόσταση (2)

Πίνακας γειτνίασης **A**

$(N \times N)$ δυαδικός $(0/1)$ πίνακας $\mathbf{A} = \{a_{ij}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N\}$ με τοπολογία γειτόνων N σημείων. Οι στήλες του **A** που περιέχουν μη μηδενικά στοιχεία για τη γραμμή i υποδεικνύουν ποιά κεντροειδή είναι γείτονες του κεντροειδούς $\mathbf{u}_i$ για ένα συγκεκριμένο όριο απόστασης δ

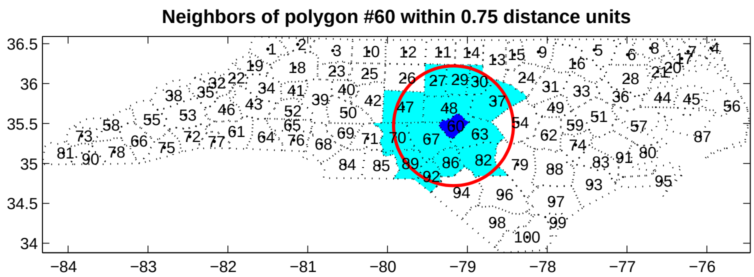




Αριθμός γειτόνων πολυγώνου

Ο αριθμός γειτόνων του κεντροειδούς $\mathbf{u}_i$, για το συγκεκριμένο όριο απόστασης $\delta = 0.5$, δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού $(0/1)$ πίνακα **A**, δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i του πίνακα αυτού

Γειτνίαση με Βάση την Απόσταση (3)

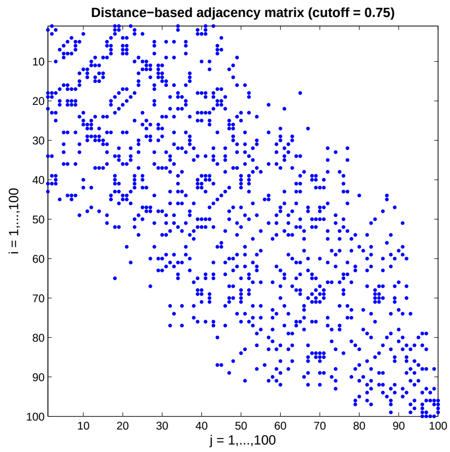


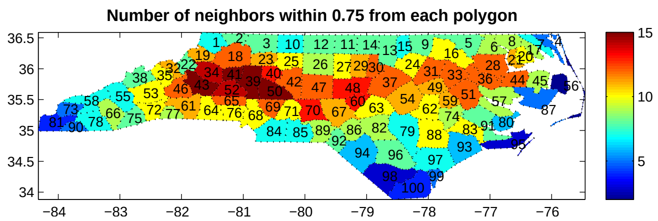
Παράδειγμα ορισμού γειτόνων (γαλάζιο χρώμα) του πολυγώνου 60 (σκούρο μπλέ χρώμα) με βάση την απόσταση μεταξύ κεντροειδών: τα πολύγωνα εκείνα των οποίων τα κεντροειδή απέχουν απόσταση ≤ 0.75 από το κεντροειδές $\mathbf{u}_{60}$ του πολυγώνου s_{60} είναι γείτονες του πολυγώνου s_{60} γι' αυτό το όριο απόστασης

Γειτνίαση με Βάση την Απόσταση (4)

Πίνακας γειτνίασης **A**

$(N \times N)$ δυαδικός $(0/1)$ πίνακας $\mathbf{A} = \{a_{ij}, i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N\}$ με τοπολογία γειτόνων N σημείων. Οι στήλες του **A** που περιέχουν μη μηδενικά στοιχεία για τη γραμμή i υποδεικνύουν ποιά πολύγωνα είναι γείτονες του κεντροειδούς $\mathbf{u}_i$ για ένα συγκεκριμένο όριο απόστασης δ





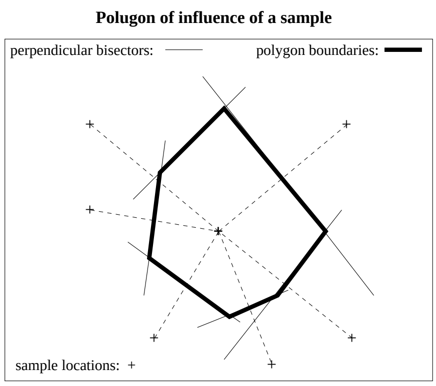
Αριθμός γειτόνων πολυγώνου

Ο αριθμός γειτόνων του κεντροειδούς $\mathbf{u}_i$, για το συγκεκριμένο όριο απόστασης $\delta = 0.75$, δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού $(0/1)$ πίνακα **A**, δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i του πίνακα αυτού

Πολύγωνο Επίδρασης

Ορισμός

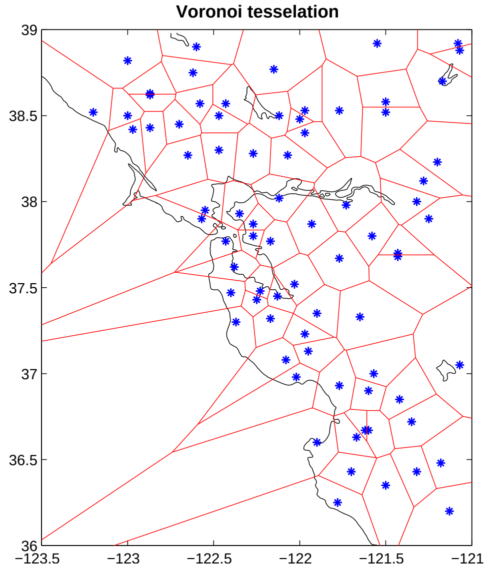
Περιοχή γύρω από ένα σημείο παρατήρησης $\mathbf{u}_i$, στην οποία ένα αυθαίρετο σημείο $\mathbf{u}$ βρίσκεται πλησιέστερα στο σημείο $\mathbf{u}_i$ απ' ότι σε οποιοδήποτε άλλο σημείο παρατήρησης $\mathbf{u}_j$. Ψηφίδωση (tessellation) του Dirichlet, πολύγωνο Voronoi ή πολύγωνο Thiessen

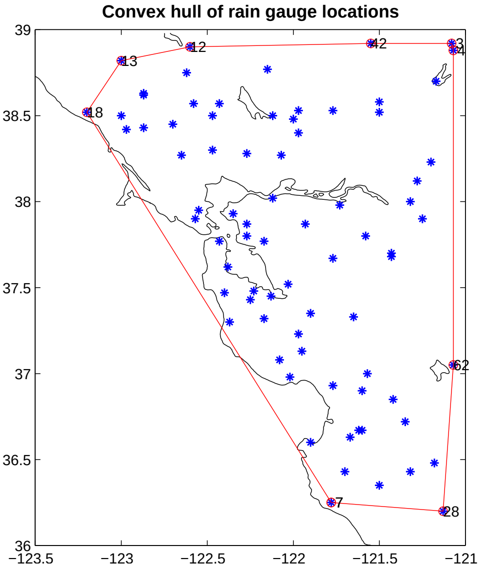


Παρατηρήσεις

- τα όρια του πολυγώνου σχηματίζονται από τις κάθετες διαμέσους στις γραμμές που ενώνουν το σημείο $\mathbf{u}_i$ με τα γειτονικά του σημεία
- τα όρια του πολυγώνου δεν ορίζονται για σημεία που βρίσκονται στα άκρα της περιοχής μελέτης

Παράδειγμα Ψηφίδωσης Voronoi



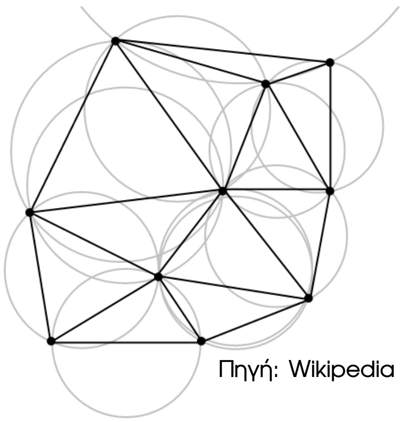


- το πολύγωνο (δεξιά) που ορίζεται από τα ακραία σημεία αποτελεί το κυρτό κύτος (convex hull) του συνόλου των σημείων παρατήρησης
- η εύρεση των γειτόνων ενός αυθαίρετου σημείου **u** μπορεί να γίνει ταχύτατα με τη χρήση ειδικά αναπτυγμένων υπολογιστικών αλγορίθμων

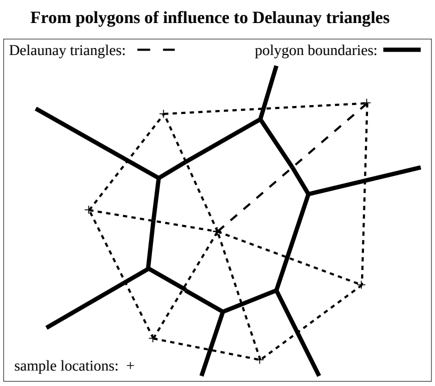
Τριγωνισμός (Triangulation) Delaunay

Ορισμός

Ο τριγωνισμός Delaunay ενός συνόλου N σημείων στο διδιάστατο χώρο, είναι μια τριγωνική ψηφίδωση του χώρου, στην οποία κανένα από τα N σημεία δεν βρίσκεται μέσα στον περιγεγραμμένο κύκλο οποιουδήποτε τριγώνου. Εναλλακτικά: Ένα τρίγωνο Delaunay ορίζεται από τρία σημεία παρατήρησης, των οποίων τα πολύγωνα Voronoi έχουν μια κοινή κορυφή



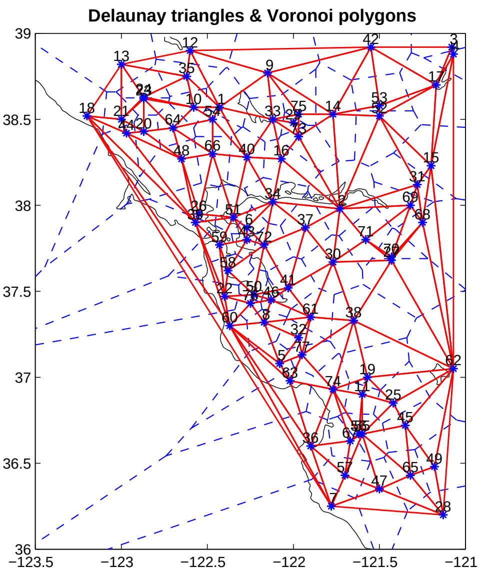
Πηγή: Wikipedia

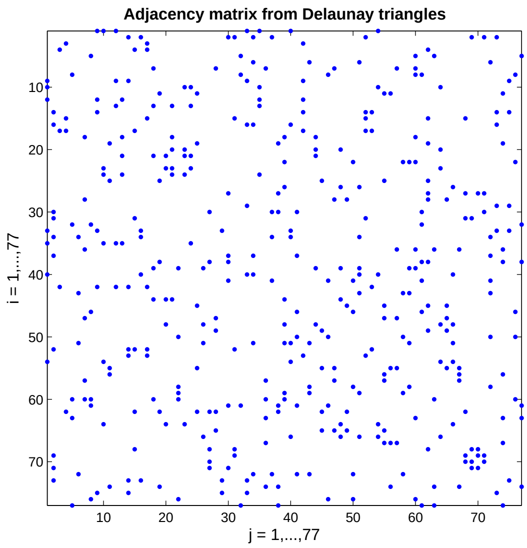


Παρατηρήσεις

- ένα τρίγωνο Delaunay προσεγγίζει όσο το δυνατό το ισόπλευρο τρίγωνο
- ο τριγωνισμός Delaunay χρησιμοποιείται στο μοντέλο αναπαράστασης αναγλύφου TIN (Triangulated Irregular Network)

Παράδειγμα Δικτύου Τριγώνων Delaunay





- τριγωνισμός Delaunay (αριστερά) και αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης (δεξιά)
- δύο σημεία είναι γείτονες αν τα αντίστοιχα πολύγωνα Voronoi έχουν ένα κοινό όριο
- η εύρεση των γειτόνων ενός οποιουδήποτε σημείου παρατήρησης $\mathbf{u}_i$, ή ενός αυθαίρετου σημείου $\mathbf{u}$, μπορεί να γίνει ταχύτατα με τη χρήση ειδικά αναπτυγμένων υπολογιστικών αλγορίθμων που σχετίζονται με τον τριγωνισμό Delaunay

Δομή Γειτνίασης K Πλησιέστερων Γειτόνων

Βασική έννοια

Σε κάθε σημείο παρατήρησης $\mathbf{u}_i$ αντιστοιχούν $K > 1$ πλησιέστεροι γείτονες, ανεξαιρέτως του πόσο μακριά βρίσκονται από το σημείο $\mathbf{u}_i$

Διαδικασία

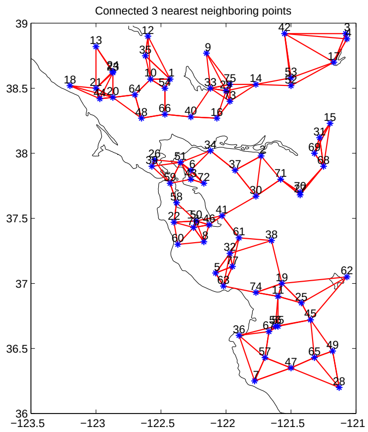
Για το για το i-οστό σημείο παρατήρησης $\mathbf{u}_i$:

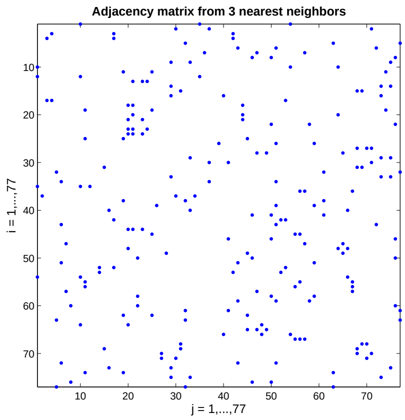
- υπολογισμός των $N - 1$ αποστάσεων μεταξύ του σημείου u_i και των υπόλοιπων
- διάταξη των $N - 1$ αποστάσεων κατά αύξουσα σειρά (sorting)
- επιλογή των K μικρότερων αποστάσεων και των αντίστοιχων K γειτονικών σημείων

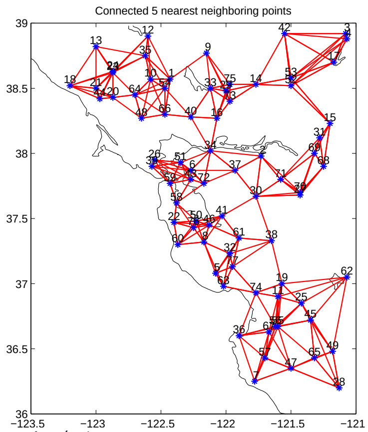
Σημείωση

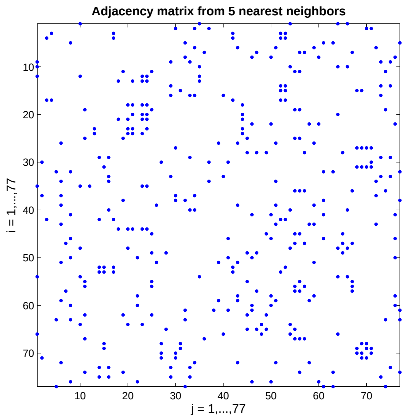
Η δομή γειτνίασης αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με προηγούμενες δομές. Π.χ., οι πλησιέστεροι 3 γείτονες σε ένα κύκλο με ακτίνα $10m$ γύρω από ένα σημείο παρατήρησης $\mathbf{u}_i$

Δομές Γειτνίασης με 3 και 5 Πλησιέστερους Γείτονες

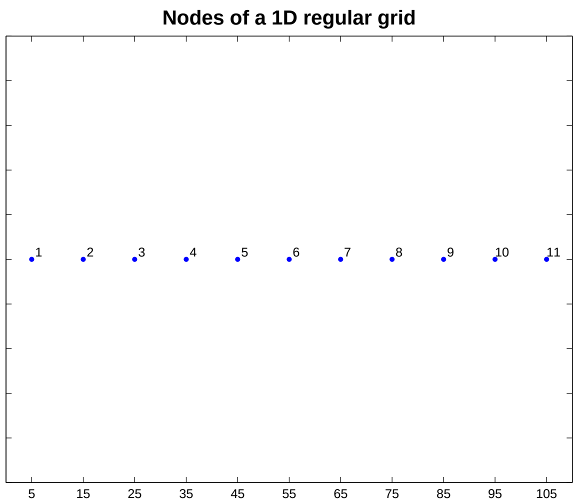


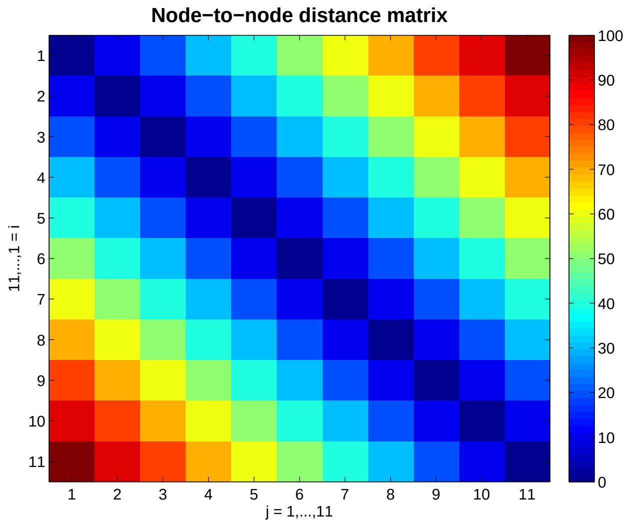






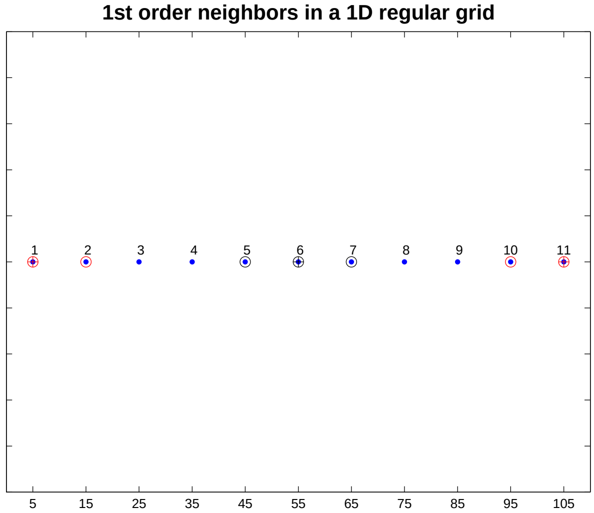
Παράδειγμα Μονοδιάστατου Κανονικού Καννάβου

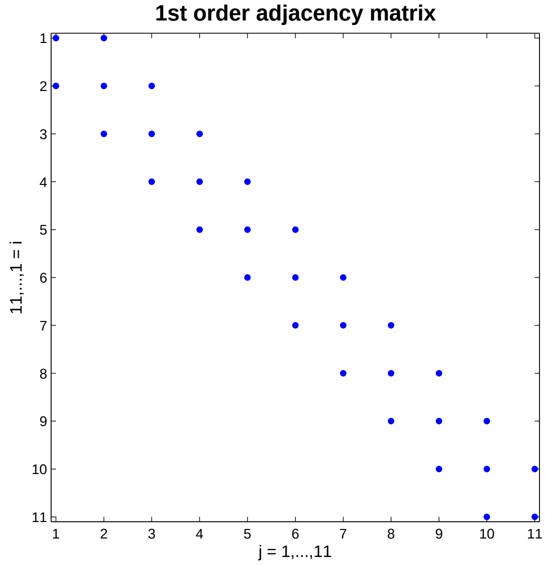




κανονικός κάνναβος (αριστερά) και πίνακας αποστάσεων (δεξιά)

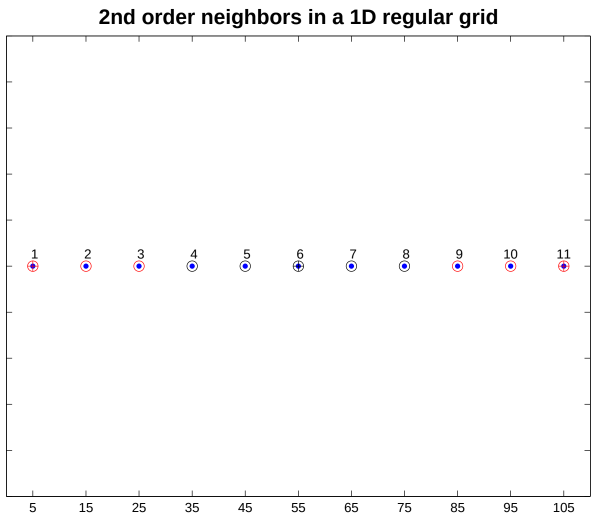
Γειτονία 1ης Τάξης και Πίνακας Γειτνίασης

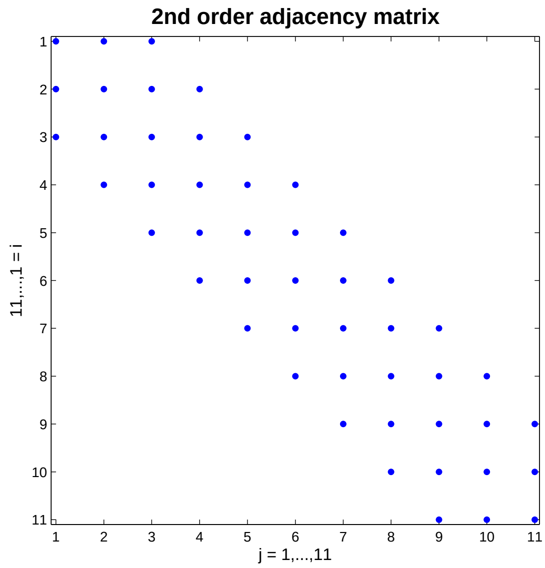




Παράδειγμα γειτονίας 1ης τάξης (αριστερά) και αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης (δεξιά)

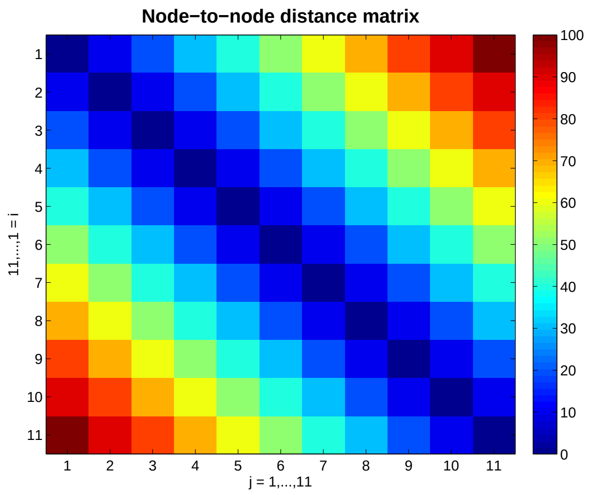
Γειτονία 2ης Τάξης και Πίνακας Γειτνίασης

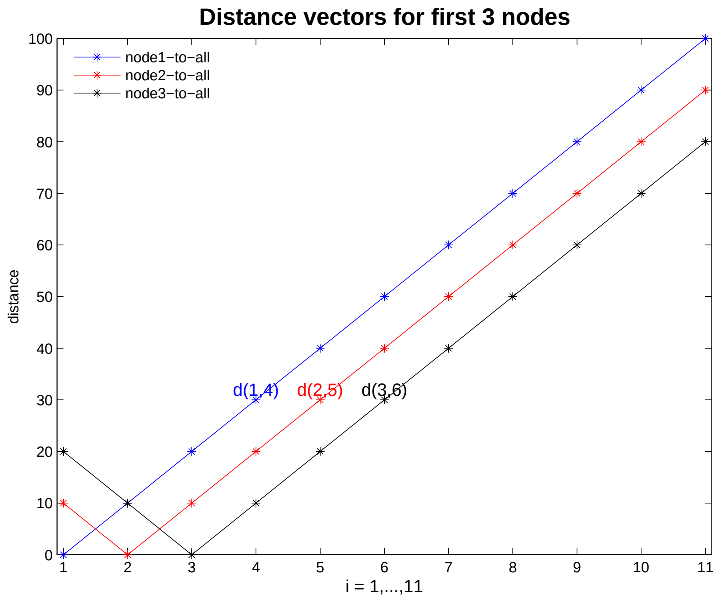




Παράδειγμα γειτονίας 2ης τάξης (αριστερά) και αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης (δεξιά)

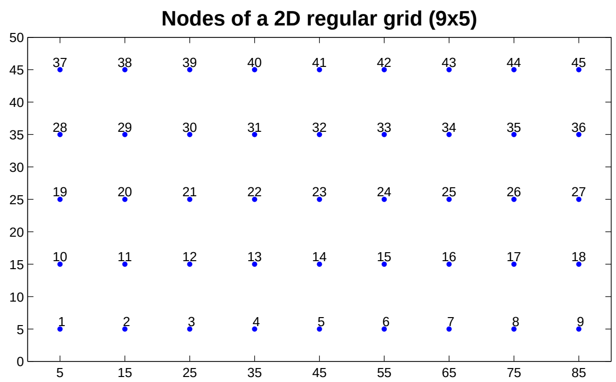
Δομή Πίνακα Αποστάσεων

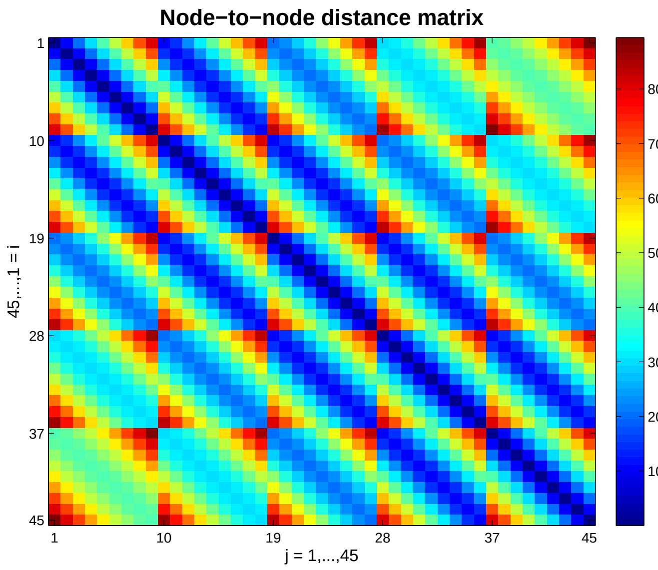




Πίνακας αποστάσεων (αριστερά) και αποστάσεις 3 σημείων με τους υπόλοιπους κόμβους (δεξιά)

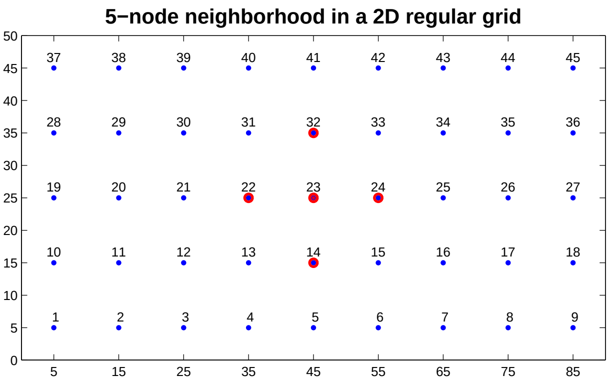
Παράδειγμα Δισδιάστατου Κανονικού Καννάβου

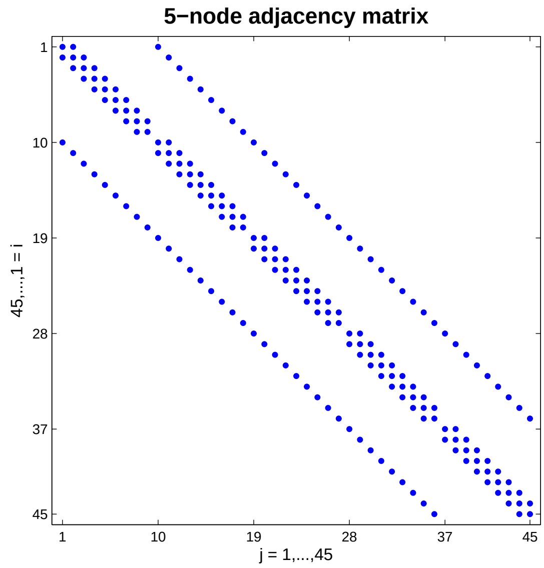




Κανονικός κάνναβος (αριστερά) και πίνακας αποστάσεων (δεξιά)

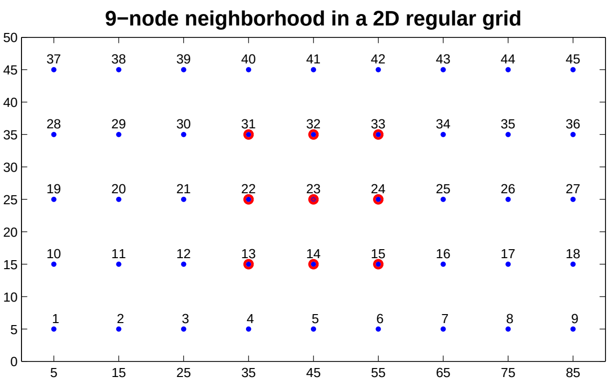
Γειτονία 5 Κόμβων και Πίνακας Γειτνίασης

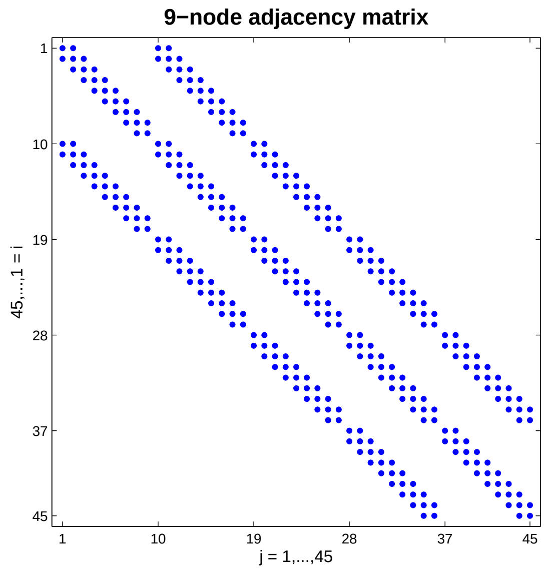




Παράδειγμα γειτονίας 5 κόμβων (αριστερά) και αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης (δεξιά)

Γειτονία 9 Κόμβων και Πίνακας Γειτνίασης





Παράδειγμα γειτονίας 9 κόμβων (αριστερά) και αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης (δεξιά)

Πίνακας Χωρικών Βαρών ή Πίνακας Αλληλεπίδρασης $\mathbf{W}$

Ορισμός

Ένας $(N \times N)$ πίνακας $\mathbf{W} = [w_{ij}, i = 1, \ldots, j = 1, \ldots, N]$, όχι απαραίτητα συμμετρικός, όπου το στοιχείο w_{ij} ποσοτικοποιεί τη γειτονικότητα μεταξύ ενός ζεύγους πολυγώνων ή περιοχών μέτρησης s_i και s_j. Είθισται, να θέτουμε $w_{ii} = 0, \forall i$

Συνήθεις τρόποι προσδιορισμού του πίνακα $\mathbf{W}$

- $w_{ij} = 1$, αν το πολύγωνο s_i έχει κάποιο κοινό **όριο** με το πολύγωνο s_j. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$
- $w_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_i}$, όπου l_{ij} είναι το μήκος του κοινού ορίου μεταξύ του s_i του s_j, και l_i είναι η περίμετρος του s_i. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$
- $w_{ij} = 1$, αν το s_i έχει μια κοινή κορυφή με το s_j, διαφορετικά $w_{ij} = 0$ (χρησιμοποιείται για κανονικές καννάβους)
- $w_{ij} = 1$, αν το κεντροειδές $\mathbf{u}_i$ του πολυγώνου s_i βρίσκεται πλησιέστερα από κάποια **απόσταση** δ από το κεντροειδές $\mathbf{u}_j$ του πολυγώνου s_j. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$. Συνήθως, η τιμή της απόστασης δ καθορίζεται υποκειμενικά
- $w_{ij} = \psi(d_{ij})$, όπου $\psi(d_{ij})$ είναι μια συνάρτηση της απόστασης d_{ij} (συνήθως $1/d_{ij}$) μεταξύ των 2 κεντροειδών $\mathbf{u}_i$ και $\mathbf{u}_j$. Διαφορετικά, $w_{ij} = 0$ αν $\psi(d_{ij}) \leq \delta$

Σημείωση: Ένας δυαδικός $(0/1)$ πίνακας βαρών $\mathbf{W}$ λέγεται και πίνακας γειτνίασης $\mathbf{A}$

Τυποποιημένος (Κατά Γραμμές) Πίνακας Χωρικών Βαρών

Παράδειγμα $(N \times N)$ δυαδικού $(0/1)$ πίνακα γειτνίασης $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} * & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & * & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & * & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & * & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & * \end{bmatrix}$$

Τυποποίηση στοιχείων με βάση το άθροισμα γραμμών

$$w_{ij} = a_{ij}/N_i(\mathbf{A}) = a_{ij}/\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} a_{ij}, \quad i = 1, \ldots, N$$

$N_i(\mathbf{A})$ είναι το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i, ή ο αριθμός γειτόνων του πολυγώνου s_i

Τυποποιημένος πίνακας βαρών με άθροισμα κάθε γραμμής = 1

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} * & \frac{a_{12}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{13}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{14}}{N_1(\mathbf{A})} & \frac{a_{15}}{N_1(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{21}}{N_2(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{23}}{N_2(\mathbf{A})} & \frac{a_{24}}{N_2(\mathbf{A})} & \frac{a_{25}}{N_2(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{31}}{N_3(\mathbf{A})} & \frac{a_{32}}{N_3(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{34}}{N_3(\mathbf{A})} & \frac{a_{35}}{N_3(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{41}}{N_4(\mathbf{A})} & \frac{a_{42}}{N_4(\mathbf{A})} & \frac{a_{43}}{N_4(\mathbf{A})} & * & \frac{a_{45}}{N_4(\mathbf{A})} \\ \frac{a_{51}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{52}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{53}}{N_5(\mathbf{A})} & \frac{a_{54}}{N_5(\mathbf{A})} & * \end{bmatrix}$$

Άθροισμα Γειτονικών Μετρήσεων

Έστω ένας (7×7) δυαδικός $(0/1)$ πίνακας γειτνίασης $\mathbf{A}$ που αντικατοπτρίζει την τοπολογία $N = 7$ πολυγώνων $\{s_1, \ldots, s_7\}$, με αντίστοιχες μετρήσεις στο (7×1) διάνυσμα $\mathbf{y} = [y_1, \ldots, y_7]^T$. Το γινόμενο $\mathbf{Ay}$ δημιουργεί ένα νέο (7×1) διάνυσμα $\tilde{\mathbf{y}} = [\tilde{y}_1, \ldots, \tilde{y}_7]^T$ με το άθροισμα των γειτονικών μετρήσεων κάθε πολυγώνου

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{y}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Ay}$$

Για παράδειγμα, το στοιχείο $\tilde{y}_6$ είναι το άθροισμα των μετρήσεων που λήφθηκαν στα γειτονικά πολύγωνα $\{s_3, s_4, s_5, s_7\}$ του πολυγώνου s_6, δηλαδή: $\tilde{y}_6 = \sum_{j=1}^{7} a_{6j} y_j = y_3 + y_4 + y_5 + y_7$. Τα μηδενικά στοιχεία της 6ης γραμμής του πίνακα $\mathbf{A}$ εξαιρούν τις μή γειτονικές (του πολυγώνου s_6) μετρήσεις από το άθροισμα $\tilde{y}_6$. Γενικά $\tilde{y}_i = \mathbf{A}(i,:)\mathbf{y}$, όπου $\mathbf{A}(i,:)$ δηλώνει την i-οστή γραμμή του πίνακα $\mathbf{A}$

Μέσος Όρος Γειτονικών Μετρήσεων

Έστω ένας (7×7) πίνακας γειτνίασης $\mathbf{W}$ που προήλθε από την τυποποίηση κατά γραμμές του αντίστοιχου πίνακα $\mathbf{A}$, δηλαδή το άθροισμα κάθε γραμμής του πίνακα $\mathbf{W}$ είναι 1. Όπως και ο πίνακας $\mathbf{A}$, ο τυποποιημένος πίνακας $\mathbf{W}$ αντικατοπτρίζει την τοπολογία $N = 7$ πολυγώνων $\{s_1, \ldots, s_7\}$, με αντίστοιχες μετρήσεις στο (7×1) διάνυσμα $\mathbf{y} = [y_1, \ldots, y_7]^T$. Το γινόμενο $\mathbf{Wy}$ δημιουργεί ένα νέο (7×1) διάνυσμα $\bar{\mathbf{y}} = [\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_7]^T$ με το μέσο όρο των γειτονικών μετρήσεων κάθε πολυγώνου

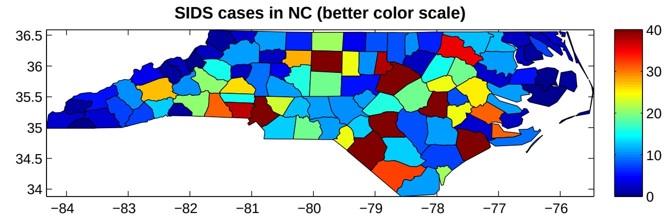
$$\begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \\ \bar{y}_6 \\ \bar{y}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{Wy}$$

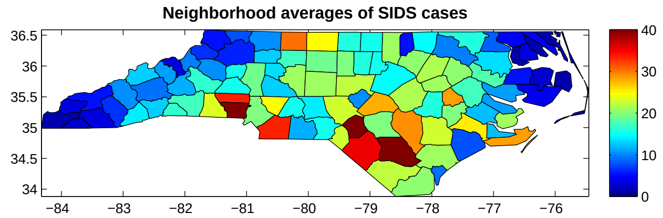
Για παράδειγμα, το στοιχείο $\bar{y}_6$ είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων που λήφθηκαν στα γειτονικά πολύγωνα $\{s_3, s_4, s_5, s_7\}$ του πολυγώνου s_6, δηλαδή: $\bar{y}_6 = \sum_{j=1}^{7} w_{6j} y_j = \frac{1}{4} y_3 + \frac{1}{4} y_4 + \frac{1}{4} y_5 + \frac{1}{4} y_7$. Τα μηδενικά στοιχεία της 6ης γραμμής του πίνακα $\mathbf{W}$ εξαιρούν τις μή γειτονικές (του πολυγώνου s_6) μετρήσεις από το μέσο όρο $\bar{y}_6$. Γενικά $\bar{y}_i = \mathbf{W}(i,:)\mathbf{y}$, όπου $\mathbf{W}(i,:)$ δηλώνει την i-οστή γραμμή του πίνακα $\mathbf{W}$

Μέσοι Όροι Γειτονικών Μετρήσεων

Γενική ιδέα

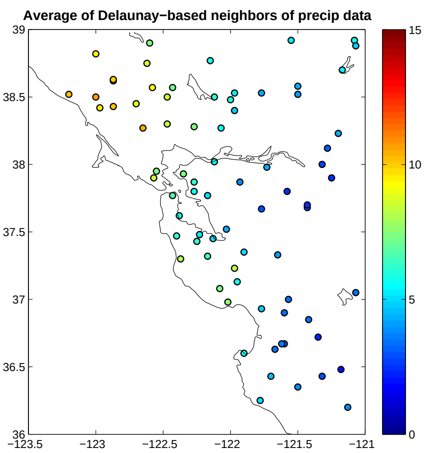
Σε κάθε υποστήριγμα s_i ή $\mathbf{u}_i$ αντιστοιχεί μια αρχική μέτρηση $y_i \equiv y(s_i)$, ή $y_i \equiv y(\mathbf{u}_i)$. Επιπρόσθετα, μπορεί κανείς να αντιστοιχίσει στο υποστήριγμα $\mathbf{u}_i$ και μια άλλη τιμή που να αντικατοπτρίζει τις γειτονικές μετρήσεις, π.χ., το μέσο όρο $\bar{y}(s_i) = \mathbf{W}(i,:)\mathbf{y}$, με βάση πάντα κάποιον ορισμό ή δομή γειτνίασης $\mathbf{W}$

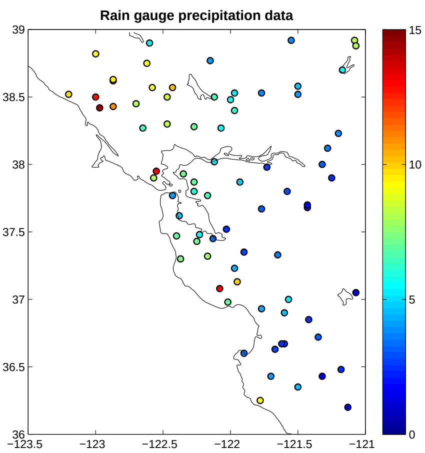


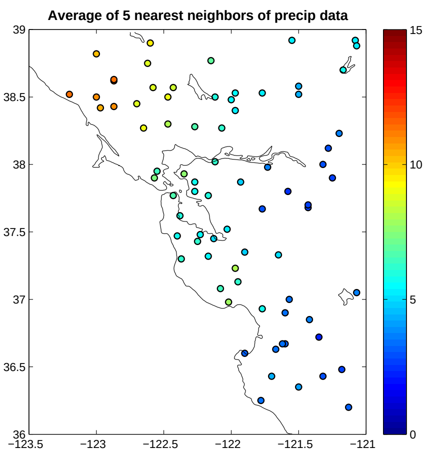


Οι N αυτές τιμές της στήλης $\bar{\mathbf{y}}$ ή ορθότερα $\bar{\mathbf{y}}(\mathbf{W})$ μπορούν να θεωρηθούν ως μετρήσεις μιας καινούριας μεταβλητής σε χωρική υστέρηση (spatial lag) από την αρχική

Παραδείγματα Μέσων Όρων Γειτονικών Μετρήσεων

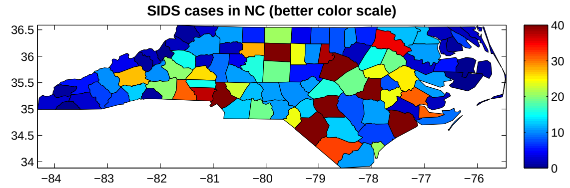


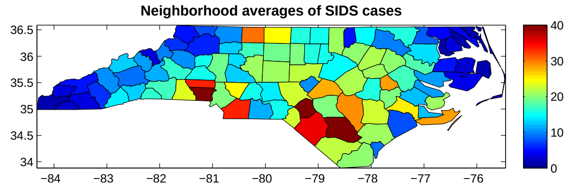




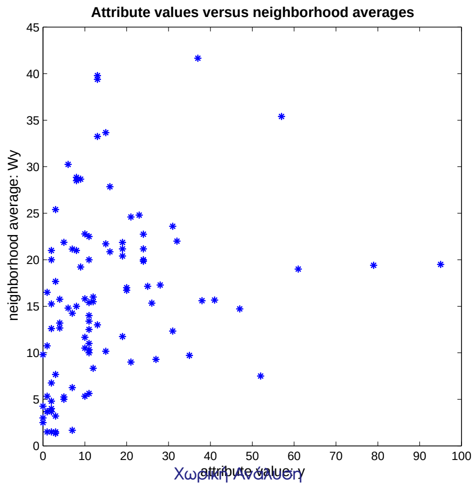
N αρχικές μετρήσεις βροχόπτωσης (κέντρο), και δύο εκδοχές μέσων όρων γειτονικών μετρήσεων με βάση τον τριγωνισμό Delaunay (αριστερά) και τους 5 πλησιέστερους γείτονες (δεξιά)

Διασπορόγραμμα του Moran

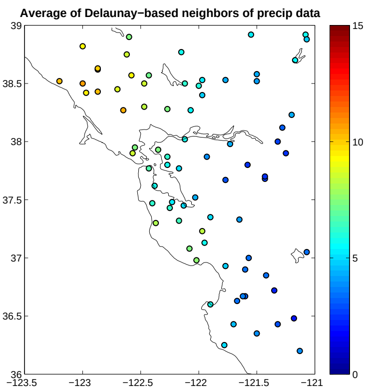


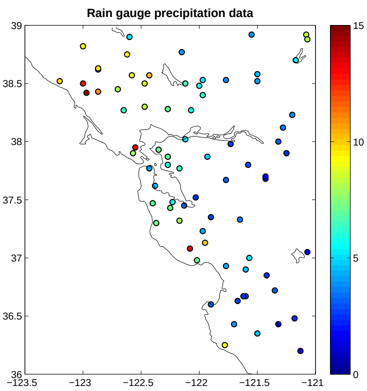


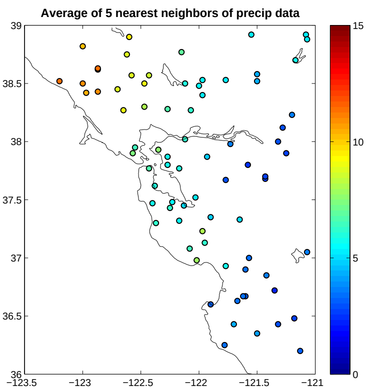
Το διασπορόγραμμα (κάτω) στο οποίο το i-οστό σημείο έχει τετμημένη την αρχική τιμή y_i μιας χωρικής μεταβλητής στο i-οστό πολύγωνο s_i (αριστερά) και τεταγμένη τον μέσο όρο των γειτονικών (του s_i) μετρήσεων (δεξιά), λέγεται διασπορόγραμμα του Moran και παρέχει μια γραφική απεικόνιση της χωρικής συνάφειας μιας μεταβλητής

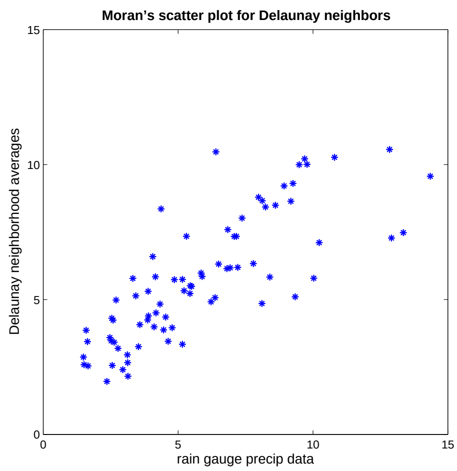


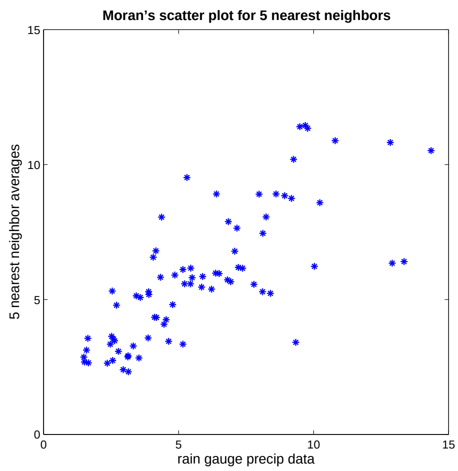
Παραδείγματα Διασπορογραμμάτων του Moran











Βασικά Σημεία Διάλεξης

Δομή χωρικής γειτνίασης

- σύστημα ή δικτύο γειτόνων, το οποίο ορίζεται συνήθως με βάση την απόσταση μεταξύ σημείων
- για μη σημειακά υποστηρίγματα (πολύγωνα), ο ορισμός συστήματος γειτόνων γίνεται πιο συχνά με βάση τα κοινά τους όρια (υπάρχουν και τάξεις γειτόνων)
- σύγκριση των αρχικών τιμών μιας μεταβλητής στα υποστηρίγματα παρατήρησης με το μέσο όρο των μετρήσεων σε γειτονικά υποστηρίγματα – διασπορόγραμμα του Moran

Προεκτάσεις

- οι δομές χωρικής γειτνίασης χρησιμοποιούνται στη διαδικασία χωρικής παρεμβολής. Στόχος εκεί είναι η εκτιμήση της τιμής μιας μεταβλητής σε ένα σημείο $\mathbf{u}$ όπου δεν υπάρχει μέτρηση. Η εκτίμηση αυτή γίνεται με βάση τις μετρήσεις που είναι διαθέσιμες σε γειτονικά σημεία παρατήρησης $\mathbf{u}_i$
- είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν και επιπρόσθετες πληροφορίες στον ορισμό ενός συστήματος γειτόνων, όπως, π.χ., η κλίση και η έκθεση των σταθμών παρατήρησης