



# Πανεπιστήμιο Αιγαίου

---

## Οικονομική του Χώρου

**Ενότητα:** Προβλέψεις με Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών

Κορρές Γεώργιος

Τμήμα Γεωγραφίας

---

## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο **«Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου»** έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

1. Σκοποί ενότητας.....	4
2. Περιεχόμενα ενότητας .....	4
2.1 Προβλέψεις με Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών.....	4
2.1.1 Οι χρονολογικές σειρές ως μέθοδοι πρόβλεψης: .....	4
2.1.2 Προβλέψεις με τεχνικές εξομάλυνσης:.....	4
2.1.3 Προβλέψεις και αξιολόγηση αυτών με τη μέθοδο των κινητών μέσων: .	5
2.1.4 Η μέθοδος των σταθμισμένων κινητών μέσων:.....	5
2.1.5 Μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης:.....	5
2.1.6 Προβλέψεις με βάση την τάση της χρονολογικής σειράς: .....	5
2.1.7 Αυτοπαλίνδρομα σχήματα: .....	6

# 1. Σκοποί ενότητας

## 2. Περιεχόμενα ενότητας

### 2.1 Προβλέψεις με Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών

#### 2.1.1 Οι χρονολογικές σειρές ως μέθοδοι πρόβλεψης:

Ως χρονολογική σειρά θεωρούμε ένα σύνολο τιμών μιας μεταβλητής  $Y$  που αντιστοιχούν σε διαδοχικές χρονικές στιγμές ή περιόδους. Η γραφική παράσταση της χρονολογικής σειράς προκύπτει αν ενώσουμε όλα τα σημεία  $(Y_1, t_1)$ ,  $(Y_2, t_2)$ ,  $(Y_3, t_3)$ , ...,  $(Y_n, t_n)$ . Η χρήση των χρονολογικών σειρών στις προβλέψεις στηρίζεται στην υπόθεση ότι από τις υπάρχουσες (ιστορικές) τιμές ενός μεγέθους και με την εφαρμογή της κάθε φορά κατάλληλης μεθόδου, είναι δυνατό να προκύψουν εκτιμήσεις για τη μελλοντική εξέλιξη του μεγέθους με την προϋπόθεση ύπαρξης σφάλματος. Οι τεχνικές όπου από τις ιστορικές τιμές μιας μεταβλητής, προσπαθούμε να προβλέψουμε το μέλλον, καλούνται μέθοδοι πρόβλεψης με την ανάλυση χρονολογικών σειρών. Συνήθως θεωρείται ότι τέσσερις κινήσεις διαμορφώνουν την εξέλιξη ενός οικονομικού μεγέθους διαχρονικά:

- Η μακροχρόνια τάση
- Οι κυκλικές κυμάνσεις
- Οι εποχικές κυμάνσεις
- Οι τυχαίες ή απρόβλεπτες κυμάνσεις.

Η μακροχρόνια τάση αναφέρεται στην ιδιότητα ενός μεγέθους μακροχρόνια να κινείται προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, δηλαδή να αυξάνει, να μειώνεται ή να παραμένει αμετάβλητο στην πορεία του χρόνου.

#### 2.1.2 Προβλέψεις με τεχνικές εξομάλυνσης:

Οι τεχνικές εξομάλυνσης (smoothing) χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που η χρονολογική σειρά περιέχει σε μεγάλο βαθμό την τελευταία συνιστώσα, δηλαδή χαρακτηρίζεται σημαντικά από έκτακτη ή απρόβλεπτη συμπεριφορά. Στην περίπτωση που μια χρονολογική σειρά εξελίσσεται σε μεγάλο βαθμό κάτω από την επίδραση του έκτακτου ή απρόβλεπτου παράγοντα, τότε οι λοιπές κανονικές συνιστώσες (τάση, κύκλος, εποχικότητα) δεν είναι εμφανές. Το πρόβλημα στην περίπτωση αυτή είναι η εξομάλυνση της χρονολογικής σειράς, δηλαδή η εξομάλυνση των τιμών αυτής ώστε να αφαιρεθεί η επίδραση του τυχαίου παράγοντα. Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για προβλέψεις των διαφόρων μεγεθών, όταν αυτά παρουσιάζουν κυμάνσεις, καλούνται τεχνικές εξομάλυνσης. Οι τεχνικές που θα παρουσιάσουμε εδώ είναι αυτή των κινητών μέσων (moving average) και η εκθετική εξομάλυνση (exponential smoothing).

### **2.1.3 Προβλέψεις και αξιολόγηση αυτών με τη μέθοδο των κινητών μέσων:**

Η μέθοδος των κινητών μέσων χρησιμοποιεί το μέσο των κάθε φορά πιο πρόσφατων τιμών της μεταβλητής, ως πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο. Για τον υπολογισμό του κάθε φορά επόμενου κινητού μέσου, αφαιρείται η πρώτη από τις  $n$  τιμές και συμπεριλαμβάνεται στη θέση της η πιο πρόσφατη. Με τον τρόπο αυτό ο μέσος “κινείται” μέχρι να εξαντληθούν όλες οι τιμές της μεταβλητής. Στη μέθοδο αυτή θα πρέπει να επιλεγεί ο αριθμός των  $n$  περιόδων, που θα συμπεριληφθεί στον κινητό μέσο. Όσο μεγαλύτερος αριθμός περιόδων (όρων) επιλεγεί, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η εξομάλυνση της χρονολογικής σειράς και φυσικά τόσο μεγαλύτερη η απώλεια πληροφορίας και αντιστρόφως.

### **2.1.4 Η μέθοδος των σταθμισμένων κινητών μέσων:**

Στη μέθοδο των κινητών μέσων που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα, κάθε όρος έχει την ίδια βαρύτητα στους υπολογισμούς. Αντίθετα, στη μέθοδο των σταθμισμένων κινητών μέσων, σε κάθε όρο δίνεται διαφορετικός συντελεστής στάθμισης και στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος.

### **2.1.5 Μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης:**

Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing) χρησιμοποιεί σταθμισμένους μέσους των προηγούμενων κάθε φορά όρων της χρονολογικής σειράς, ως πρόβλεψη για το μέλλον. Στην πραγματικότητα η πρόβλεψη για κάθε περίοδο είναι ένας σταθμισμένος μέσος των πραγματικών τιμών όλων των προηγούμενων περιόδων. Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης απαιτεί απλή διαδικασία και δεν απαιτεί χρονολογική σειρά με μεγάλο αριθμό περιόδων. Αν επιλεγεί η τιμή του  $\alpha$ , τότε με τη πραγματική τιμή και την τιμή πρόβλεψης για κάθε περίοδο  $t$  βρίσκουμε την τιμή πρόβλεψης της επόμενης περιόδου  $t+1$ . Η επιλογή της τιμής της σταθερής  $\alpha$ , ακολουθεί την ίδια διαδικασία με την επιλογή του αριθμού των περιόδων (όρων) που θα συμπεριλαμβάνονται στον κινητό μέσο όρο. Αυτό σημαίνει ότι θα επιλέξουμε την τιμή εκείνη του  $\alpha$  που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Η διαδικασία προβλέπει εφαρμογές της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης με διάφορες τιμές του  $\alpha$  και επιλογή εκείνης με το ελάχιστο MSE. Σαν γενική αρχή είναι δυνατό να διατυπωθεί η αρχή ότι σε χρονολογικές σειρές με σημαντικές τυχαίες κυμάνσεις, είναι προτιμότερες μικρές τιμές του  $\alpha$  και αντιστρόφως.

### **2.1.6 Προβλέψεις με βάση την τάση της χρονολογικής σειράς:**

Όπως ήδη αναφέρθηκε οι χρονολογικές σειρές παρουσιάζουν συνήθως μια μακροχρόνια τάση μεταβολής προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, δηλαδή αύξηση, μείωση ή σταθερότητα. Στην περίπτωση που υπάρχει μια τέτοια τάση, είναι δυνατό να προχωρήσουμε σε προβλέψεις μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς, με τη χρήση της γνωστής μας ανάλυσης παλινδρόμησης. Στην ειδική αυτή μορφή παλινδρόμησης το μέγεθος του οποίου οι τιμές αποτελούν τη χρονολογική σειρά,

είναι η εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  και ο χρόνος  $t$  είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή που παίρνει τιμές  $1, 2, 3, \dots, n$ . Επειδή ακριβώς η ανάλυση της τάσης χρονολογικής σειράς είναι μια ειδική μορφή παλινδρόμησης, ισχύει η ίδια μεθοδολογία για τον τρόπο εύρεσης των συντελεστών  $\alpha$  και  $\beta$  με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, ως και οι ίδιες διαδικασίες για την εύρεση της μορφής της συνάρτησης (γραμμική, παραβολική κλπ.).

### **2.1.7 Αυτοπαλίνδρομα σχήματα:**

Αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα (autoregressive model) ονομάζουμε αυτό στο οποίο, η εξαρτημένη μεταβλητή  $Y_t$  εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές της ίδιας μεταβλητής :  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-n}$ . Η γενική μορφή των αυτοπαλίνδρομων υποδειγμάτων είναι η ακόλουθη:  $Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_n Y_{t-n}$ . Αποτελεί ουσιαστικά ένα υπόδειγμα πολλαπλής παλινδρόμησης, αλλά οι ανεξάρτητες μεταβλητές δεν είναι άλλες μεταβλητές, αλλά αποτελούνται από παρελθούσες τιμές της  $Y$ .