



# Πανεπιστήμιο Αιγαίου

---

## Χωρική Ανάλυση

Ενότητα 5α: Ανάλυση αλληλεπίδρασης χωρικού σημειακού προτύπου

Κυριακίδης Φαίδων

Τμήμα Γεωγραφίας

---

## Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.

Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Αλληλεπίδραση Συμβάντων Χωρικού Σημειακού Προτύπου

Φαίδων Κυριακίδης

Καθηγητής

phkyriakidis@geo.aegean.gr



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ  
Λόφος Πανεπιστημίου, 81100 Μυτιλήνη

## Χωρική Ανάλυση

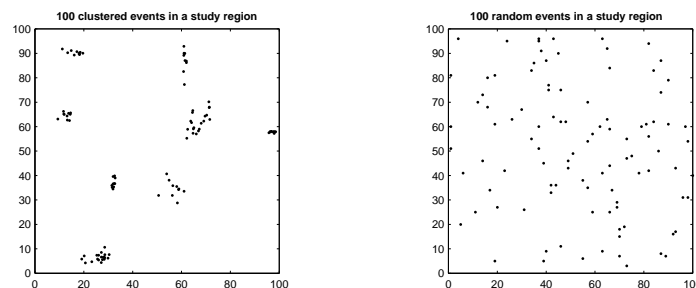
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Εισαγωγή

## Χωρικά Σημειακά Πρότυπα



Σύνολο σημειακών θέσεων με καταγεγραμμένα συμβάντα, π.χ., θέσεις δέντρων, θέσεις εκδήλωσης νόσου ή εγκληματικής ενέργειας



Για το μάθημα αυτό:

- ▶ βασική παραδοχή: όλες οι θέσεις συμβάντων έχουν καταγραφεί
- ▶ αντικείμενο ανάλυσης: θέση συμβάντων κι όχι άλλες ιδιότητες που έχουν τυχόν καταμετρηθεί στις θέσεις εκδήλωσης

## Στόχος μαθήματος

Επισκόπηση εργαλείων της περιγραφικής στατιστικής για την ποσοτικοποίηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των συμβάντων ενός χωρικού σημειακού προτύπου



# Γενικά για την Ανάλυση Αλληλεπίδρασης Συμβάντων

## Στόχος της ανάλυσης

Διερεύνηση συγκεντρωσιμότητας συμβάντων στο χώρο, σε αντίθεση με μια τυχαία διεσπαρμένη ή σχεδόν κανονική (σε ψεύδο-κάνναβο) χωρική κατανομή συμβάντων

## Προσοχή

- ▶ η ανάλυση χωρικής αλληλεπίδρασης ενός σημειακού προτύπου αφορά στη μελέτη της σχετικής θέσης των συμβάντων στο χώρο, δηλαδή της χωρικής ελκτικότητας ή απωθητικότητάς τους, δεδομένης της **παραδοχής** ότι τα συμβάντα βρίσκονται στο ίδιο "περιβάλλον", δηλαδή η ένταση ή πιθανότητα εμφάνισής τους στις διάφορες περιοχές υπόκειται στις ίδιες εξωγενείς συνθήκες
- ▶ η χωρική συγκέντρωση συμβάντων μπορεί να είναι αποτέλεσμα εξωγενών παραγόντων. Για παράδειγμα, η χωρική συγκέντρωση εμφανίσεων μιας μεταδοτικής νόσου σε μια γειτονιά μπορεί να οφείλεται στην τοπικά αυξημένη περιεκτικότητα του αέρα σε ρύπους, ή/και στην παρουσία άλλων ατόμων που έχουν ήδη προσβληθεί από τη νόσο. Είναι αδύνατος ο διαχωρισμός της επίδρασης του περιβάλλοντος από την επίδραση της μεταδοτικότητας στη χωρική κατανομή της νόσου στην περίπτωση αυτή. Ένας τέτοιος διαχωρισμός είναι εφικτός μέσω ενός μοντέλου, στο οποίο η επίδραση των διαφόρων αιτιών (περιβάλλοντος και μεταδοτικότητας) στη χωρική κατανομή των συμβάντων είναι ελεγχόμενη (υπάρχει πάντα και το σενάριο ισοδυναμίας διαφόρων μοντέλων). . .

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

Αλληλεπίδραση Συμβάντων Σημειακού Προτύπου

3 / 18

Εισαγωγή

## Βασικές Έννοιες



### Σημειακά συμβάντα

Σύνολο  $N$  θέσεων συμβάντων που καταγράφηκαν σε μια περιοχή μελέτης:

$$\{\mathbf{u}_i, i = 1, \dots, N\}, \quad \mathbf{u}_i \in D$$

$\mathbf{u}_i$  = διάνυσμα συντεταγμένων της θέσης του συμβάντος  $i$ , π.χ., σε 2 διαστάσεις  $\mathbf{u}_i = (x_i, y_i)$ ,  
 $\in$  = ανήκει,  $D$  = περιοχή μελέτης με εμβαδόν  $|D|$

### Μέση ένταση $\lambda$

Αναμενόμενος (μέσος) αριθμός συμβάντων στο μοναδιαίο εμβαδόν:  $\hat{\lambda} = \frac{N}{|D|}$

### Προεπισκόπηση ανάλυσης αλληλεπίδρασης συμβάντων

Για μια δεδομένη και χωρικά σταθερή αναμενόμενη ένταση  $\hat{\lambda}$ , δηλαδή για ένα δεδομένο αριθμό  $N$  συμβάντων σε μια περιοχή μελέτης (με δεδομένο εμβαδόν  $|D|$ ), η διερεύνηση χωρικής συγκεντρωσιμότητας ή τυχαίας κατανομής συμβάντων στο χώρο υπεισέρχεται (πρωτίστως) στη μελέτη **αποστάσεων** μεταξύ συμβάντων.

Προσοχή: Ο όρος συγκεντρωσιμότητα υποδηλώνει επιναληπτικότητα, δηλαδή εμφάνιση πολλαπλών θυλάκων συγκέντρωσης συμβάντων στην περιοχή μελέτης. . .

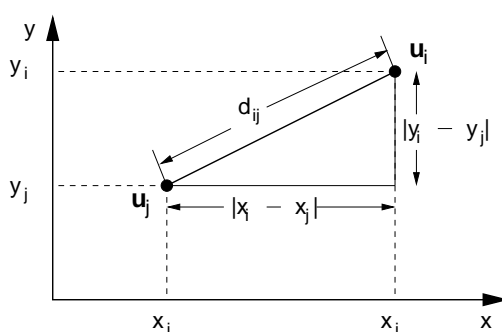


## Ευκλείδια Απόσταση Μεταξύ Δύο Σημείων

Απόσταση γενικά είναι ένα μέτρο "εγγύτητας" μεταξύ 2 σημείων  $\mathbf{u}_i$  και  $\mathbf{u}_j$ , όπου στο διδιάστατο χώρο  $\mathbf{u}_i = (x_i, y_i)$  και  $\mathbf{u}_j = (x_j, y_j)$

### Ευκλείδια απόσταση

$$d_{ij} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$



δύο σημεία  $\mathbf{u}_i$  και  $\mathbf{u}_j$  ορίζουν ένα διάνυσμα  $\mathbf{h}_{ij} = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j$

το σημείο  $\mathbf{u}_i$  καλείται αφετηρία (ουρά) και το σημείο  $\mathbf{u}_j$  κατάληξη (κεφαλή) του διανύσματος  $\mathbf{h}_{ij}$

$\|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\| = \|\mathbf{h}_{ij}\|$  είναι η νόρμα-2 του διανύσματος  $\mathbf{h}_{ij} = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j$

## Πίνακας Αποστάσεων Για Ένα Σύνολο Σημείων



### Ορισμός

Έστω ένα σύνολο  $N$  σημείων  $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_i, \dots, \mathbf{u}_N\}$  σε έναν πολυδιάστατο χώρο. Ο πίνακας αποστάσεων  $\mathbf{D}$  είναι ο τετραγωνικός  $(N \times N)$  πίνακας που περιέχει τις αποστάσεις  $\{d_{ij} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N\}$  μεταξύ όλων των  $N \times N$  ζευγών σημείων

$\mathbf{u}_i$	$\mathbf{u}_1$	$\mathbf{u}_2$	$\mathbf{u}_3$	$\mathbf{u}_4$	$\mathbf{u}_5$
$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_i$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

είθισται, το 1ο σημείο να αντιστοιχεί στο διάνυσμα συντεταγμένων  $\mathbf{u}_1$  της 1ης γραμμής  $(x_1, y_1)$  του πίνακα συντεταγμένων

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ d_{12} & 0 & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ d_{13} & d_{23} & 0 & d_{34} & d_{35} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} & 0 & d_{45} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} & d_{45} & 0 \end{bmatrix} = [d_{ij}]_{N \times N}$$

η γραμμή (ή στήλη)  $i$  περιέχει τις  $N$  αποστάσεις μεταξύ του σημείου  $\mathbf{u}_i$  και όλων των υπολοίπων σημείων, συμπεριλαμβανομένου και του εαυτού του  
ο πίνακας  $\mathbf{D}$  είναι συμμετρικός με μηδενικά (0) στη διαγώνιο του



## Πίνακας Αποστάσεων Για Δύο Σύνολα Σημείων

### Ορισμός

Έστω δύο σύνολα σημείων  $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_i, \dots, \mathbf{u}_N\}$  και  $\{\mathbf{t}_1, \dots, \mathbf{t}_j, \dots, \mathbf{t}_M\}$  σε έναν πολυδιάστατο χώρο. Ο πίνακας αποστάσεων  $\mathbf{D}^{(1,2)}$  είναι ο  $(N \times M)$  πίνακας που περιέχει τις αποστάσεις  $\{d_{ij} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{t}_j\|, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M\}$  μεταξύ όλων των  $N \times M$  ζευγών σημείων που ορίζονται από τα δύο αυτά σύνολα σημείων

$\mathbf{u}_i$	$\mathbf{u}_1$	$\mathbf{u}_2$	$\mathbf{u}_3$	$\mathbf{u}_4$	$\mathbf{u}_5$	$\mathbf{t}_j$	$\mathbf{t}_1$	$\mathbf{t}_2$	$\mathbf{t}_3$	$\mathbf{t}_4$	$\mathbf{t}_5$	$\mathbf{t}_6$	$\mathbf{t}_7$
$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$\tilde{x}_j$	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$	$\tilde{x}_6$	$\tilde{x}_7$
$y_i$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$\tilde{y}_j$	$\tilde{y}_1$	$\tilde{y}_2$	$\tilde{y}_3$	$\tilde{y}_4$	$\tilde{y}_5$	$\tilde{y}_6$	$\tilde{y}_7$

είθεται, το 1ο σημείο του συνόλου #1 να αντιστοιχεί στο διάνυσμα συντεταγμένων  $\mathbf{u}_1$  της 1ης γραμμής ( $x_1, y_1$ ) του πίνακα συντεταγμένων του συνόλου #1. Κατ' αναλογία, το 1ο σημείο του συνόλου #2 αντιστοιχεί στο διάνυσμα συντεταγμένων  $\mathbf{t}_1$  της 1ης γραμμής ( $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1$ ) του πίνακα συντεταγμένων του συνόλου #2

$$\mathbf{D}^{(1,2)} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} \end{bmatrix} = [d_{ij}]_{N \times M}^{(1,2)}$$

η γραμμή  $i$ -τη περιέχει  $M$  αποστάσεις μεταξύ του σημείου  $\mathbf{u}_i$  στο σύνολο #1 και όλων των  $M$  σημείων στο σύνολο #2  
 η στήλη  $j$  περιέχει αποστάσεις μεταξύ του σημείου  $\mathbf{t}_j$  στο σύνολο #2 και όλων των  $N$  σημείων στο σύνολο #1  
 ο πίνακας  $\mathbf{D}^{(1,2)}$  δεν είναι συμμετρικός, δηλαδή  $d_{12} \neq d_{21}$ , αφού το ζεύγος  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{t}_2\}$  δεν είναι το ίδιο με το ζεύγος  $\{\mathbf{u}_2, \mathbf{t}_1\}$

## Ευκλείδειες Αποστάσεις Σε Ένα Σημειακό Πρότυπο



### Απόσταση από συμβάν σε συμβάν

Απόσταση  $d_{ij}$  μεταξύ ενός συμβάντος στη θέση  $\mathbf{u}_i$  και ενός άλλου στη θέση  $\mathbf{u}_j$ :

$$d_{ij} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

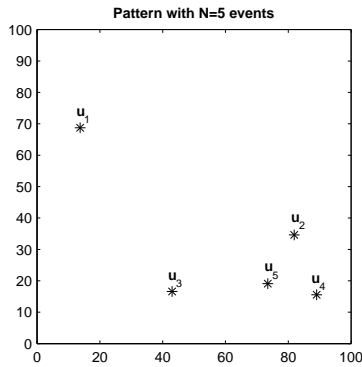
### Απόσταση μεταξύ πλησιέστερων συμβάντων

Απόσταση  $d_i^{\min}$  μεταξύ ενός συμβάντος στη θέση  $\mathbf{u}_i$  και του πλησιέστερου σε αυτό συμβάντος, από ένα σύνολο  $N - 1$  θέσεων  $\{\mathbf{u}_j, j = 1, \dots, N\}$  με  $j \neq i$ :

$$d_i^{\min} = \min_{j \neq i} \{d_{ij}, j = 1, \dots, N\}$$



# Απόσταση Από Συμβάν σε Πλησιέστερο Συμβάν



0.00	76.24	59.81	92.21	77.70
76.24	0.00	42.83	20.35	17.62
59.81	42.83	0.00	46.03	30.58
92.21	20.35	46.03	0.00	15.94
77.70	17.62	30.58	15.94	0.00

Πίνακας αποστάσεων

π.χ.,  $59.81 = d_1^{min}$ ,  $17.62 = d_2^{min}$

Μερικά ζεύγη συμβάντων μπορεί να είναι πλησιέστεροι γείτονες: π.χ.,  $u_4, u_5$ , ή να έχουν το ίδιο πλησιέστερο συμβάν: π.χ.,  $u_2, u_3, u_4$  είναι τα πλησιέστερα συμβάντα στο  $u_5$

## Μέση απόσταση πλησιέστερου γειτονικού συμβάντος

Αριθμητικός μέσος όρος των  $N$  αποστάσεων τύπου  $d_i^{min}$ :  $\overline{d^{min}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^{min}$

Πρόβλημα: Ένας μόνο αριθμός δεν αρκεί για να περιγράψει την πολυπλοκότητα της αλληλεπίδρασης μεταξύ των συμβάντων ενός χωρικού σημειακού προτύπου. . .

Ποσοτικοποίηση Χωρικής Αλληλεπίδρασης με τη Συνάρτηση G

## Εμπειρική Συνάρτηση G



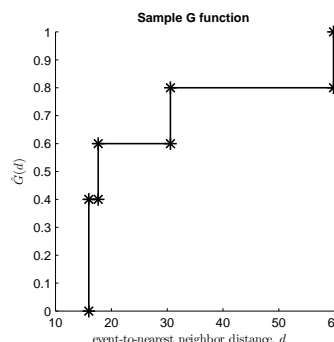
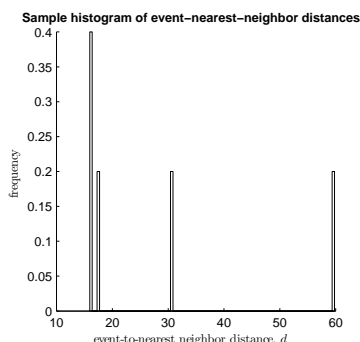
### Ορισμός

**Ποσοστό** τιμών αποστάσεων  $d_i^{min}$  από συμβάν σε πλησιέστερο συμβάν, οι οποίες δεν υπερβαίνουν μια οποιαδήποτε τιμή απόστασης  $d$ , υπολογιζόμενο ως :

$$\hat{G}(d) = \frac{\#\{d_i^{min} \leq d, i = 1, \dots, N\}}{N}$$

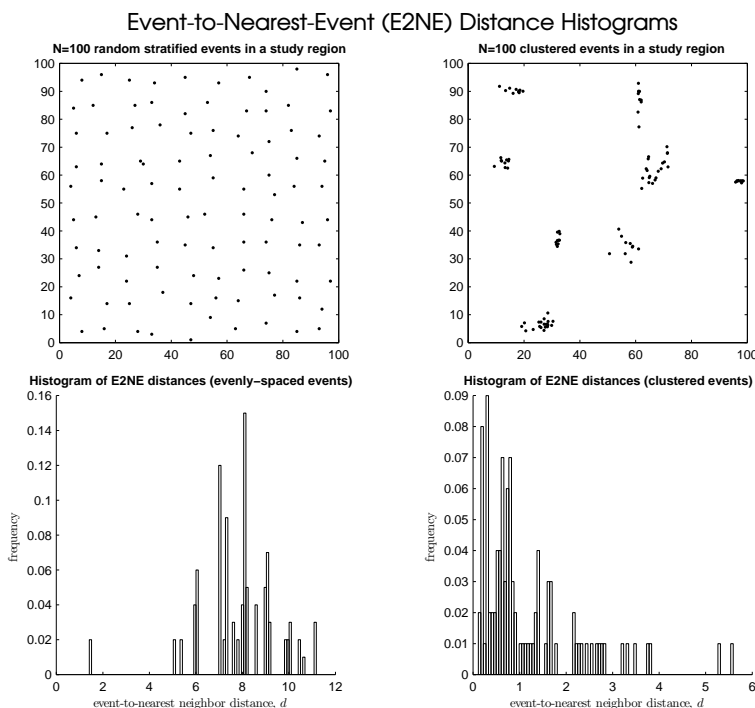
Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής (ΣΑΚ) όλων των  $N$  αποστάσεων μεταξύ συμβάντων και πλησιέστερων συμβάντων. Αντί να υπολογιστεί ο μέσος όρος  $\overline{d^{min}}$  των  $N$  τιμών  $d_i^{min}$ , υπολογίζεται η ΣΑΚ τους

### Για το σημειακό πρότυπο της προηγούμενης σελίδας



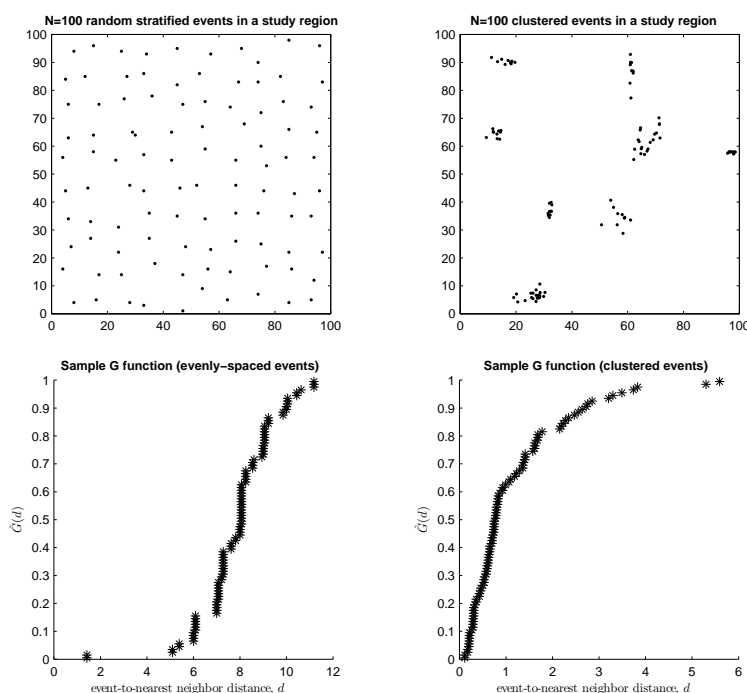
Όσο μεγαλώνει ο αριθμός  $N$  των συμβάντων, τόσο περισσότερο εξομαλύνεται η εμπειρική συνάρτηση  $\hat{G}(d)$

# Ιστόγραμμα Αποστάσεων Μεταξύ Πλησιέστερων Γειτόνων



- ▶ για σχεδόν κανονικά διατεταγμένα ή απωθητικά (repelling) πρότυπα, υπάρχουν πολλές τέτοιες (E2NE) αποστάσεις που συμπίπτουν με το βήμα του καννάβου
- ▶ για συγκεντρωμένα (clustered) πρότυπα, υπάρχουν περισσότερες μικρές τέτοιες (E2NE) αποστάσεις απί ότι μεγαλύτερες

# Παραδείγματα Εμπειρικών Συναρτήσεων G



- ▶ για σχεδόν κανονικά διατεταγμένα συμβάντα, η συνάρτηση  $\hat{G}(d)$  αυξάνεται σταδιακά μέχρι την απόσταση που αντιστοιχεί στο βήμα της καννάβου, κι έπειτα αυξάνεται γοργά
- ▶ για συγκεντρωμένα συμβάντα, η συνάρτηση  $\hat{G}(d)$  αυξάνεται γοργά στις μικρές αποστάσεις, κι έπειτα σταθεροποιείται

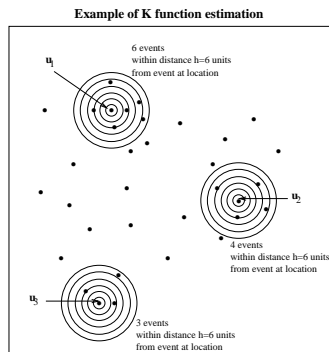




# Η Εμπειρική Συνάρτηση K

## Διαδικασία υπολογισμού

1. κατασκευή ομόκεντρων κύκλων (με αυξανόμενη ακτίνα  $d$ ) γύρω από κάθε συμβάν
2. καταμέτρηση αριθμού συμβάντων μέσα σε κάθε κύκλο
3. άθροισμα αριθμού συμβάντων μέσα σε όλους τους κύκλους με ακτίνα  $\leq d =$  εμπειρική συνάρτηση  $\hat{K}(d)$



## Ορισμός

$$k(d) = \frac{\text{αναμενόμενος αριθμός συμβάντων σε ακτίνα } d \text{ από οποιοδήποτε συμβάν}}{\text{αναμενόμενος αριθμός συμβάντων στο μοναδιαίο εμβαδόν}}$$

$$\simeq \frac{1}{\lambda} \frac{1}{N} \#\{d_{ij} \leq d, i = 1, \dots, N, j(\neq i) = 1, \dots, N\} = \hat{K}(d)$$

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

Αλληλεπίδραση Συμβάντων Σημειακού Προτύπου

13 / 18

Ποσοτικοποίηση Χωρικής Αλληλεπίδρασης με τη Συνάρτηση K

# Κατανοώντας την Εμπειρική Συνάρτηση K



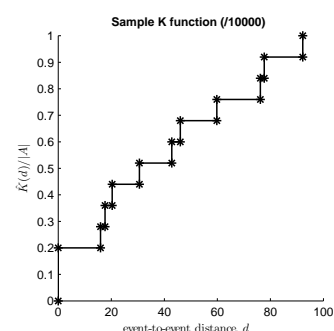
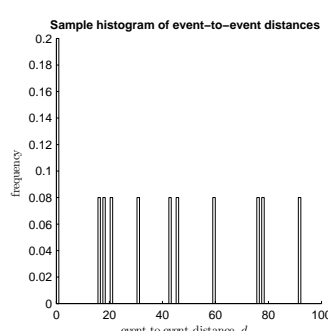
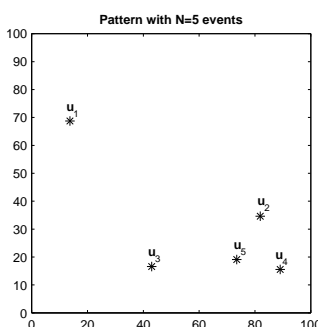
## Εναλλακτικός ορισμός

$$\hat{K}(d) = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{N} \#\{d_{ij} \leq d, i = 1, \dots, N, j(\neq i) = 1, \dots, N\}$$

$$= \frac{|D|}{N} \frac{1}{N} \#\{d_{ij} \leq d, i = 1, \dots, N, j(\neq i) = 1, \dots, N\}$$

$$= |D|(\text{ποσοστό αποστάσεων μεταξύ συμβάντων } \leq d)$$

**Με άλλα λόγια:** Η εμπειρική συνάρτηση  $\hat{K}(d)$  είναι η εμπειρική συνάρτηση αθροιστικής κατανομής (ΣΑΚ) των  $N^2 - N$  αποστάσεων μεταξύ συμβάντων (εξαιρουμένων των μηδενικών αποστάσεων), κλιμακούμενη με το εμβαδόν  $|D|$  της περιοχής μελέτης



Αγνοείτε τη ράβδο (στο μεσαίο γράφημα) και το σκαλοπάτι (στο δεξιό γράφημα) για την τιμή απόστασης  $d = 0$ .

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

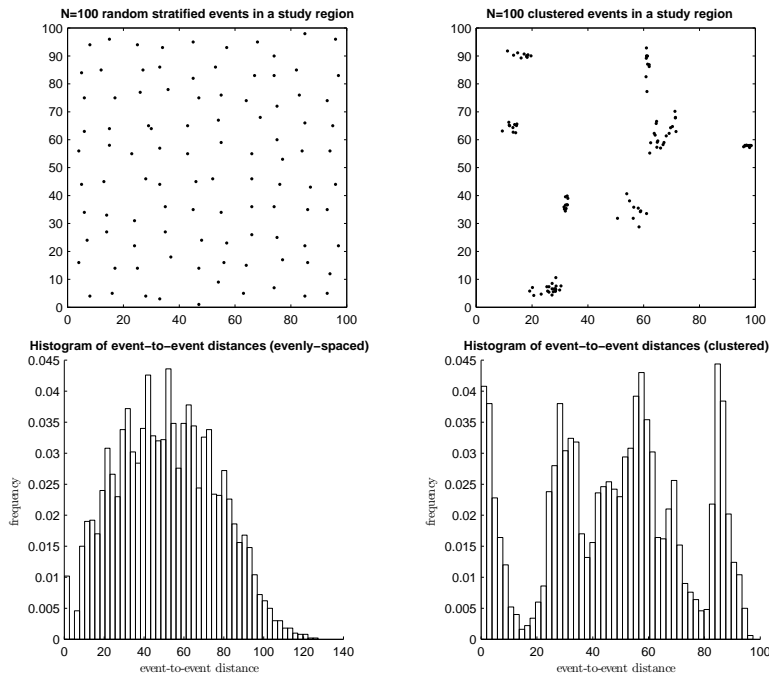
Αλληλεπίδραση Συμβάντων Σημειακού Προτύπου

14 / 18



# Ιστόγραμμα Αποστάσεων Μεταξύ Συμβάντων

Event-to-Event (E2E) Distance Histograms



- ▶ για (σχεδόν) κανονικά διατεταγμένα συμβάντα, υπάρχουν περισσότερες "μεσαίες" τιμές αποστάσεων μεταξύ συμβάντων
- ▶ για χωρικά συγκεντρωμένα συμβάντα, η κατανομή των αποστάσεων μεταξύ συμβάντων παρουσιάζει πολλαπλές συχνότερα εμφανιζόμενες τιμές (multi-modal distribution)

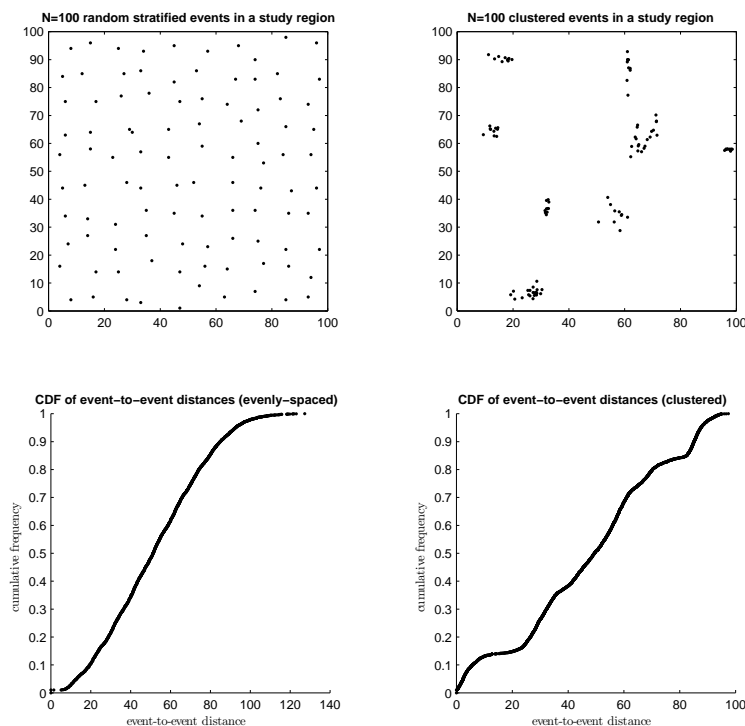
Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

Αλληλεπίδραση Συμβάντων Σημειακού Προτύπου

16 / 18

# Αθροιστική Κατανομή Αποστάσεων Μεταξύ Συμβάντων



- ▶ για χωρικά συγκεντρωμένα συμβάντα, υπάρχουν πολλαπλές περιοχές τιμών  $d$ , στις οποίες η ΣΑΚ αποστάσεων αλλάζει κλίση, λόγω των πολλαπλών συχνότερα εμφανιζόμενων τιμών

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

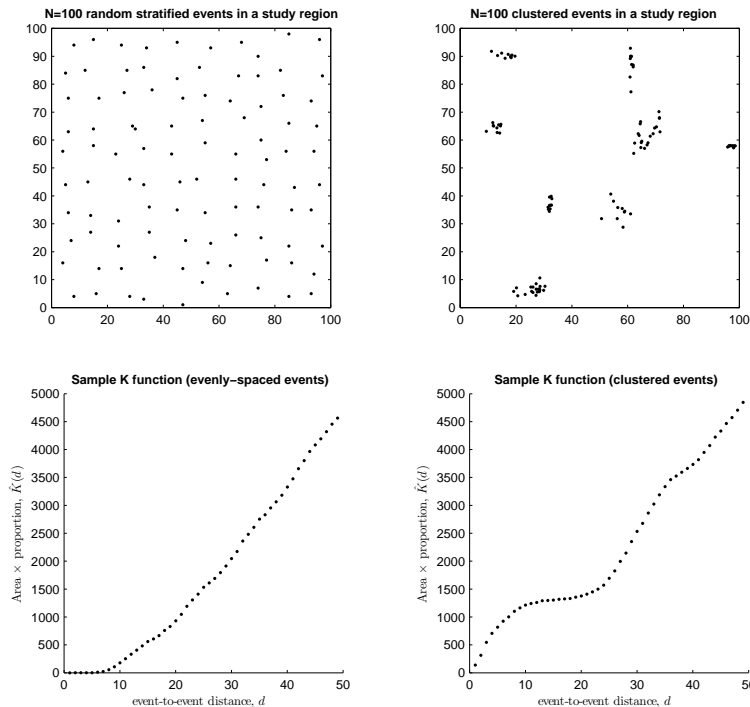
Χωρική Ανάλυση

Αλληλεπίδραση Συμβάντων Σημειακού Προτύπου

16 / 18



## Παραδείγματα Εμπειρικών Συναρτήσεων K



- ▶ η εμπειρική συνάρτηση  $\hat{k}(d)$  είναι μονοτονικά αύξουσα, και αποτελεί μια κλιμακούμενη μορφή της ΣΑΚ των αποστάσεων μεταξύ συμβάντων (εξαιρουμένων των μηδενικών αποστάσεων)

Ανακεφαλαίωση

## Βασικά Σημεία Διάλεξης



### Ποσοτικοποίηση αλληλεπίδρασης σε χωρικά σημειακά πρότυπα

- ▶ αποστάσεις μεταξύ πλησιεστέρων συμβάντων  
→ χρήση της εμπειρικής συνάρτησης  $\hat{G}(d)$
- ▶ αποστάσεις μεταξύ συμβάντων (εξαιρουμένων των μηδενικών αποστάσεων)  
→ χρήση της εμπειρικής συνάρτησης  $\hat{K}(d)$ , που εμπεριέχει πληροφορία εγγύτητας πέραν των πλησιέστερων συμβάντων

### Προσοχή

- ▶ η χωρική συγκέντρωση συμβάντων είναι πάντοτε συνάρτηση της συνολικής έντασης  $\lambda$  του χωρικού προτύπου. Για μια συγκεκριμένη περιοχή, δηλαδή, η χωρική συγκέντρωση συμβάντων θα είναι μεγαλύτερη όταν εμφανίζονται περισσότερα συμβάντα
- ▶ η χωρική συγκέντρωση συμβάντων μπορεί να είναι αποτέλεσμα εξωγενών παραγόντων. Η ανάλυση αλληλεπίδρασης συμβάντων πρέπει να είναι διερευνητική και μόνο για περιοχές όπου δεν υπάρχουν σημαντικές χωρικές διαφορές στην αναμενόμενη ένταση συμβάντων, λόγω, π.χ., χωρικής μεταβολής περιβαλλοντικών παραγόντων. Αυτό επίσης περιορίζει και την ανάλυση αλληλεπίδρασης μόνο σε σχετικά **μικρές αποστάσεις**
- ▶ όρια περιοχής μελέτης και επιρροές αυτών (edge effects)